Quest.	Notas
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

$1^{\underline{a}}$ Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares

Departamento de Matemática - UFJF
01/09/17 - Manhã (Fila A)

Aluno: **Matrícula:** **Turma:**

Observações: Esta prova deve conter 5 questões. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora. Não é permitido o uso de folhas de rascunhos ou folhas extras. Tempo de duração: 2 horas.

PARTE I: MÚLTIPLA ESCOLHA. Resolva as questões 1, 2 e 3 e marque suas respostas **à caneta** dentre as alternativas apresentadas.

1). (15 pontos) Considere o sistema homogêneo $AX = \overline{0}$, onde $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & a-3 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$ e $\overline{0}$ é a matriz nula 4×1. O valor de a para o qual o sistema $AX = \overline{0}$ possui infinitas soluções satisfaz:

a). $0 < a < 1$ b). $-2 < a < -1$ c). $2 < a < 4$ d). $-1 < a < 0$ e). $10 < a < 12$

2). (15 pontos) Considere a matriz invertível $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. Considere a matriz $C = A^t$ (a matriz transposta de A). **Sobre a matriz** C^{-1}, podemos afirmar que a soma dos elementos de sua **última coluna** vale:

a). $\frac{5}{2}$ b). $-\frac{3}{4}$ c). -2 d). $\frac{1}{2}$ e). $\frac{3}{2}$

3). (15 pontos) Considere as matrizes A (invertível) e B dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Sabendo que $A^{-1}M = 2B^t$, **sobre a matriz** M, podemos afirmar que:

a). a soma dos elementos de sua diagonal principal é 3.

b). a soma dos elementos de sua última coluna é 10.

c). a soma dos elementos de sua primeira coluna é -12.

d). a soma dos elementos de sua primeira linha é 5.

e). a soma dos elementos de sua última linha é 2.

PARTE II: QUESTÕES DISCURSIVAS. As questões 4 e 5 podem ser resolvidas à lápis. Em cada uma delas, **justifique** os passos de sua resolução.

4). (25 pontos) Dadas as matrizes M e N abaixo, sabendo que $\det N = -3$, calcule os valores de:

a). $\det M$

b). $\det \frac{1}{2}M$.

Justifique os passos da resolução.

$$M = \begin{bmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ r & s & t \end{bmatrix} \qquad N = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ r & s & t \\ 5r+x & 5s+y & 5t+z \end{bmatrix}$$

5). Considere o sistema: $\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & 2y & - & 3z & = & 1 \\ & + & 2y & - & 4z & = & -2 \\ x & + & y & + & cz & = & 2 \end{array}\right.$, $c \in \mathbb{R}$.

a). (15 pontos) Para qual valor de c o sistema possui infinitas soluções? Para o valor encontrado, resolva o sistema.

b). (10 pontos) Resolva o sistema para $c = 0$.

c). (5 pontos) Existe algum valor de c para o qual o sistema não possui solução? Justifique.