Vasos de Pressão de Paredes Finas

PROFS. ALEXANDRE A. CURY E GUSTAVO H. NALON

DEPARTAMENTO DE MECÂNICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Vasos de pressão de paredes finas

<u>Definição</u>:

Vasos de pressão de paredes finas são comumente utilizados na indústria para servir como caldeiras (*boilers*) ou tanques de armazenamento.

Geralmente, esses vasos contém um fluido (líquido ou gasoso) sob pressão (comprimido ou rarefeito) e possuem a seguinte relação entre suas dimensões:

$$\frac{r}{t} \geq 10,$$

onde:
r = raio interno;
t = espessura da parede.

Quando essa relação é atendida, os resultados das análises fornecem erros menores do que 4% com relação aos valores de tensão máxima real nos vasos.

Nas análises a seguir, assumiremos que a pressão do líquido/gás no vaso é a pressão manométrica — ou seja, a pressão acima da pressão atmosférica —, visto que se assume que a pressão atmosférica existe tanto no interior quanto no exterior da parede do vasilhame antes de este ser pressurizado.

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplos:

Vasos de pressão cilíndricos

Vasos de pressão de paredes finas

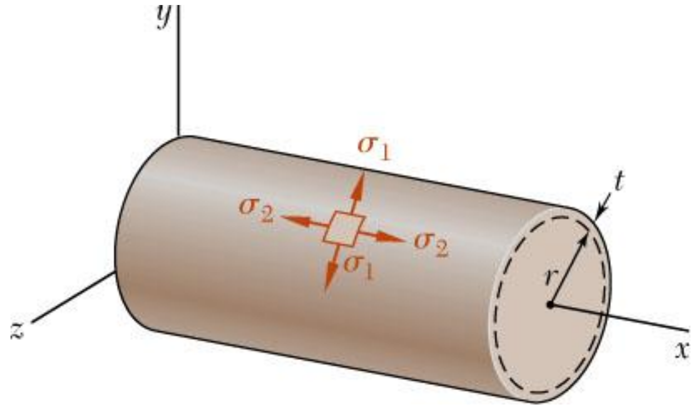
Exemplos:

Vasos de pressão esféricos

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Considere um vaso cilíndrico com parede de espessura *t* e raio interno *r*, contendo um fluido sob uma pressão manométrica *p*:



Devido à simetria axial (axissimetria) do vaso e de seu conteúdo, não haverá nenhuma tensão de cisalhamento sobre o elemento. Assim, as tensões normais σ_1 e σ_2 mostradas na figura acima são, portanto, tensões principais.

A tensão σ_1 é chamada de **tensão circunferencial**.

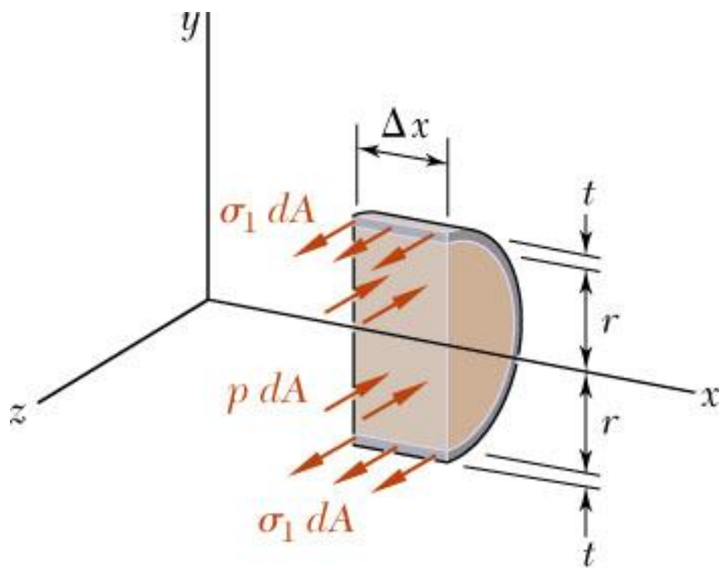
A tensão σ_2 é chamada de **tensão longitudinal**.

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Tensão circunferencial:

Para determinar a tensão circunferencial σ_1, vamos seccionar uma parte do vaso, como mostra a figura abaixo:



As forças paralelas ao eixo *z* que atuam no corpo livre consistem nas forças internas infinitesimais $\sigma_1 dA$ nas seções de parede e nas forças de pressão infinitesimais *pdA* exercidas sobre o fluido.

Assim, assumindo o equilíbrio da força resultante em *z*, vem:

$$\sum F_z = 2\times\sigma_1(t\Delta x) - 2\times p(r\Delta x) = 0$$

Logo,

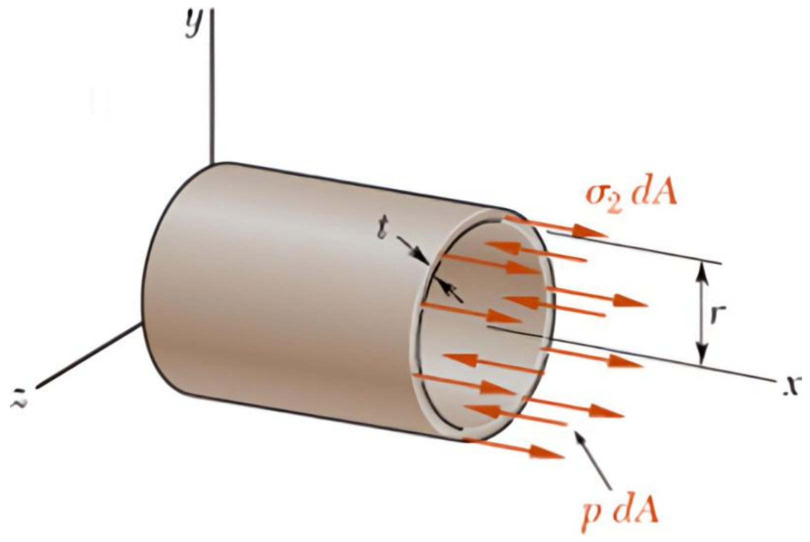
$$\boxed{\sigma_1 = \frac{pr}{t}}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Tensão longitudinal:

Para determinar a tensão circunferencial σ_1, vamos seccionar o vaso transversalmente, como mostra a figura abaixo:



As forças paralelas ao eixo *x* que atuam no corpo livre consistem nas forças internas infinitesimais $\sigma_2 dA$ nas seções de parede e nas forças de pressão infinitesimais *pdA* exercidas sobre o fluido.

Assim, assumindo o equilíbrio da força resultante em *x*, vem:

$$\sum F_x = \sigma_2(2\pi r t) - p(\pi r^2) = 0$$

Logo,

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{pr}{2t}}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Observações importantes:

A tensão circunferencial é duas vezes maior do que a tensão longitudinal (ou axial). Consequentemente, ao fabricar vasos de pressão cilíndricos a partir de chapas, é importante que as juntas longitudinais sejam projetadas para suportar o dobro de tensão em relação às juntas circunferenciais.

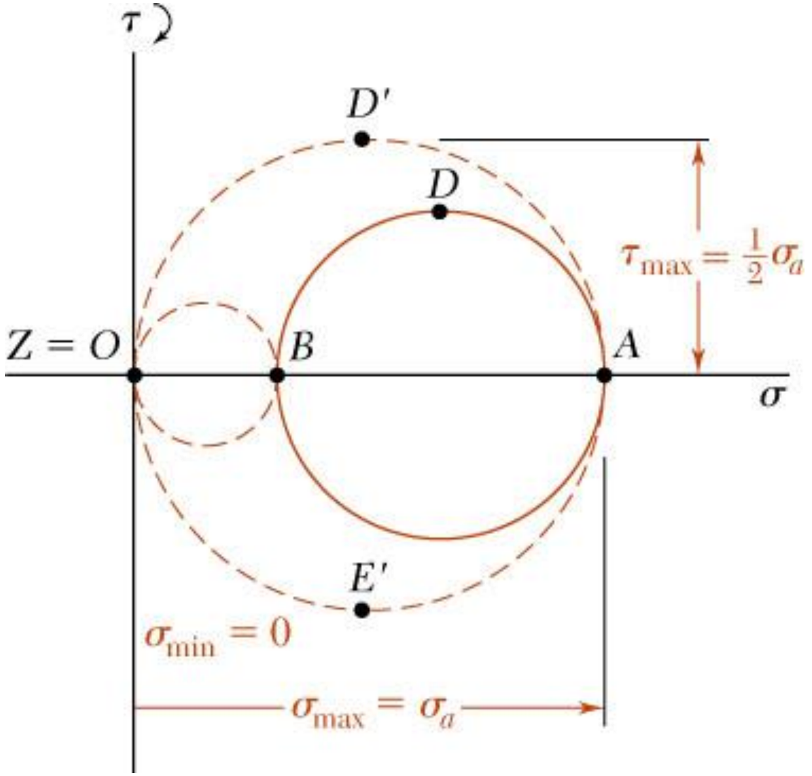
Quando um cano de PVC ou uma mangueira se rompe devido ao excesso de pressão interna, a fissura quase sempre se abre no sentido **longitudinal** (ao longo do comprimento), pois a parede falha primeiro no sentido onde a tensão é duas vezes maior.

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Máxima tensão cisalhante:

Conforme vimos nos últimos slides da aula sobre Estado Plano de Tensões, quando as tensões principais possuem o mesmo sinal, a máxima tensão cisalhante ocorre fora do plano (ponto *D*') e é calculada como:



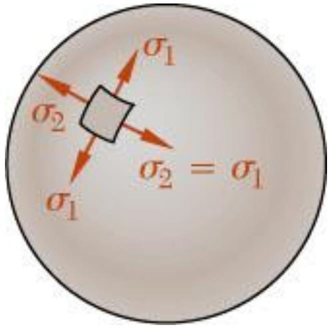
$$\tau^{max}_{\text{(f. do plano)}} = \frac{\sigma_1}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau^{max}_{\text{(f. do plano)}} = \frac{pr}{2t}$$

Já a "máxima" tensão cisalhante no plano é dada por:

$$\tau^{max}_{\text{(no plano)}} = \frac{\sigma_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau^{max}_{\text{(no plano)}} = \frac{pr}{4t}$$

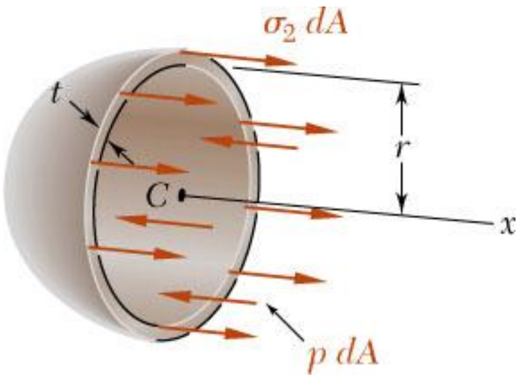
Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios esféricos



Considere um vaso esférico com parede de espessura *t* e raio interno *r*, contendo um fluido sob uma pressão manométrica *p*:

Para determinar a tensão esférica σ_2, vamos seccionar o vaso transversalmente, como mostra a figura abaixo:



Assim, assumindo o equilíbrio da força resultante em *x*, vem:

$$\sum F_x = \sigma_2(2\pi r t) - p(\pi r^2) = 0$$

Logo,

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{pr}{2t}}$$

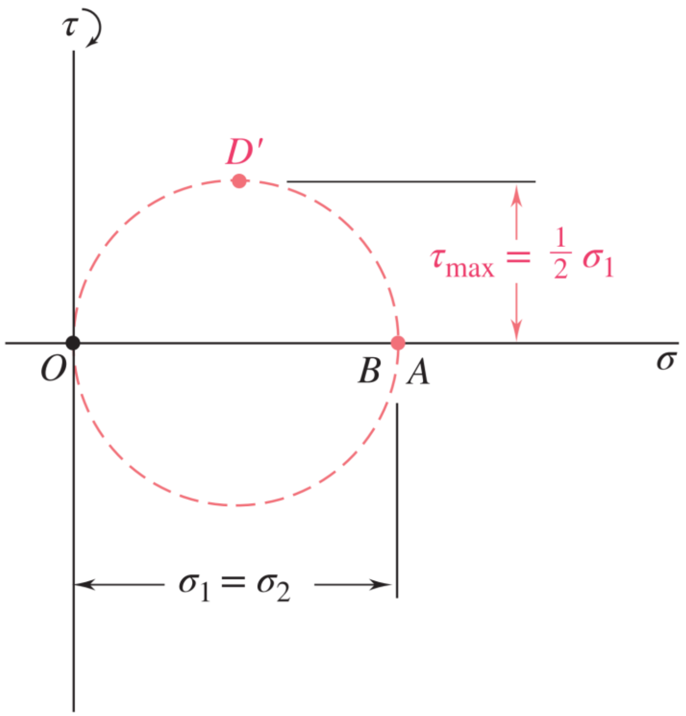
OBS 1: O resultado obtido é idêntico ao obtido para a tensão longitudinal para vasos cilíndricos.
OBS 2: Por razões de simetria, $\sigma_1 = \sigma_2$.

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

Máxima tensão cisalhante:

Como as tensões principais σ_1 e σ_2 são iguais, o círculo de Mohr se reduz a um ponto. Dessa forma, a **máxima tensão cisalhante no plano é zero!**



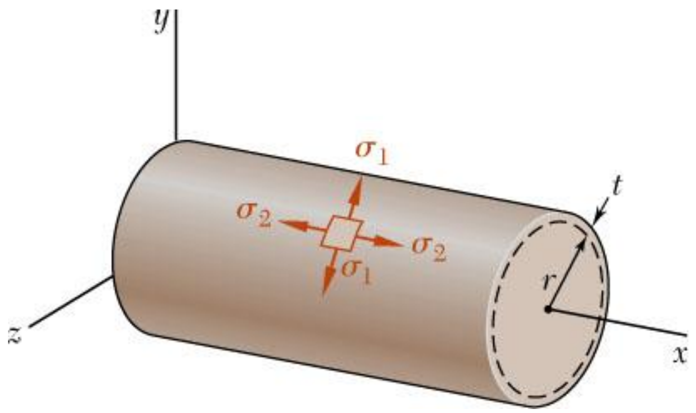
Já a **máxima tensão cisalhante (fora plano)** é dada por:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{pr}{4t}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Resumo

Vasos cilíndricos:



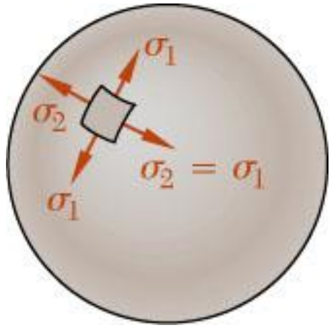
$$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$$

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

$$\tau^{max}_{\text{(f. do plano)}} = \frac{pr}{2t}$$

$$\tau^{max}_{\text{(no plano)}} = \frac{pr}{4t}$$

Vasos esféricos:



$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

$$\tau_{max} = \frac{pr}{4t}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico possui um diâmetro interno de 1,2 m e uma espessura de 12 mm. Determine a máxima pressão interna que ele pode suportar de modo que nem a sua componente de tensão circunferencial nem a longitudinal excedam 140 MPa. Sob as mesmas condições, qual é a máxima pressão interna que um vaso esférico com diâmetro interno semelhante pode suportar?

Vaso cilíndrico:

Tensão circunferencial:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \Rightarrow 140\times10^6 = \frac{p(1200/2)}{12} \Rightarrow p = 2,80\text{MPa}$$

Tensão longitudinal:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} \Rightarrow 140\times10^6 = \frac{p(1200/2)}{2\times12} \Rightarrow p = 5,60\text{MPa}$$

Vaso esférico:

Tensão esférica:

$$\sigma = \frac{pr}{2t} \Rightarrow 140\times10^6 = \frac{p(1200/2)}{2\times12} \Rightarrow p = 5,60\text{MPa}$$

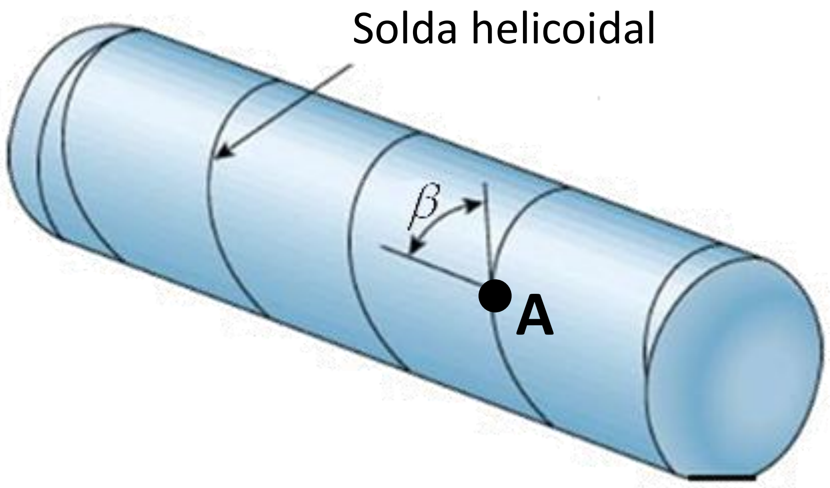
CONCLUSÃO: Embora seja mais difícil de fabricar, o vaso esférico suporta o dobro de pressão interna em relação ao cilíndrico.

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\beta = 55^{\circ}$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(a) as tensões circunferencial e longitudinal;
(b) as tensões cisalhantes máximas no plano e fora do plano;
(c) as deformações na direção circunferencial e longitudinal;
(d) a tensão normal agindo perpendicular à solda;
(e) a tensão cisalhante agindo paralelamente à solda.



Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo β = 55º com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(a) as tensões circunferencial e longitudinal;

Solução:

Tensão circunferencial: $\sigma_1 = \frac{pr}{t} = \frac{(0{,}8)(1800)}{20} = 72$ MPa

Tensão longitudinal: $\sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \frac{(0{,}8)(1800)}{2(20)} = 36$ MPa

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo β = 55º com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(b) as tensões cisalhantes máximas no plano e fora do plano;

Solução:

A tensão cisalhante máxima no plano da superfície do cilindro será:

$$\tau_{no\ plano}^{max} = \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right| = \left|\frac{72-36}{2}\right| = 18 \text{ MPa}$$

A tensão cisalhante máxima fora do plano da superfície do cilindro será:

$$\tau_{f.do\ plano}^{max} = \left|\frac{\sigma_1}{2}\right| = \left|\frac{72}{2}\right| = 36 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo β = 55º com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(c) as deformações na direção circunferencial e longitudinal;

Solução:

$$\left\{ \begin{array}{c} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\} = \frac{1}{E} \left[\begin{array}{ccc} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{array} \right\}$$

Assumindo $x \equiv 2$ e $y \equiv 1$, a deformação na direção longitudinal é:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_1 + \sigma_2 + 0) = \frac{1}{200000}(-0{,}3 \times 72 + 36 + 0) = 72\ \mu\varepsilon$$

E a deformação na direção circunferencial:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2 + 0) = \frac{1}{200000}(72 - 0{,}3 \times 36 + 0) = 306\ \mu\varepsilon$$

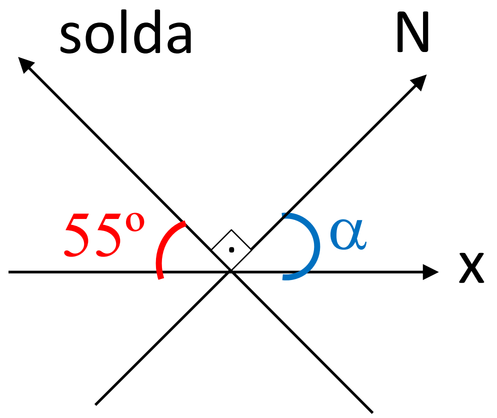
Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\beta = 55^{o}$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(d) a tensão normal agindo perpendicular à solda;

Solução:



$$\sigma_n = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} cos(2\alpha) + \tau_{xy} sen(2\alpha)$$

$$\sigma_n = \frac{36 + 72}{2} + \frac{36 - 72}{2} cos(2 \cdot 35°) + 0 sen(2 \cdot 35°)$$

$$\sigma_n = 47{,}8 \text{ MPa}$$

$\alpha = 180 - 55 - 90 = 35°$

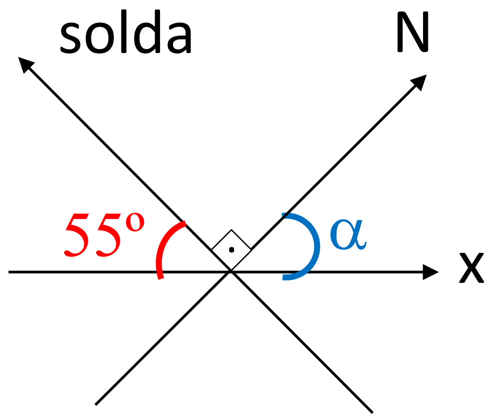
Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\beta = 55^o$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço (E = 200 GPa, υ = 0,30). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(e) a tensão cisalhante agindo paralelamente à solda;

Solução:



$\alpha = 180 - 55 - 90 = 35°$

$$\tau_t = -\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right) sen2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

$$\tau_t = -\left(\frac{36 - 72}{2}\right) sen\left(2 \times 35^o\right) + 0 \cos\left(2 \times 35^o\right)$$

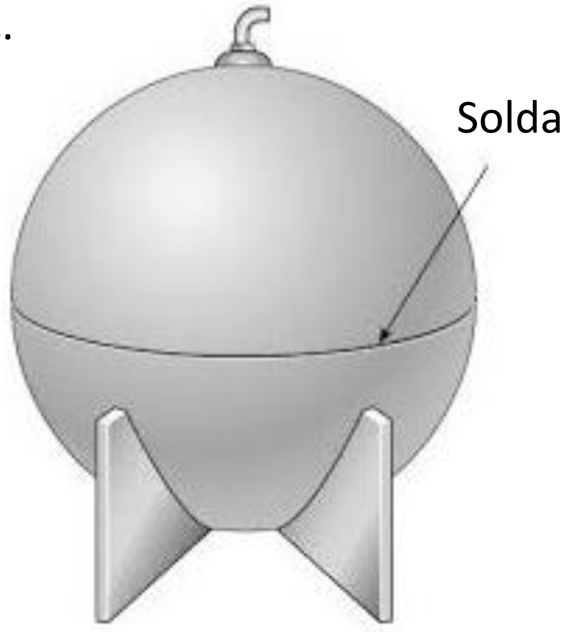
$$\tau_t = 16{,}9 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 3

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço (E = 210 GPa, υ = 0,28), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo-se que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação linear no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é 300 $\mu\varepsilon$.



Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 3

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço (E = 210 GPa, υ = 0,28), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo-se que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação linear no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é 300 $\mu\varepsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na tensão de tração no aço:

$$\sigma_{adm} = \frac{p_{máx}\, r}{2t} \quad \rightarrow \quad p_{máx} = \frac{2\, t\, \sigma_{adm}}{r} = \frac{2(7)(115)}{225} = 7{,}16 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 3

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço (E = 210 GPa, υ = 0,28), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo-se que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação linear no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é 300 $\mu\varepsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na tensão cisalhante no aço:

- No plano da superfície em um ponto qualquer da estrutura: $\tau = 0$

- Fora do plano da superfície em um ponto qualquer da estrutura:

$$\tau_{adm} = \frac{p_{máx}\, r}{4t} \quad \rightarrow \quad p_{máx} = \frac{4\, t(\tau_{adm})}{r} = \frac{4\,(7)(40)}{225} = 4{,}98 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 3

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço (E = 210 GPa, υ = 0,28), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo-se que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação linear no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é 300 $\mu\varepsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na máxima deformação linear no plano da superfície do tanque:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{máx} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2 + 0) = \frac{1}{E}\left(\frac{p_{máx}\, r}{2t}\right)(1-\nu)$$

$$p_{máx} = \frac{2\, t\, E\, \varepsilon_{máx}}{(1-\nu)\, r} = \frac{2\,(7)\,(210000)\,(0{,}0003)}{(1-0{,}28)\,(225)} = 5{,}44 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 3

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço (E = 210 GPa, υ = 0,28), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo-se que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação linear no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é 300 $\mu\varepsilon$.

Solução:

Comparando-se os três valores de pressão máxima admissível calculados anteriormente (7,16 MPa; 4,98 MPa; 5,44 MPa), concluímos que a máxima pressão interna permitida no vaso esférico é igual a **4,98 MPa** (a menor entre as três).

Lei de Hooke Generalizada

Referências:

Esses slides foram preparados usando como base:

1) Beer, Johnston – Mecânica dos Materiais – 6ª ed.
2) Gere, James; Goodno, Barry – Mecânica dos Materiais – 7ª ed.
3) Ribeiro, José; Oliveiro, Diogo - Tensões em vasos de pressão de paredes finas, CIV 150 – Resistência dos Materiais 1, UFV.