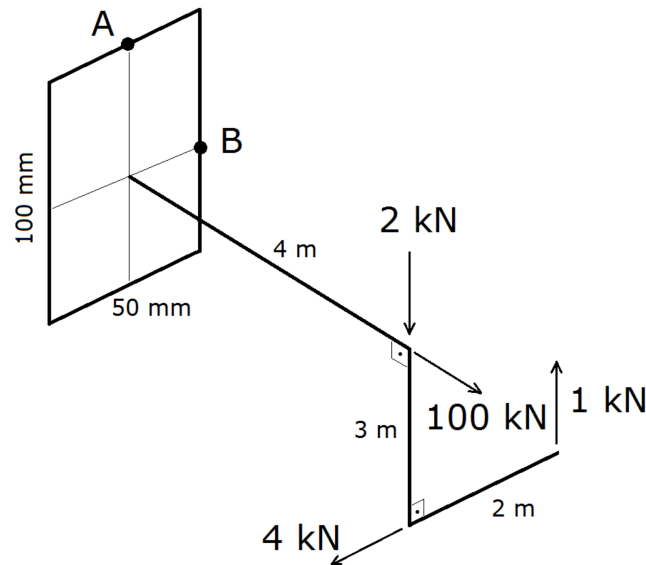


**LISTA DE EXERCÍCIOS 3**

**PARTE 1 - CRITÉRIOS DE FALHA E ESFORÇOS COMBINADOS**

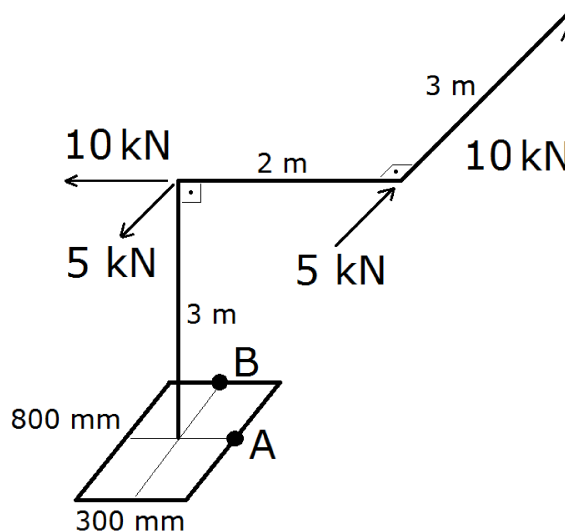
1. Verifique, pelo critério de von Mises, a estabilidade dos pontos *A* e *B* indicados no engaste da estrutura mostrada na figura abaixo. Considere  $\sigma_e = 150$  MPa.



**Respostas:**

- (a) Ponto *A*:  $\sigma_A = 68$  MPa,  $\tau_A = -128,07$  MPa,  $\sigma_{\text{von Mises}} = 232$  MPa (falha).  
 (b) Ponto *B*:  $\sigma_B = 404$  MPa,  $\tau_B = 162,90$  MPa,  $\sigma_{\text{von Mises}} = 493$  MPa (falha).

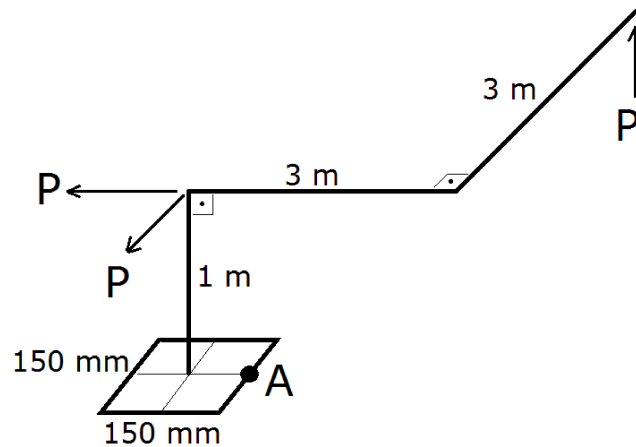
2. Verifique, pelo critério de von Mises, a estabilidade dos pontos *A* e *B* indicados no engaste da estrutura mostrada na figura abaixo. Considere  $\sigma_e = 80$  MPa.



**Respostas:**

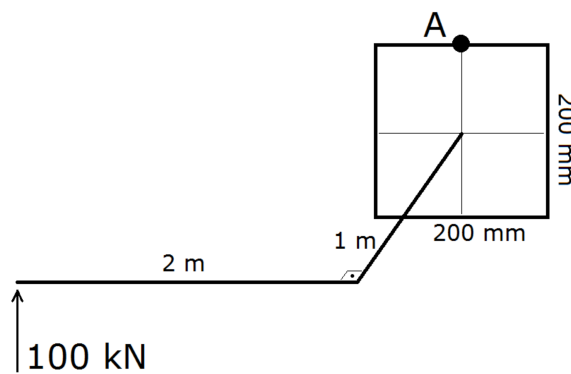
- (a) Ponto *A*:  $\sigma_A = 4,21$  MPa,  $\tau_A = -0,532$  MPa,  $\sigma_{\text{von Mises}} = 4,31$  MPa (não falha).  
 (b) Ponto *B*:  $\sigma_B = 0,979$  MPa,  $\tau_B = 0,468$  MPa,  $\sigma_{\text{von Mises}} = 1,27$  MPa (não falha).

3. Determine o valor máximo da carga  $P$  para que a tensão de von Mises no ponto  $A$ , indicado na figura abaixo, não ultrapasse 200 MPa.



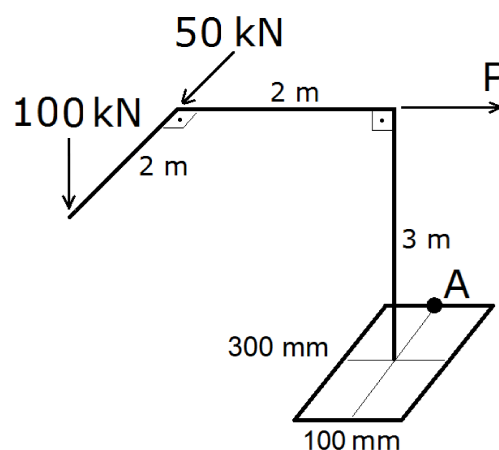
**Respostas:**  $\sigma_A = 7,15 \times 10^{-3}|P|$  MPa;  $\tau_A = 6,67 \times 10^{-5}|P|$  MPa;  $P \leq 27,95$  kN.

4. Verifique, pelo critério de Tresca, se o ponto  $A$  indicado na figura abaixo não ultrapassa 150 MPa.



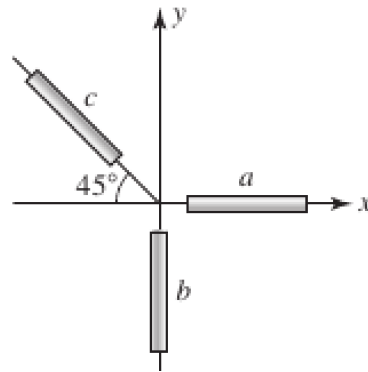
**Respostas:**  $\sigma_A = 75$  MPa;  $\tau_A = 120,2$  MPa;  $\sigma_{\text{Tresca}} = 251,8$  MPa (falha).

5. Determine o valor máximo que a carga  $P$ , mostrada na figura pode assumir para que o critério de von Mises no ponto  $A$  seja atendido. Considere  $\sigma$  e  $\tau = 230$  MPa.



**Resposta:**  $P = 1,88$  MN.

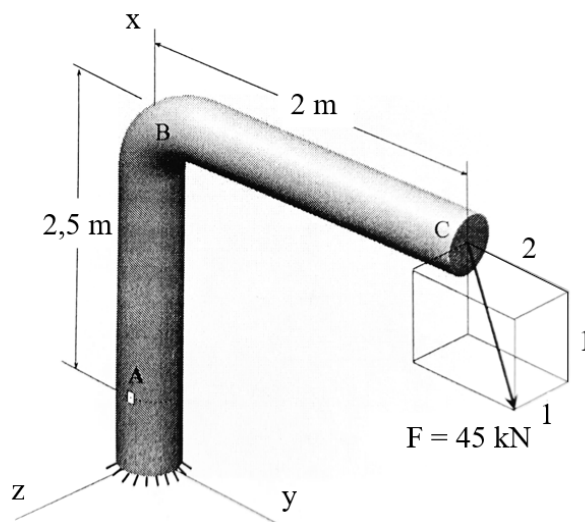
6. Em uma superfície de aço ( $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,28$ ,  $\sigma = 210 \text{ MPa}$ ), as deformações medidas pela roseta de *strain-gages* mostrada na figura abaixo foram:  $\varepsilon_a = -800 \times 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_b = -300 \times 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_c = -700 \times 10^{-6}$ . Adotando o critério de von Mises, determine se o material falha.



**Resposta:**  $\sigma_{\text{von Mises}} = 180,55 \text{ MPa}$  (não falha).

7. Uma força  $F$  com módulo de 45 kN é aplicada na extremidade C do componente de máquina representado a seguir, com componentes nas direções x, y e z, conforme proporções indicadas na imagem. O componente é feito de um material com  $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$ . Ele possui uma seção transversal circular vazada com diâmetro externo de 25 cm e diâmetro interno de 23,4 cm. Determine:

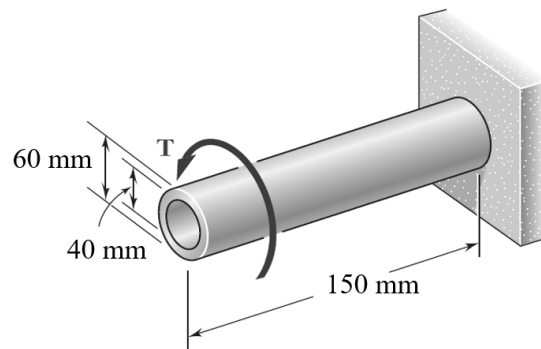
- as tensões principais no ponto A localizado na superfície da estrutura;
- a tensão máxima de cisalhamento;
- a margem de segurança neste ponto, considerando o critério de Tresca.



**Respostas:**

- $\sigma_1 = -10,9 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = -142,7 \text{ MPa}$ .
- $\tau_{\text{max}} = 76,8 \text{ MPa}$ .
- Coefficiente de segurança = 1,628.

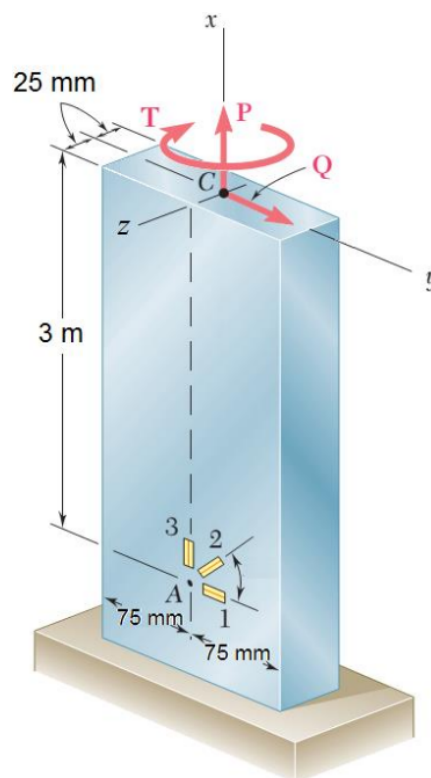
8. Uma barra sujeita ao torque  $T$  indicado na figura é feita de um material frágil com resistência à tração  $\sigma_{rt} = 70$  MPa e resistência à compressão  $\sigma_{rc} = 175$  MPa. Aplicando o Critério de Mohr, calcule o máximo torque que pode ser aplicado, de modo a evitar a falha da estrutura.



**Resposta:** 1,702 kN.m

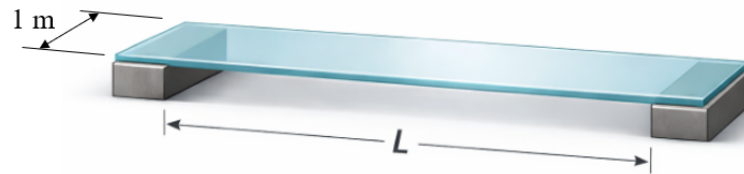
9. Uma carga axial  $P = 300$  kN, uma carga horizontal  $Q = 180$  kN e um momento torsor  $T = 5$  kNm são aplicados no topo da barra de seção retangular  $50 \times 150$  mm, mostrada na figura abaixo. Além disso, uma roseta de deformações é colada na superfície desta barra, no ponto A. Considerando  $E = 200$  GPa e  $\nu = 0,30$ :

- (a) Verifique a estabilidade do ponto A, utilizando os critérios de Tresca e von Mises. Considere  $\sigma_e = 47,5$  MPa;
- (b) Determine o ângulo formado entre os strain-gages 1 e 2, sabendo-se que o strain-gage 2 mede uma deformação no valor de  $70 \mu\varepsilon$ .



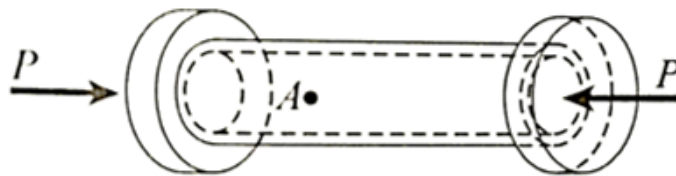
**Respostas:** a) Tresca (48,75 MPa); von Mises (46,72 MPa); b)  $62,44^\circ$ .

10. Uma placa de vidro temperado com densidade de  $2500 \text{ kg/m}^3$ , 1 m de largura e 8 mm de espessura é apoiada em suas duas extremidades, conforme apresentado na figura a seguir. Sabendo que o material tem resistência  $\sigma_r = 120 \text{ MPa}$ , utilize a Teoria de Rankine para determinar o vão máximo  $L$  entre os apoios.



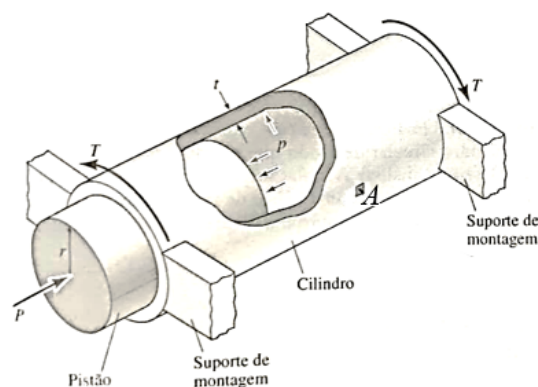
**Resposta:** 7,16 m

11. Um vaso de pressão cilíndrico de paredes finas (raio interno de 50 mm e espessura da parede de 4 mm) está sujeito à ação combinada de uma pressão de gás interna  $p$  e de uma carga de compressão axial  $P = 55 \text{ kN}$ , conforme mostrado na figura. Sabendo que a máxima tensão de cisalhamento que o material suporta é 45 MPa, determine a máxima pressão interna admissível, de modo a garantir a segurança no ponto A.



**Resposta:** 7,2 MPa.

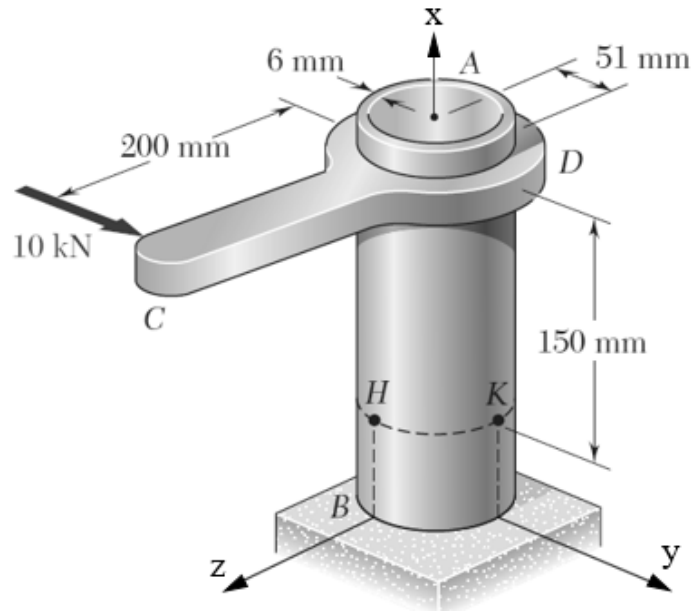
12. Um cilindro hidráulico com espessura  $t = 10 \text{ mm}$  suporta uma pressão interna  $p$  causada por uma carga axial  $P = 700 \text{ kN}$  aplicada ao pistão, de raio  $r = 220 \text{ mm}$ . O cilindro é inadvertidamente carregado por um torque  $T = 150 \text{ N.m}$  em seu berço. Sabendo que o momento polar de inércia da seção transversal passando pelo ponto A é  $J = 6,69 \times 10^8 \text{ mm}^4$ , calcule as tensões principais e a tensão de cisalhamento máxima no ponto A do cilindro.



**Respostas:**  $\sigma_1 = 131,3 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_2 = 20,5 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_3 = 0$ ;  $\tau_{\max} = 65,6 \text{ MPa}$ .

13. O tubo de aço AB tem 102 mm de diâmetro externo e uma espessura de parede de 6 mm. Sabendo que o braço CD está rigidamente fixado ao tubo, determine:

- (a) as tensões normais máxima e mínima nos pontos  $K$  e  $H$ ;
- (b) a tensão de cisalhamento máxima nos pontos  $K$  e  $H$ .

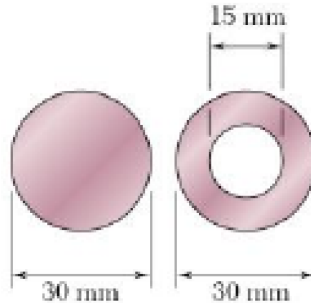


**Respostas:**

- a) Ponto  $K$ : 12,18 MPa,  $-48,7$  MPa; Ponto  $H$ : 35,4 MPa,  $-35,4$  MPa;
- b) Ponto  $K$ : 30,5 MPa; Ponto  $H$ : 35,4 MPa.

## PARTE 2 - FLAMBAGEM EM COLUNAS SUJEITAS À CARGA AXIAL

14. Uma barra de seção circular cheia, com diâmetro de 30 mm, está submetida à compressão. Para reduzir o peso da barra em 25%, a seção cheia foi substituída por uma seção vazada, com diâmetro interno igual a 15 mm. Considerando  $E = 105$  GPa, determine a redução percentual da carga crítica.

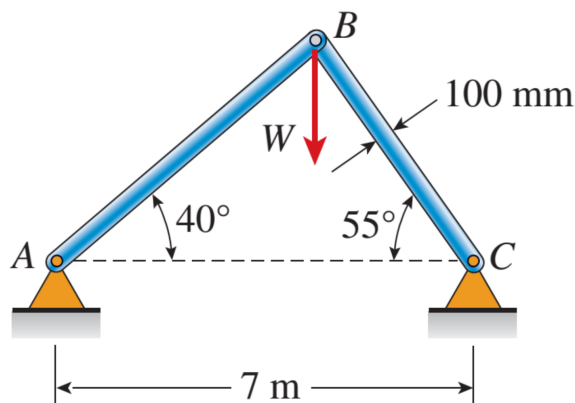


**Resposta:** 6,25%.

15. Uma coluna tubular de alumínio ( $E = 70$  GPa), com comprimento  $L = 3$  m, possui diâmetros interno e externo  $d_1 = 130$  mm e  $d_2 = 150$  mm, respectivamente. A coluna está apoiada nas extremidades e pode flambar em qualquer direção. Calcule o carregamento crítico para as seguintes condições de apoio: a) rótula-rótula; b) livre-engaste; c) engaste-rótula; d) engaste-engaste.

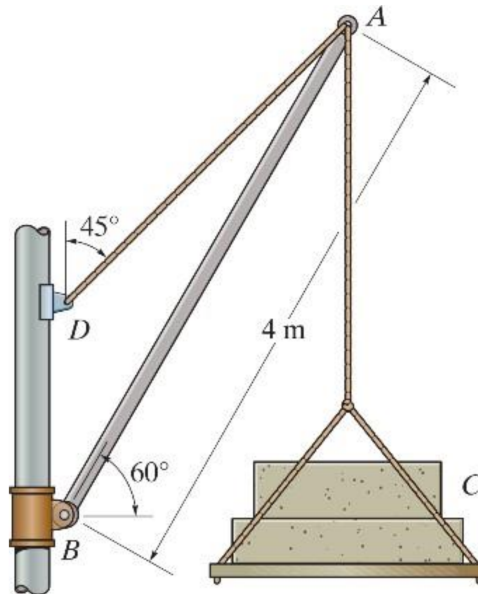
**Respostas:** a) 831 kN, b) 208 kN, c) 1700 kN, d) 3330 kN.

16. A treliça plana  $ABC$  abaixo suporta um carregamento vertical em  $B$ . Cada barra é feita de aço ( $E = 210$  GPa), com diâmetro externo de 100 mm e espessura de 6 mm. Determine o valor máximo de  $W$  de modo que as barras não flambem.



**Resposta:** 213 kN.

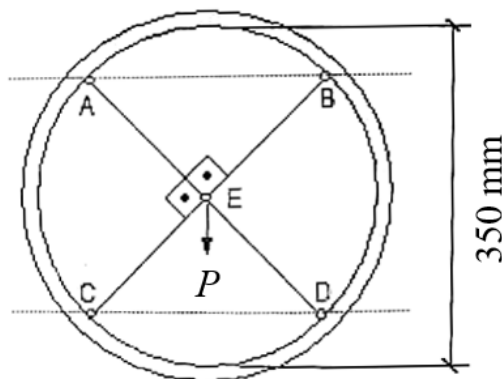
17. Um conjunto de blocos de concreto (500 g, cada) é sustentado por uma corda e uma barra de aço birrotulada AB de seção circular ( $D = 50 \text{ mm}$ ). Determine o número máximo de blocos que o sistema pode suportar de modo que a barra AB não flambe. Considere  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $I = 30,68 \times 10^4 \text{ mm}^4$  e despreze o peso das cordas e das barras do sistema estrutural.



**Resposta:** 2770 blocos.

18. Um elemento de máquina consiste em uma roda rígida conectada ao centro (ponto E) por meio de quatro barras biarticuladas de ferro fundido (AE, BE, CE e DE) com módulo de elasticidade  $E$  igual a 172 GPa, diâmetro da seção transversal de 5 mm, dispostas conforme apresentado na figura a seguir. O ponto E está impedido de transladar na direção perpendicular ao plano da estrutura. Calcule o maior valor da força vertical  $P$  que pode ser aplicada ao ponto E, de modo que nenhuma das quatro barras falhe, através de uma verificação:

- de flambagem das barras comprimidas, utilizando a curva de flambagem de Tetmajer para o ferro fundido, definida pelas equações ao lado da figura;
- de ruptura das barras tracionadas, considerando o limite de resistência à tração do ferro fundido igual a 267 MPa.



Se  $0 < \lambda < 80$ :

$$\bar{\sigma} = 7760 - 120\lambda + 0,56\lambda^2,$$

com  $\bar{\sigma}$  e  $E$  em  $\text{kgf/cm}^2$ .

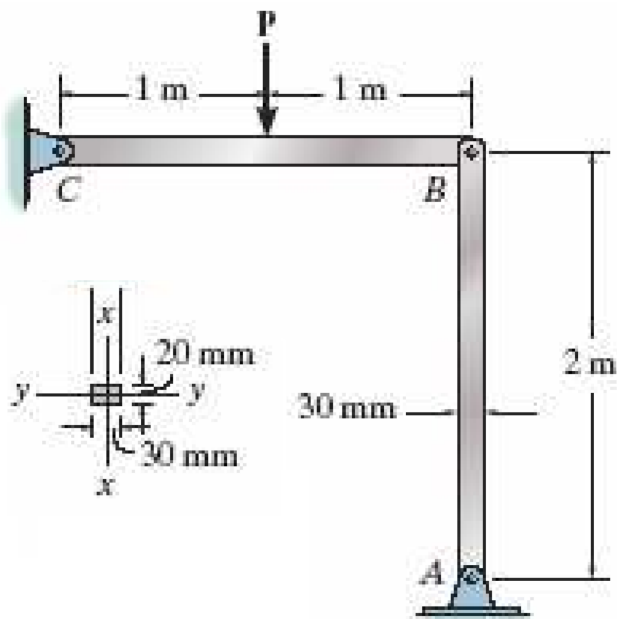
Se  $\lambda \geq 80$  :

$$\bar{\sigma} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

**Respostas:**

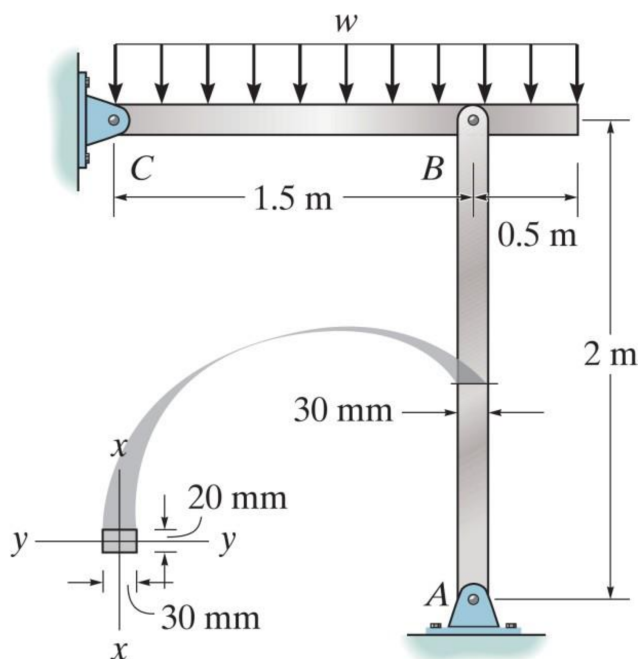
- $P \leq 4802 \text{ N}$ ;
- $P \leq 15305 \text{ N}$ .

19. Uma carga  $P = 20$  kN atua sobre o pórtico mostrado abaixo. Avalie a possibilidade de flambagem da barra de aço  $AB$ , considerando  $E = 200$  GPa e que, em relação ao eixo  $x-x$ , a condição de apoio é rótula-rótula, e em relação ao eixo  $y-y$ , engaste-engaste.



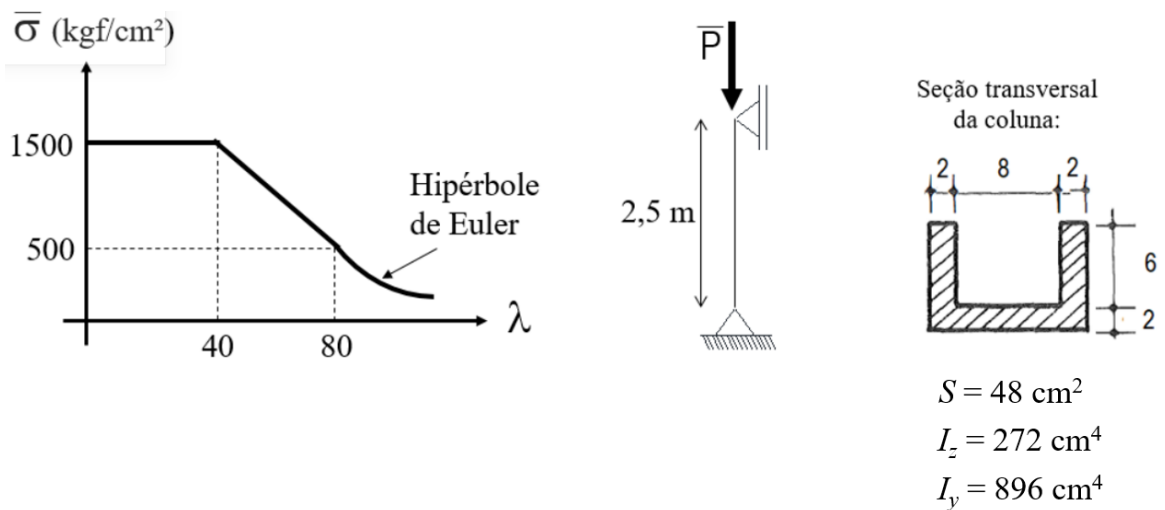
**Resposta:**  $P_{cr} = 22,21$  kN. Logo, a barra  $AB$  não irá flambar.

20. A viga de aço ( $E = 200$  GPa) mostrada abaixo está apoiada em C e em B (onde chega uma coluna de seção retangular) e está sujeita a uma carga distribuída  $w$ . Assim, pede-se determinar o valor máximo de  $w$  de forma que a coluna  $AB$  não flambe. Considere a coluna rotulada/rotulada em relação a  $x-x$  e engastada/engastada em relação a  $y-y$ .



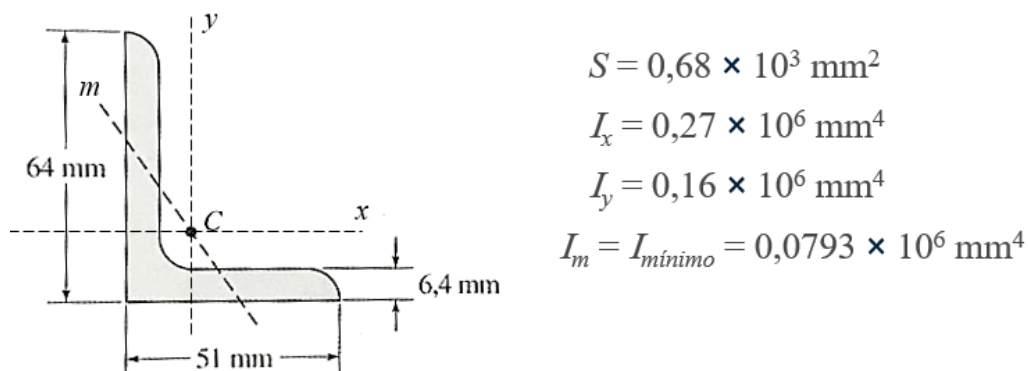
**Resposta:** 16,65 kN/m.

21. Considerando a curva de flambagem apresentada a seguir, calcule a máxima força de compressão que poderá ser aplicada a uma coluna biarticulada de altura 2,5 m, cuja seção transversal também está indicada na figura (cotas em centímetros).



**Resposta:** 13,926 tf

22. Um perfil cantoneira com abas de 64 mm e 51 mm e espessura de 6,4 mm deve operar como uma coluna rotulada nas extremidades e suportar uma carga de 40 kN com coeficiente de segurança  $CS = 2$ . Sabendo que o material possui módulo de elasticidade longitudinal igual a 210 GPa, determine o comprimento máximo  $L$  do componente, de modo a evitar flambagem elástica.



**Resposta:** 1,434 m.

23. Uma coluna de liga de alumínio 6061-T6 deve suportar uma carga axial de 100 kN. Determine o diâmetro necessário para a coluna, considerando que ela possui um comprimento efetivo de 0,4 m. As curvas de flambagem dessa liga estão apresentadas a seguir.

$$\sigma_{adm} = 130 \text{ MPa} \quad \left( \frac{L}{\rho} \leq 9,5 \right)$$

$$\sigma_{adm} = \left[ 140 - 0,87 \left( \frac{L}{\rho} \right) \right] \text{ MPa} \quad \left( 9,5 < \frac{L}{\rho} < 66 \right)$$

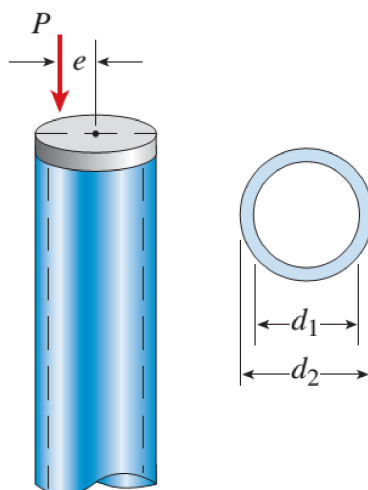
$$\sigma_{adm} = \frac{350 \times 10^3}{(L/\rho)^2} \text{ MPa} \quad \left( \frac{L}{\rho} \geq 66 \right)$$

**Resposta:** 35,5 mm.

### PARTE 3 - FLAMBAGEM EM COLUNAS SUJEITAS À CARGA EXCÊNTRICA

24. Um tubo de aço ( $E = 210$  GPa) possui seção circular vazada ( $d_1 = 60$  mm e  $d_2 = 68$  mm) e comprimento  $L = 2,1$  m. Assumindo condição birrotulada e considerando  $P = 10$  kN e  $e = 30$  mm, determine:

- (a) a máxima tensão de compressão na barra;
- (b) o comprimento máximo  $L$  da barra, caso a tensão admissível no aço seja igual a 50 MPa.

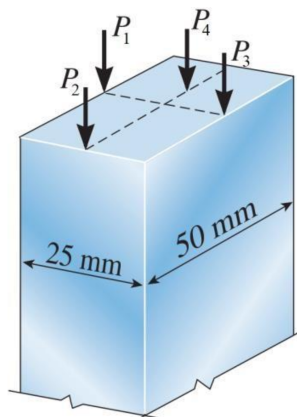


**Respostas:**  $\sigma_{\max} = 38,8$  MPa;  $L_{\max} = 5,03$  m.

25. Uma coluna de aço birrotulada de 3,0 m de comprimento está sujeita ao carregamento indicado na figura abaixo. Para esta situação e considerando a carga  $P_4$  a 10 mm do CG da seção e as demais aplicadas nas extremidades da seção, calcule:

- (a) o valor da máxima deflexão lateral;
- (b) a diferença entre as máximas tensões normais calculadas considerando-se ou não a flambagem.

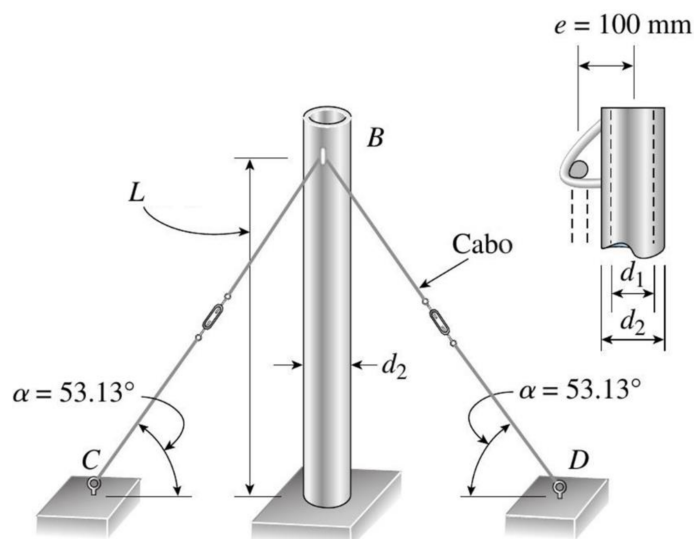
**Dados:**  $E = 200$  GPa,  $P_1 = 5$  kN,  $P_2 = 10$  kN,  $P_3 = 5$  kN,  $P_4 = 2$  kN.



**Respostas:** a) 8,17 mm; b) c/ flambagem: 56,94 MPa, s/ flambagem: 39,68 MPa.

26. Uma coluna de aço AB ( $E = 200$  GPa) de seção transversal anular com  $L = 4$  m de altura está engastada na base e livre no topo. Os diâmetros interno e externo da seção transversal são  $d_1 = 96$  mm e  $d_2 = 110$  mm, respectivamente. O cabo CBD passa por uma anilha que está soldada no topo da coluna. A distância entre o plano do cabo (plano CBD) e o eixo da coluna é dada por  $e = 100$  mm, e os ângulos formados entre o cabo e o solo são  $\alpha = 53,13^\circ$ . Assim, calcule:

- o valor máximo da força  $T$  no cabo, sabendo-se que a deflexão da coluna está limitada a 20 mm;
- a máxima tensão normal usando a equação da secante;
- a máxima tensão normal pela teoria da flexão composta.



**OBS:** os pontos C, B e D são coplanares.

**Respostas:** a) 8,09 kN; b) 34 MPa; c) 29,30 MPa.