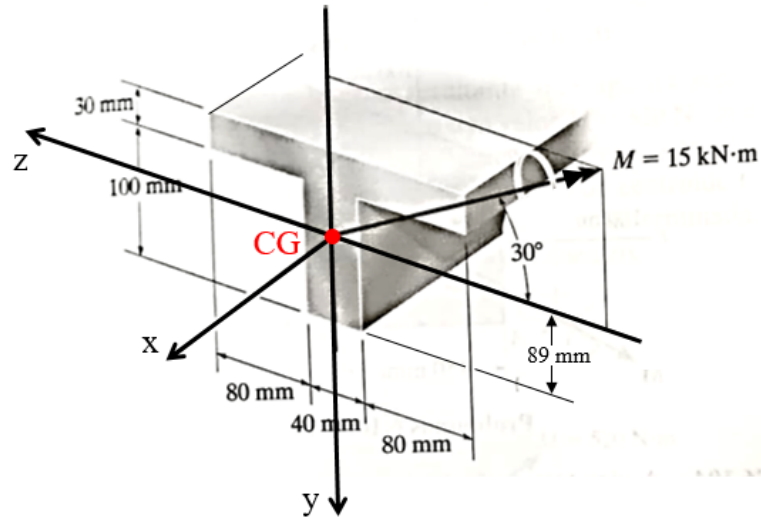


LISTA DE EXERCÍCIOS 1

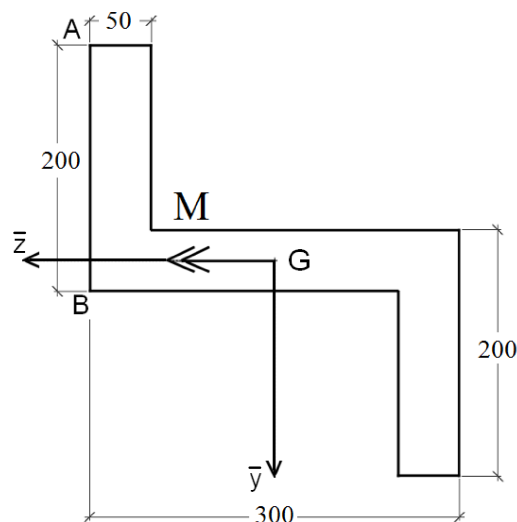
PARTE 1 - FLEXÃO PURA OBLÍQUA

1. Uma viga de seção transversal em T está sujeita a um momento fletor M , no plano yz , cuja inclinação é mostrada na figura abaixo. Determine a tensão normal máxima na viga e indique se ela é de tração ou compressão. **Dados:** $I_z = 13,92 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ e $I_y = 20,53 \times 10^{-6} \text{ m}^4$.



Resposta: Máxima tensão de tração: 74,8 MPa. Máxima tensão de compressão: -90,3 MPa.

2. A seção abaixo (dimensões em mm) está submetida a um momento fletor $M = 250 \text{ Nm}$, atuando na direção \bar{z} . **Dados:** $I_{\bar{z}} = 181,25 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_{\bar{y}} = 350 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $I_{\bar{y}\bar{z}} = -187,5 \times 10^6 \text{ mm}^4$.
- (a) Determine a equação da tensão normal em relação ao sistema de eixos baricêntricos (\bar{y} , \bar{z}) e calcule as tensões normais nos pontos A e B.
- (b) Determine a posição da linha neutra.

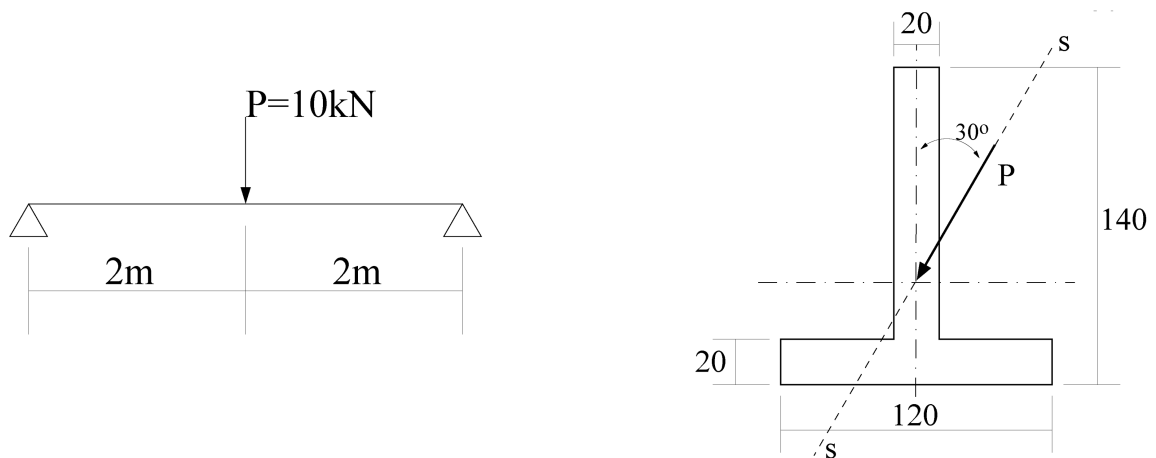


Respostas:

- (a) $\sigma_x = (3,09 \bar{y} + 1,66 \bar{z}) \times 10^{-3} \text{ MPa}$; $\sigma_A = -0,293 \text{ MPa}$; $\sigma_B = 0,326 \text{ MPa}$
- (b) $\bar{y} = -0,5357 \bar{z}$; $\theta = -28,18^\circ$ (horário a partir de \bar{z})

3. Para a seção crítica da viga biapoiada mostrada na figura abaixo, encontre a posição da linha neutra, determine os valores das tensões normais máximas e trace o diagrama de tensões normais. As dimensões da seção estão em milímetros.

Dados: $I_z = 8,84 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_y = 2,96 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $\bar{y} = 45 \text{ mm}$ (marcado na direção vertical, a partir do bordo inferior da seção transversal).

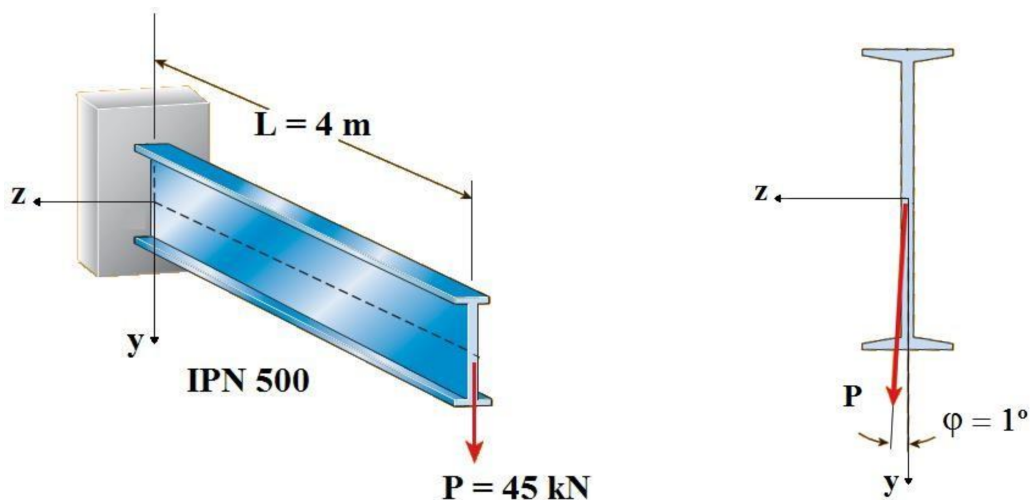


Respostas: $\theta = -59,89^\circ$ (horário a partir de z); $\sigma_{\max}^T = 145,44 \text{ MPa}$; $\sigma_{\max}^C = -109,96 \text{ MPa}$.

4. Uma viga engastada de 4 m de comprimento é construída a partir de um perfil metálico do tipo IPN 500. Uma carga $P = 45 \text{ kN}$ age na direção vertical, na extremidade da viga.

- (a) Determine a posição da linha neutra (LN) e as tensões de flexão máximas (tração e compressão) na viga se a carga P agir na vertical, isto é, perfeitamente alinhada ao eixo y da seção transversal, conforme mostrado na figura da esquerda.
- (b) Determine a posição da LN e as tensões de flexão máximas (tração e compressão) se a carga estiver inclinada de um pequeno ângulo $\varphi = 1^\circ$ em relação ao eixo y (figura da direita).

Dados: $I_z = 687,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_y = 24,8 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $b = 185 \text{ mm}$ e $h = 500 \text{ mm}$.

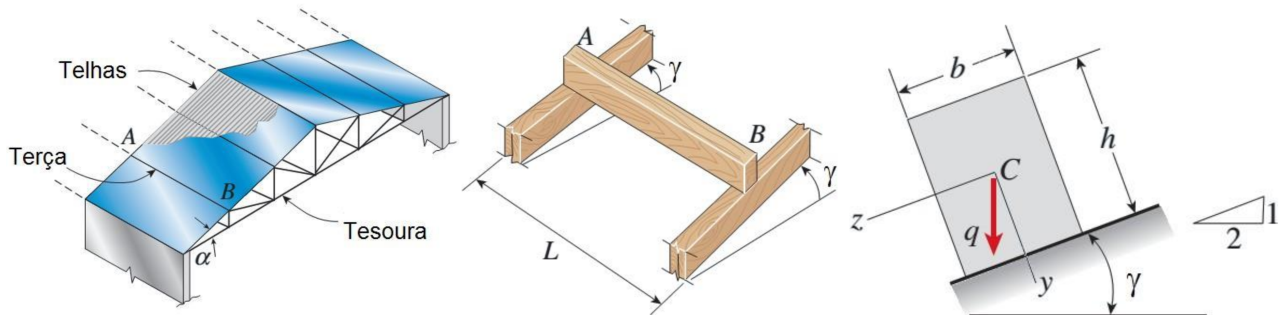


Respostas:

- (a) LN $\equiv z$ e $\sigma = 65,46 \text{ MPa}$
- (b) LN faz $-25,82^\circ$ com o eixo z e $\sigma = 77,17 \text{ MPa}$

5. As figuras abaixo representam o esquema usual de telhados na construção civil. Uma viga de madeira AB, denominada terça, possui seção retangular e é montada com uma inclinação 1 : 2. Para essa situação e considerando $b = 100 \text{ mm}$, $h = 150 \text{ mm}$, $L = 1,6 \text{ m}$ e $q = 3,0 \text{ kN/m}$, determine:

- A posição da linha neutra;
- As máximas tensões de tração e compressão na seção.

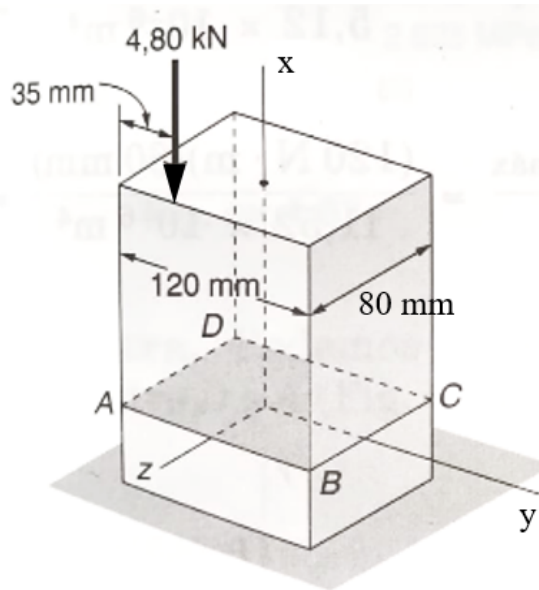


Respostas:

- LN faz $-48,37^\circ$ com o eixo z
- $\sigma_T = 4,00 \text{ MPa}$ e $\sigma_C = -4,00 \text{ MPa}$

PARTE 2 - FLEXÃO COMPOSTA

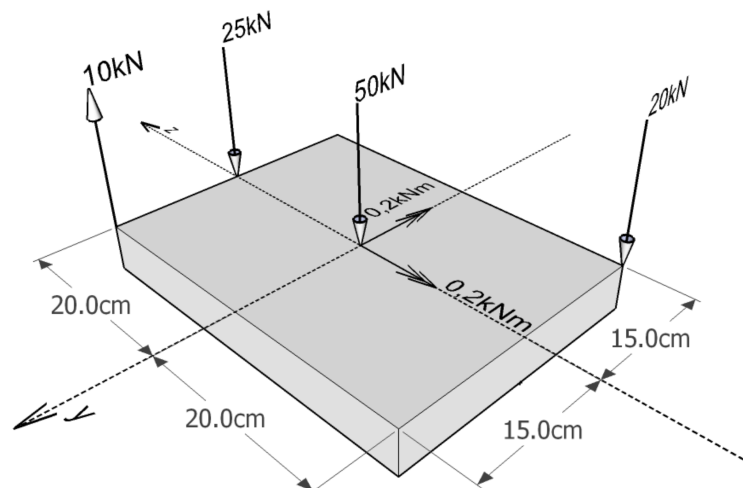
6. Um elemento estrutural de seção transversal retangular está sujeito a uma força aplicada excentricamente. Determine as tensões normais nos pontos A, B, C e D.



Respostas: $\sigma_A = -2,625 \text{ MPa}$, $\sigma_B = -1,375 \text{ MPa}$, $\sigma_C = 1,625 \text{ MPa}$, $\sigma_D = 0,375 \text{ MPa}$

7. A figura abaixo ilustra o carregamento atuante na seção transversal do topo de um pilar. Para essa situação, determine:

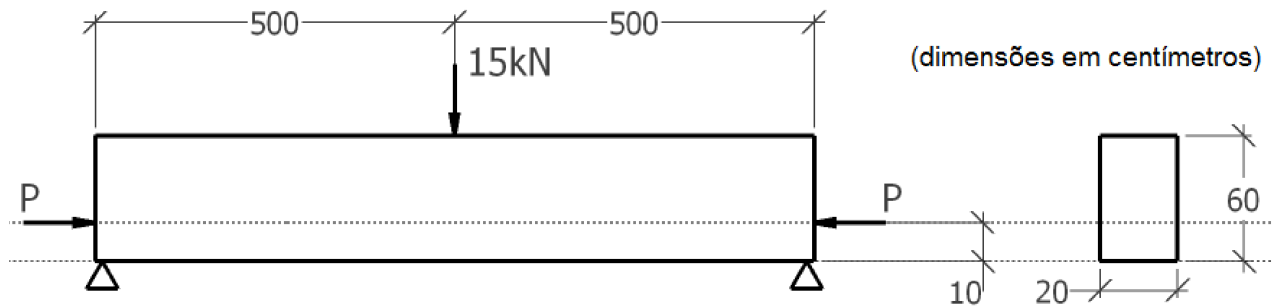
- a carga axial equivalente excêntrica (N_x , e_z , e_y);
- a linha neutra (traçar sobre a seção transversal);
- as tensões normais máximas de tração e de compressão (em MPa).



Respostas:

- $N_x = -85 \text{ kN}$; $e_z = -1,41 \text{ cm}$; $e_y = -5,06 \text{ cm}$
- $y_0 = 14,83 \text{ cm}$; $z_0 = 94,44 \text{ cm}$
- $\sigma_{\max}^T = 0,158 \text{ MPa}$; $\sigma_{\max}^C = -1,575 \text{ MPa}$

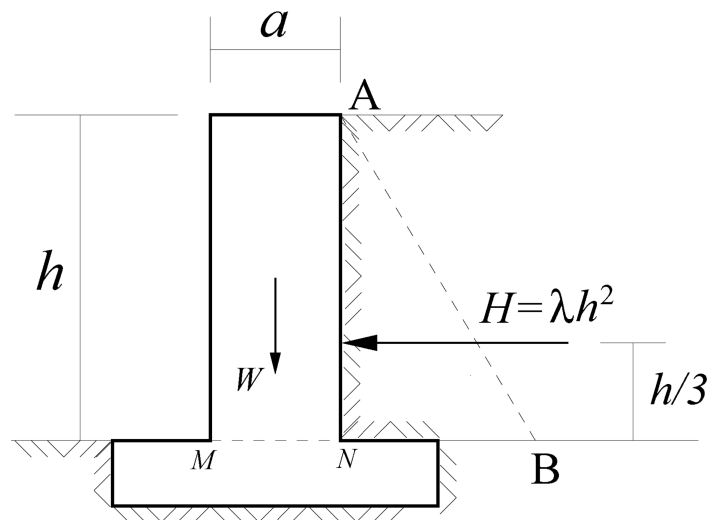
8. Para a viga mostrada abaixo, calcule a força mínima de protensão aplicada sobre o eixo de simetria vertical da seção para que a tensão normal no ponto mais tracionado seja menor ou igual a 1,125 MPa. Em seguida, esboce o diagrama final de tensões.



Respostas: $P_{\max} = 80 \text{ kN}$; $\sigma_{\max}^T = 1,125 \text{ MPa}$; $\sigma_{\max}^C = -2,458 \text{ MPa}$

9. O muro de alvenaria mostrado na figura a seguir possui peso específico $\omega = 20 \text{ kN/m}^3$, profundidade a e altura h . Esse muro recebe um empuxo horizontal com distribuição linear ao longo de sua altura. A força resultante, por metro de comprimento, é dada por $H = \lambda h^2$, onde $\lambda = 2500 \text{ N/m}^2$. Para esta situação:

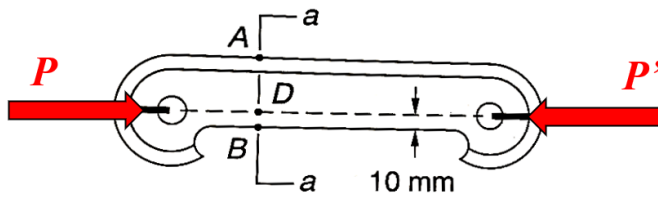
- Trace o diagrama de tensões normais ao longo da seção MN considerando $a = 1,5 \text{ m}$ e $h = 4,0 \text{ m}$.
- Determine a profundidade do muro a para que, mantida a altura $h = 4,0 \text{ m}$, a tensão em N seja nula.



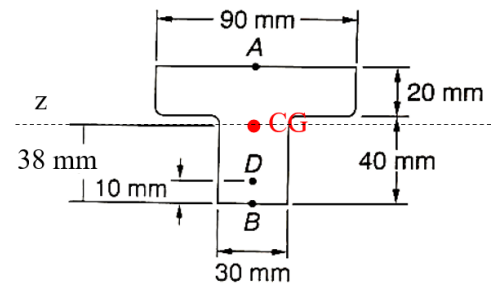
Respostas:

- $\sigma_{\max}^T = 0,062 \text{ MPa}$; $\sigma_{\max}^C = -0,222 \text{ MPa}$
- $a = 2,0 \text{ m}$

10. O elemento de máquina indicado na figura é feito de ferro fundido e tem tensões admissíveis de 30 MPa à tração e de 120 MPa à compressão. Calcule a maior força P que pode ser aplicada no sentido indicado na figura a seguir.



Corte a-a

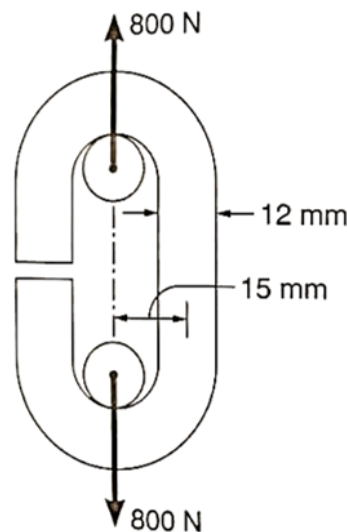


$$S = 30 \text{ cm}^2$$

$$I_z = 868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

Resposta: 77 kN.

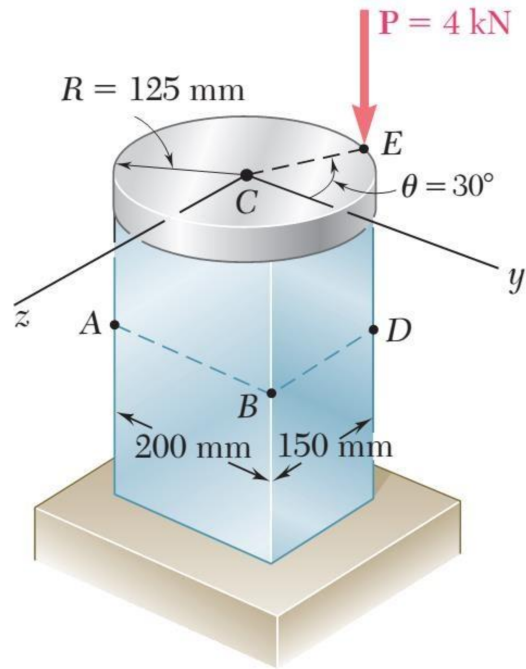
11. Um elo de corrente aberto é obtido quando se flexiona uma barra de aço de 12 mm de diâmetro na forma indicada na figura abaixo. Sabendo-se que a corrente deve suportar uma carga de 800 N, determine a tensão máxima de tração e de compressão, na parte reta do elo.



Respostas: $\sigma_t = 77,8 \text{ MPa}$ e $\sigma_c = -63,6 \text{ MPa}$.

12. Uma placa rígida circular com raio de 125 mm está presa a um pilarete retangular maciço de seção $150 \times 200 \text{ mm}$, com o centro da placa alinhado ao centro do pilarete. Uma força $P = 4 \text{ kN}$ é aplicada no ponto E da placa. Para esta situação, determine:

- A tensão normal nos pontos A e B do pilarete;
- A equação da linha neutra, identificando os pontos onde ela intercepta os eixos y e z ;
- O diagrama de tensões da seção.



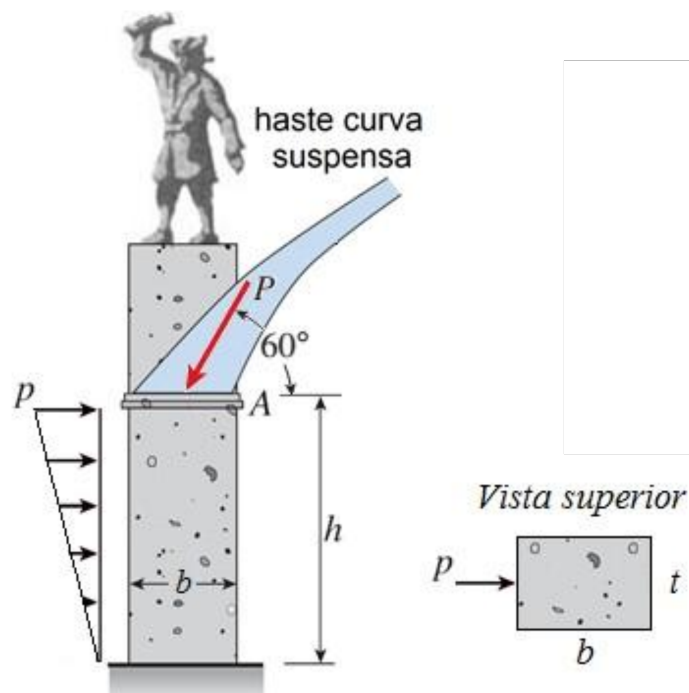
Respostas:

(a) $\sigma_A = 0,633 \text{ MPa}$ e $\sigma_B = -0,233 \text{ MPa}$

(b) $-0,133 - 0,00433 y + 0,00444 z = 0$, $y_0 = -30,80 \text{ mm}$ e $z_0 = 30 \text{ mm}$

13. Uma haste curva suspensa transmite uma carga inclinada $P = 35 \text{ kN}$ a 60° para o centro de gravidade do topo de um pilar de pedra de seção retangular $b \times t$. Sabendo-se que o peso específico da pedra é $\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$ e que este pilar também suporta uma carga lateral de vento $p = 1 \text{ kN/m}$, determine o peso mínimo W da estátua para que não existam tensões de tração no pilar. Desconsidere o peso do pilar acima do ponto A .

Dados: $h = 5 \text{ m}$, $b = 1,5 \text{ m}$ e $t = 1,0 \text{ m}$.

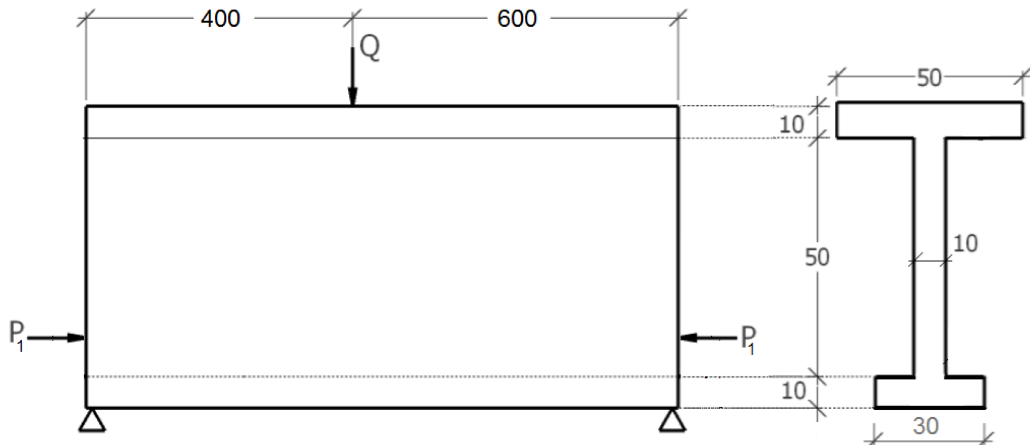


Resposta: $W = 91,36 \text{ kN}$

14. Sobre viga protendida mostrada na figura abaixo atua uma carga vertical $Q = 30 \text{ kN}$. De modo a manter a tensão normal nula no ponto mais tracionado da viga, aplicou-se uma carga de protensão $P_1 = 150 \text{ kN}$ a 325 mm abaixo do CG da seção (\bar{y}).

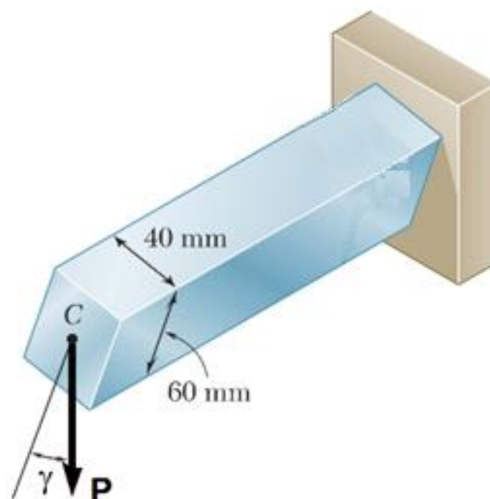
No entanto, deseja-se substituir este esquema de protensão por um outro, no qual uma força $P' = 75 \text{ kN}$ é aplicada na mesma posição de P_1 e uma outra força $P'' = 70 \text{ kN}$ é aplicada a uma distância d do CG da seção. Este arranjo é possível? Se sim, qual o valor de d ? Se não, justifique a sua resposta.

Dados: $I_z = 8,03 \times 10^9 \text{ mm}^4$, $\bar{y} = 400 \text{ mm}$, $S = 1,30 \times 10^5 \text{ mm}^2$.



Resposta: Sim, é possível: $d = 360,48 \text{ mm}$.

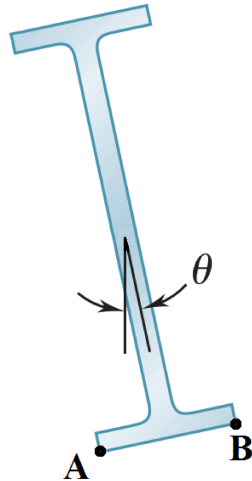
15. Uma barra engastada e livre, de seção retangular e com 30 cm de comprimento, foi construída de modo que a face medindo 60 mm forma um ângulo $\gamma = 30^\circ$ com a vertical. Para esta situação, determine o maior valor que a carga P pode assumir (em Newtons), de modo que a máxima tensão normal de tração não ultrapasse 15 MPa.



Resposta: 742,56 N.

16. A seção I mostrada abaixo está sujeita à flexão pura. Sabendo-se que o eixo da alma da seção forma um ângulo θ com a vertical e que esta, por sua vez, coincide com o eixo de solicitação, calcule:

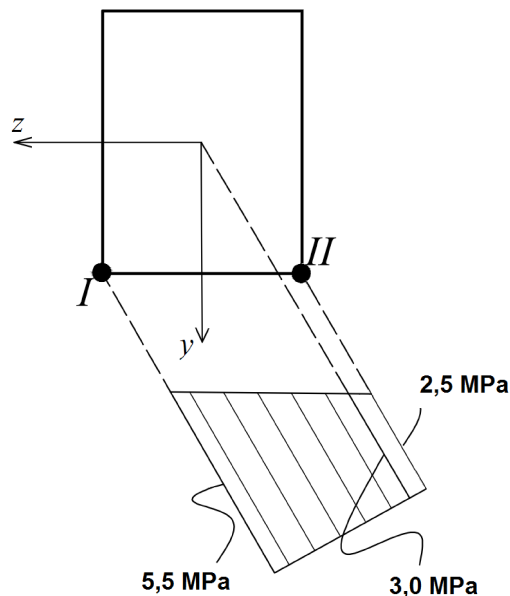
- o ângulo θ , de forma que a tensão normal no ponto A seja o triplo da tensão normal no ponto B;
- a posição da linha neutra (LN), caso $\theta = 30^\circ$.



Considere $\frac{h_{\text{seção}}}{b_{\text{seção}}} = 4$ e $\frac{I_{\bar{z}}}{I_{\bar{y}}} = 10$, onde \bar{z} e \bar{y} representam os eixos baricêntricos, e admita que os pontos A e B estejam sujeitos à tração.

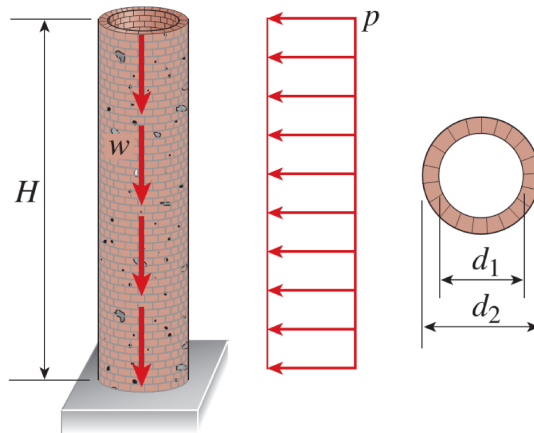
Respostas: a) $11,31^\circ$; b) $-80,17^\circ$.

17. Uma seção retangular (200 x 500 mm) está sujeita a uma carga excêntrica que gera uma flexão composta, cujo diagrama de tensão está apresentado abaixo. Assim, determine a posição de aplicação e o valor desta carga.



Respostas: $N = 300 \text{ kN}$; $y_c = 27,78 \text{ mm}$ e $z_c = 16,67 \text{ mm}$.

18. A chaminé mostrada abaixo possui altura H e pesa $w = 10 \text{ kN/m}$. Os diâmetros interno e externo são $d_1 = 0,9 \text{ m}$ e $d_2 = 1,2 \text{ m}$, respectivamente. Além disso, a chaminé sofre a ação de uma carga lateral $p = 0,70 \text{ kN/m}$. Sabendo-se que o conjunto argamassa/tijolo não suporta tensões de tração, determine a máxima altura H (em metros) admissível para esta estrutura.
- Dados:** $S = 4,95 \times 10^5 \text{ mm}^2$, $I_z = I_y = 6,96 \times 10^{10} \text{ mm}^4$.

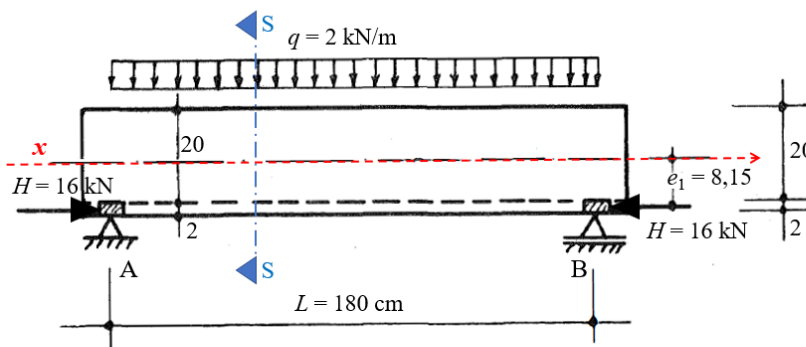


Resposta: $H = 6,70 \text{ m}$.

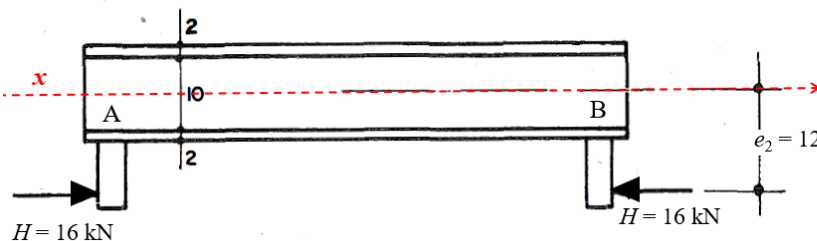
19. Uma viga biapoiada está submetida a um carregamento vertical uniformemente distribuído $q = 2 \text{ kN/m}$ e também a um sistema de protensão externa no qual uma força de protensão $H = 16 \text{ kN}$ é aplicada conforme apresentado na figura a seguir. Determine as tensões normais nos pontos 1, 2, 3 e 4 da seção transversal localizada:

- (a) no meio do vão da viga;
 (b) nos apoios da viga.

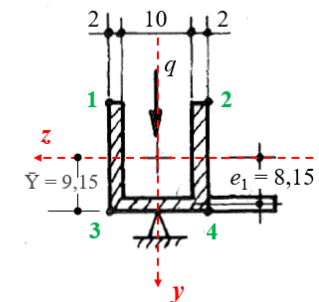
PERFIL LONGITUDINAL:



VISTA SUPERIOR:



SEÇÃO TRANSVERSAL (S-S):



(dimensões em centímetros)

$$S = 108,00 \text{ cm}^2$$

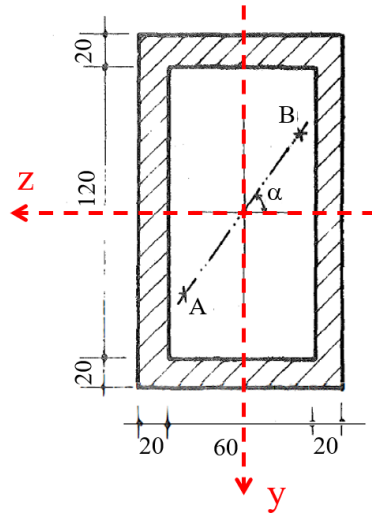
$$I_z = 5185,63 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 3364,00 \text{ cm}^4$$

Respostas:

- (a) $\sigma_1 = 3,74 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -4,25 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = 1,64 \text{ MPa}$, $\sigma_4 = -6,35 \text{ MPa}$.
 (b) $\sigma_1 = 5,74 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = -2,25 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = 0,22 \text{ MPa}$, $\sigma_4 = -7,77 \text{ MPa}$.

20. Uma carga de compressão P de 50 kN deverá percorrer, em condições de segurança, o segmento de reta AB da seção transversal mostrada na figura a seguir (dimensões em milímetros). Este segmento está orientado de um ângulo $\alpha = 36,87^\circ$ em relação ao eixo horizontal, conforme indicado na figura. Sabendo-se que a estrutura é feita de um material com valores absolutos de tensão admissível de tração $\sigma_T = 2,5$ MPa e tensão admissível de compressão $\sigma_C = 15,0$ MPa, determine comprimento do segmento AB .



(dimensões em milímetros)

$$S = 8800 \text{ mm}^2$$

$$I_z = 2,5493 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 1,1173 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Resposta: 59,5 mm.

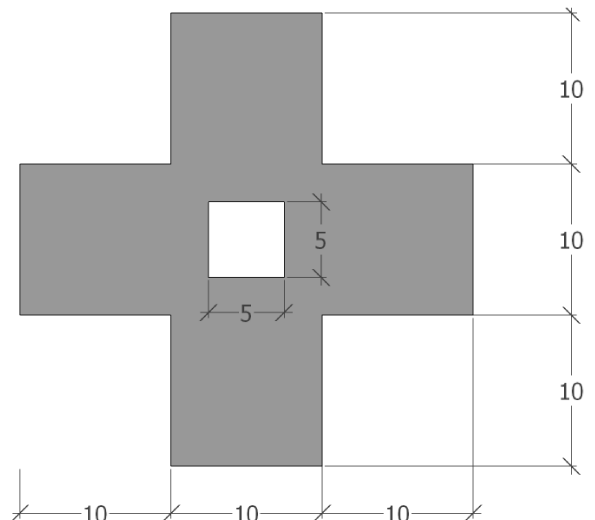
PARTE 3 - NÚCLEO CENTRAL DE INÉRCIA

21. Determine as coordenadas do núcleo central de inércia (dimensões em cm) e trace-os sobre a seção. **Dados:** a) $S = 500 \text{ cm}^2$ e $I_z = I_y = 24.166,67 \text{ cm}^4$; b) $S = 475 \text{ cm}^2$ e $I_z = I_y = 24.156,25 \text{ cm}^4$.

a)



b)



Respostas:

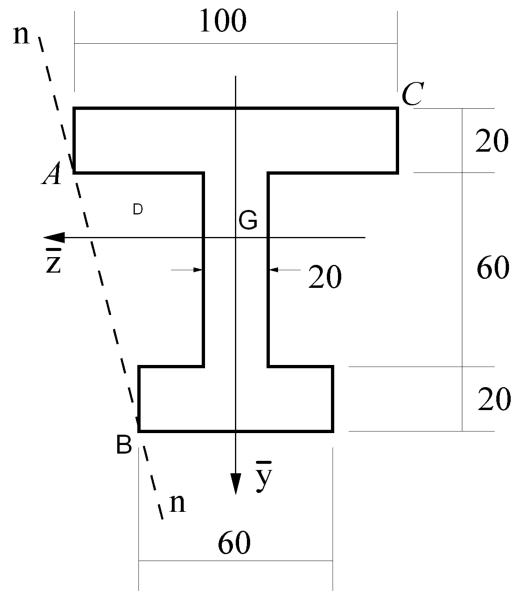
(a) Pontos: (3,22; 0); (-3,22; 0); (0; 3,22); (0; -3,22); (2,42; 2,42); (-2,42; 2,42); (2,42; -2,42); (-2,42; -2,42)

(b) Pontos: (3,38; 0); (-3,38; 0); (0; 3,38); (0; -3,38); (2,54; 2,54); (-2,54; 2,54); (2,54; -2,54); (-2,54; -2,54)

22. Para a seção transversal mostrada abaixo, com dimensões em milímetros, determine:

- A posição do centro de solicitação associado à linha neutra $n-n$ em relação aos eixos baricêntricos \bar{z} e \bar{y} ;
- As tensões normais nos pontos A , G (centroide) e C , considerando $N = 10$ kN.

Dados: $I_z = 5,35 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_y = 2,07 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $\bar{y} = 57,3 \text{ mm}$ (marcado na direção vertical, a partir do bordo inferior da seção transversal).

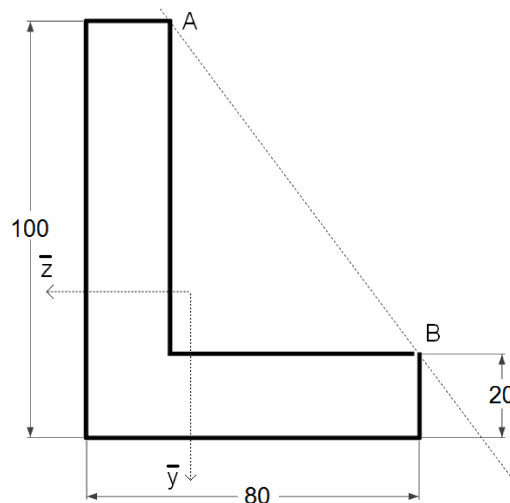


Respostas:

- $y_c = -6,86 \text{ mm}$; $z_c = -10,60 \text{ mm}$
- $\sigma_A = 0$; $\sigma_G = 2,27 \text{ MPa}$; $\sigma_C = 5,38 \text{ MPa}$

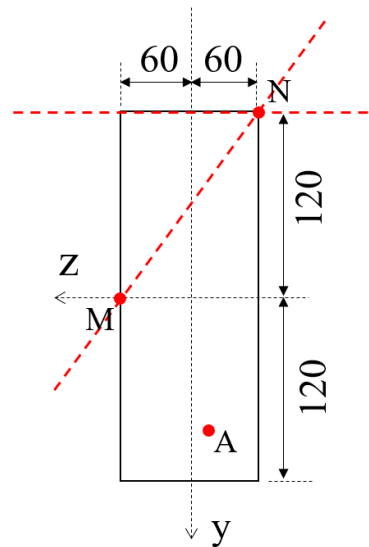
23. Para a seção em L mostrada abaixo, determine, em relação aos eixos baricêntricos (\bar{z}, \bar{y}) , o centro de solicitação associado à linha neutra que passa pelos pontos A e B .

Dados: $\bar{y} = 35 \text{ mm}$, $\bar{z} = 25 \text{ mm}$, $I_{\bar{z}} = 2,91 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_{\bar{y}} = 1,63 \times 10^6 \text{ mm}^4$ e $I_{\bar{z}\bar{y}} = -1,20 \times 10^6 \text{ mm}^4$.



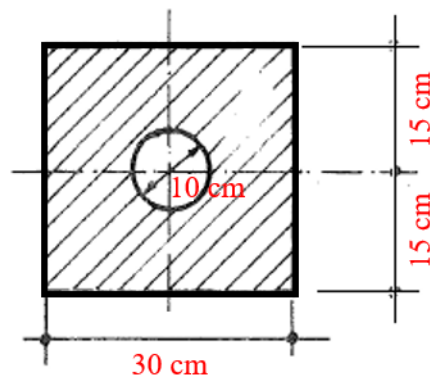
Respostas: $y_c = 7,00 \text{ mm}$; $z_c = 5,19 \text{ mm}$

24. No ponto A (com coordenadas $y = +80$ mm e $z = -10$ mm) da seção transversal ilustrada abaixo (dimensões indicadas em milímetros) é aplicada uma força P_1 de compressão que posiciona a linha neutra na direção MN indicada. Em que coordenadas devemos aplicar uma nova força P_2 de compressão (com a força P_1 ainda aplicada), de modo a se obter uma linha neutra horizontal, passando pelo ponto N?



Respostas: $y_c = 0$ mm e $z_c = 10$ mm.

25. Determine o núcleo central de inércia da seção transversal abaixo.



Resposta:

