

1^a Prova de Geometria Analítica e Sistemas Lineares
 Departamento de Matemática - UFJF
 07/04/2017 - Manhã

Quest.	Notas
1	
2	
3	
4	
Total	

Aluno:

Matrícula:

Turma:

Observações: Esta prova deve conter 4 questões. A prova é individual, sem consulta e não é permitido o uso de calculadora. A prova pode ser feita à lápis. Em cada questão, justifique os passos de sua resolução. **Tempo de duração: 2 horas.**

1). (25 pontos) Dadas as matrizes invertíveis A , B^{-1} e C , determine a matriz M que satisfaz a condição:

$$A^{-1}MB = 2C^t$$

C^t denota a matriz transposta de C .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Faça o que se pede:

a). (15 pontos) Dadas as matrizes M e N abaixo, **calcule** os valores reais de x, y, z para os quais se tem $M^{-1} = N$. **Justifique sua resposta.**

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & x & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ z & y & 2 \end{bmatrix}$$

b) (10 pontos) Sejam A e B matrizes $n \times n$ invertíveis. Considere as matrizes $C = AB^tA^{-1}$ e $D = A(AB^{-1})^{-1}$. Sabendo que $B^{-1} = B^t$, mostre que $C^{-1} = D$.

3). Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2y - 4z = b \\ x - 2y + 5z = c \end{cases}$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a). (15 pontos) Determine a condição que a , b e c devem satisfazer para que o sistema acima possua infinitas soluções. **Justifique sua resposta.**

b). (10 pontos) Usando $a = 0$, $b = 0$ e $c = 0$ no sistema acima, verifique se $(x, y, z) = (-2, 1, 0)$ é uma solução para o sistema. **Justifique sua resposta.**

4). Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, onde $a \in \mathbb{R}$.

Sabendo que $\det A = 2$, faça o que se pede:

a). (20 pontos) Calcule o valor de a .

b). (5 pontos) Seja B uma matriz 4×4 tal que $B = P^{-1}AP$, onde P é uma matriz invertível. Calcule o valor do determinante de B . **Justifique**