

Vasos de Pressão de Paredes Finas

PROFS. ALEXANDRE A. CURY E GUSTAVO H. NALON

DEPARTAMENTO DE MECÂNICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Vasos de pressão de paredes finas

Definição

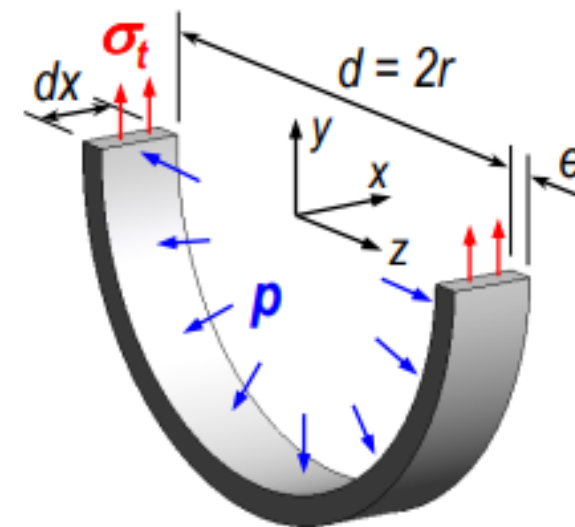
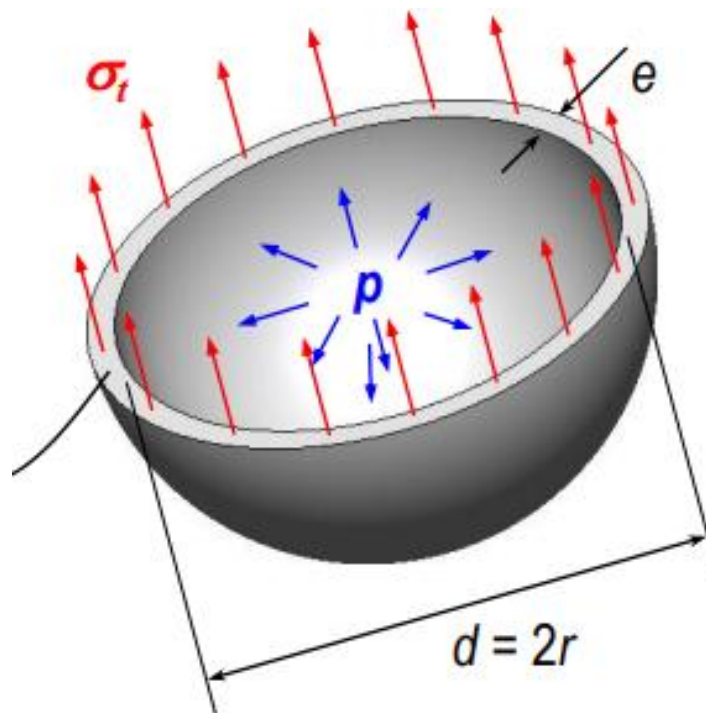
Um vaso pressurizado de parede fina consiste em um recipiente que contém um fluido (líquido ou gasoso) sob pressão (comprimido ou rarefeito) e que possui a seguinte relação entre suas dimensões:

$$\frac{r}{e} \geq 10, \text{ onde:}$$

r = raio interno;

e = espessura da parede.

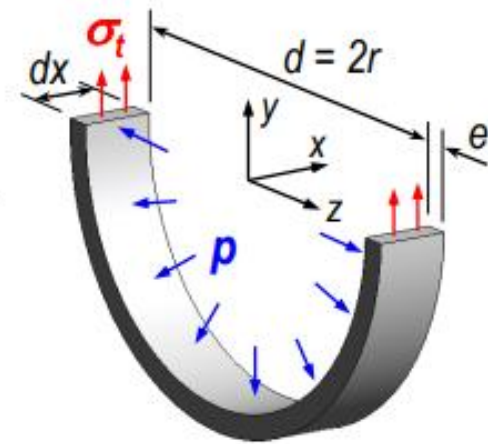
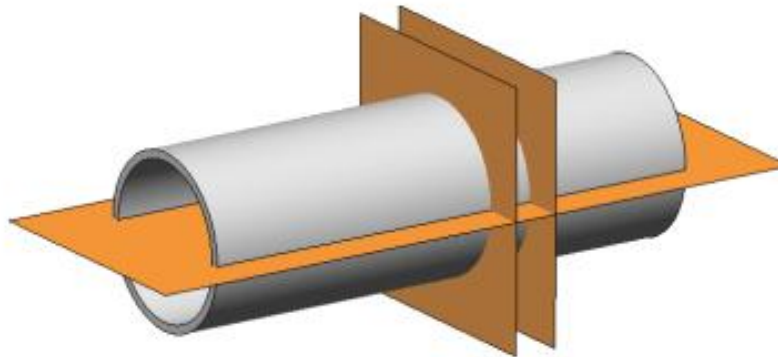
Quando essa relação for atendida, os resultados das análises fornecerão erros menores que 4%, com relação aos valores de tensão máxima real nos vasos.



Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

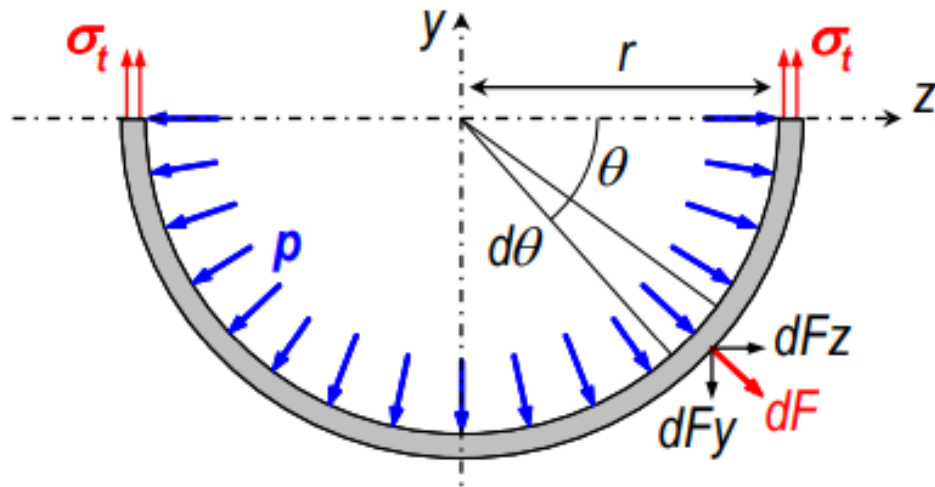
Considere um vaso cilíndrico com parede de espessura e e raio interno r , conforme mostrado na figura abaixo.



Primeiramente, obteremos a tensão circunferencial ou tangencial σ_t .

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos



Infinitésimo de força resultante:

$$dF = p dA = p (r d\theta) dx$$

Infinitésimo de força na direção y:

$$dF_y = dF \sin\theta$$

Equilíbrio:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\int_0^\pi dF_y - 2 \sigma_t e dx = 0$$

$$\int_0^\pi dF \sin\theta = 2 \sigma_t e dx$$

$$\int_0^\pi p r \sin\theta d\theta dx = 2 \sigma_t e dx$$

$$p r dx \int_0^\pi \sin\theta d\theta = 2 \sigma_t e dx$$

$$2 \sigma_t e = p r \int_0^\pi \sin\theta d\theta$$

$$2 \sigma_t e = p r [-\cos\theta]_0^\pi$$

$$2 \sigma_t e = -p r [(-1) - (+1)]$$

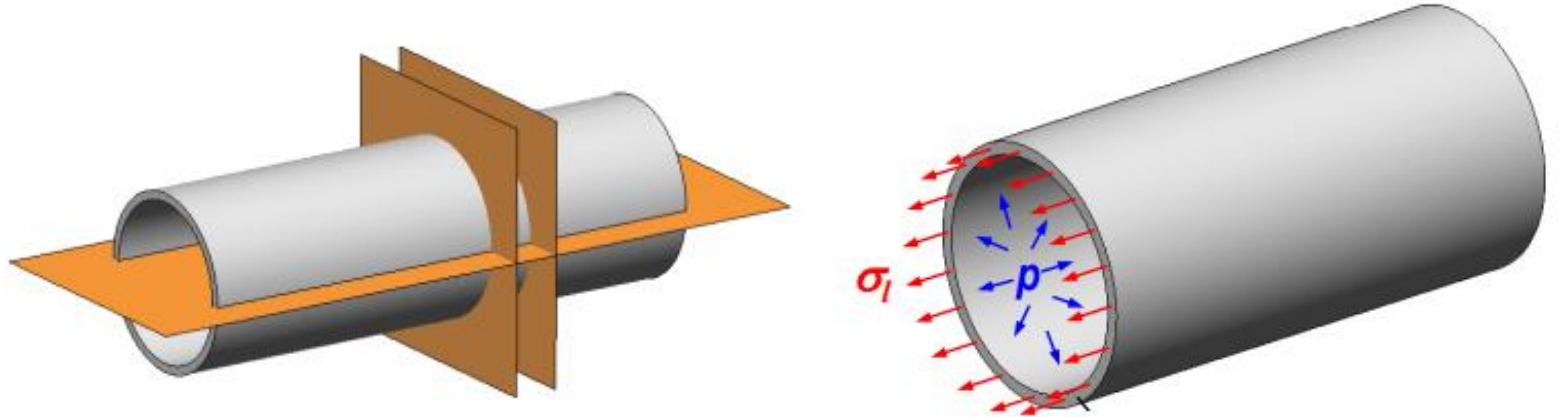
$$\sigma_t = \frac{p r}{e}$$

Tensão circunferencial
(ou tangencial)

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos

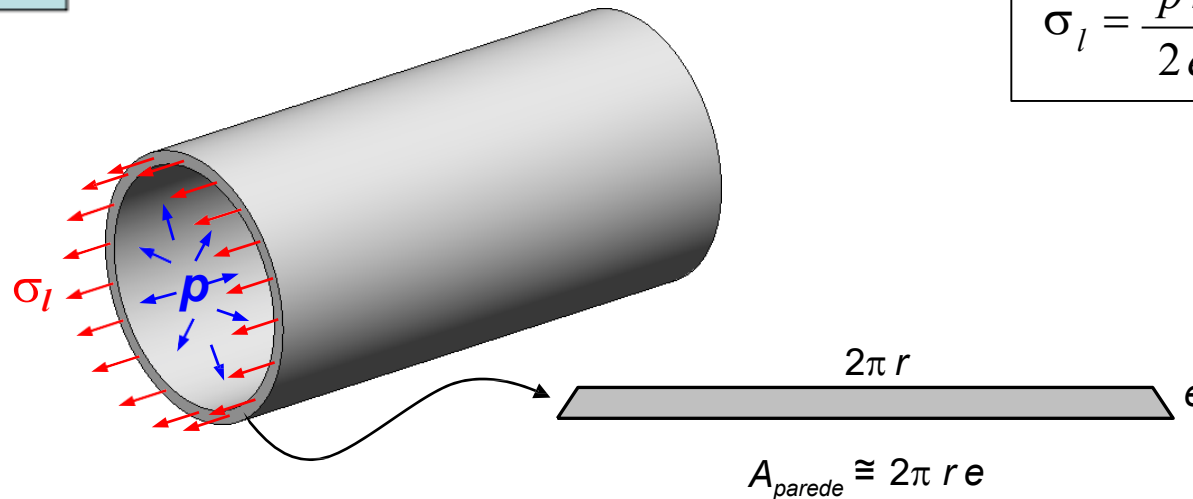
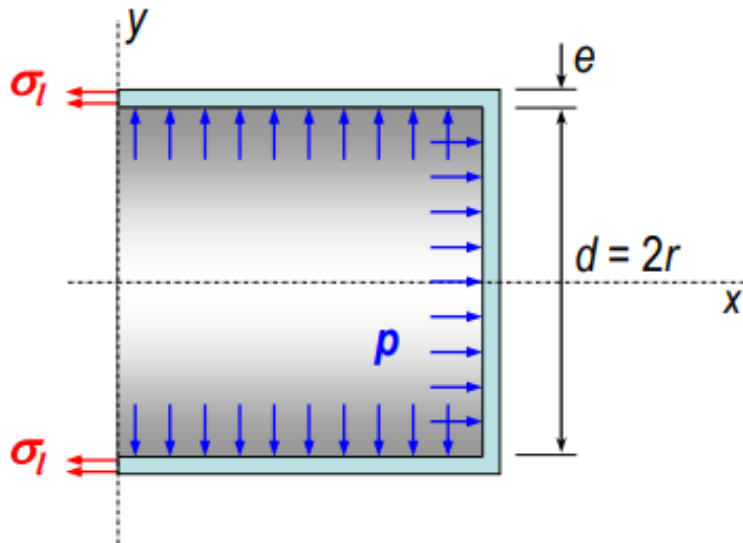
Considere um vaso cilíndrico com parede de espessura e e raio interno r , conforme mostrado na figura abaixo.



A seguir, obteremos a tensão longitudinal σ_l .

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios cilíndricos



Equilíbrio:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$p A_{\text{fundo}} - \sigma_l A_{\text{parede}} = 0$$

$$p \pi r^2 = \sigma_l (2\pi r) e$$

$$\sigma_l 2 e = p r$$

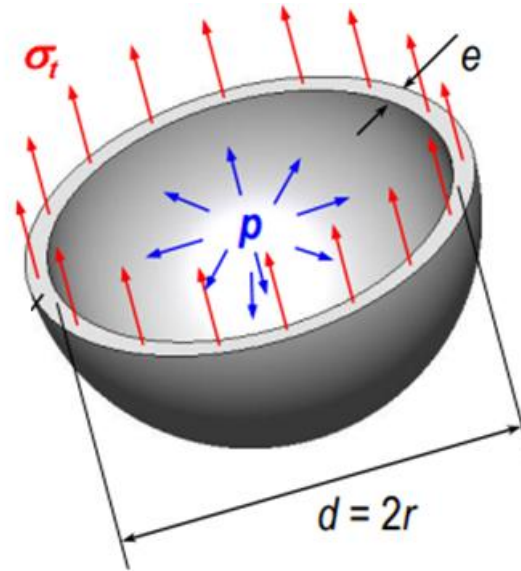
$$\sigma_l = \frac{p r}{2 e}$$

Tensão longitudinal

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios esféricos

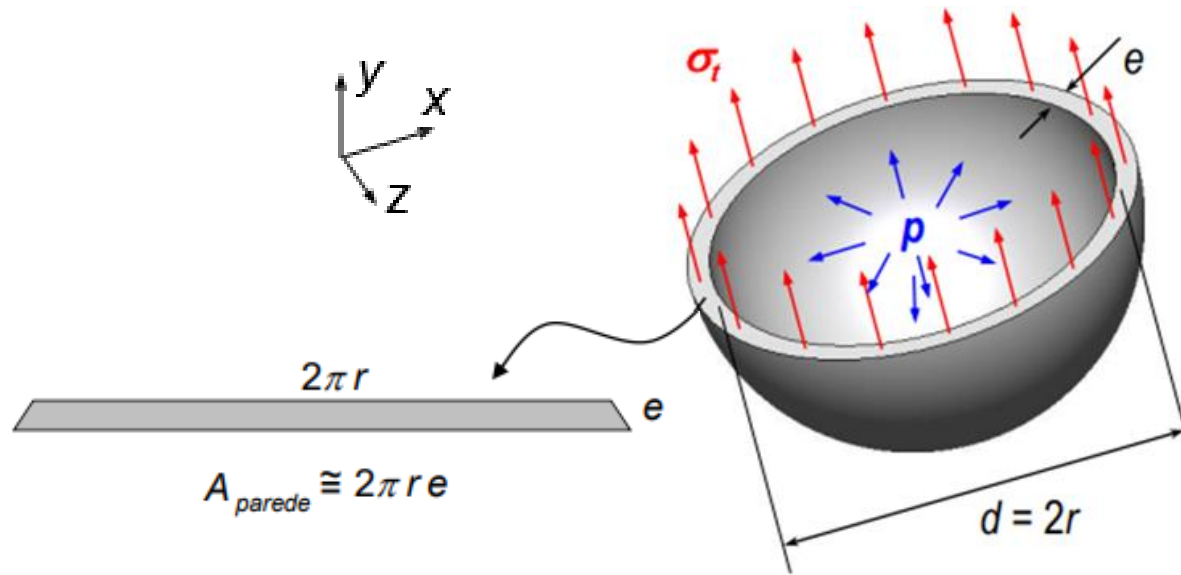
Considere um vaso esférico com parede de espessura e e raio interno r , conforme mostrado na figura abaixo.



A seguir, obteremos a tensão circunferencial ou tangencial σ_t .

Vasos de pressão de paredes finas

Reservatórios esféricos



Equilíbrio:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$p A_{projetada} - \sigma_t A_{parede} = 0$$

$$p \pi r^2 = \sigma_t (2\pi r) e$$

$$\sigma_t 2 e = p r$$

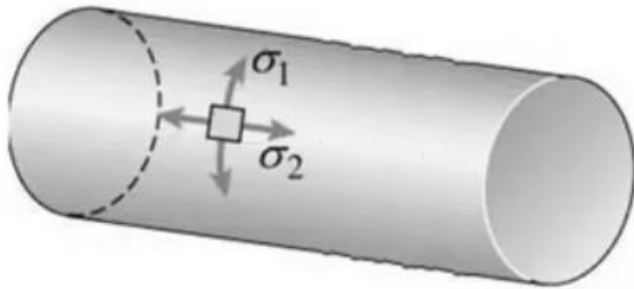
$$\sigma_t = \frac{p r}{2 e}$$

Tensão circunferencial
(ou tangencial)

Vasos de pressão de paredes finas

Resumo

Vasos cilíndricos pressurizados de parede fina:



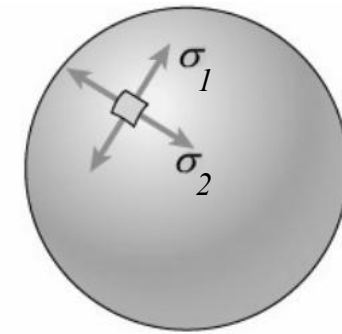
$$\sigma_l = \sigma_t = \frac{p r}{e}$$

$$\sigma_2 = \sigma_l = \frac{p r}{2 e}$$

$$\sigma_3 = 0$$

Se não há ações adicionais além da pressão p na estrutura, não há tensão cisalhante no plano do elemento orientado, conforme indicado na figura acima. Mas, lembre-se que a tensão cisalhante não será nula para diferentes orientações. E também haverá tensão cisalhante fora do plano!

Vasos esféricos pressurizados de parede fina:



$$\sigma_l = \sigma_t = \frac{p r}{2 e}$$

$$\sigma_2 = \sigma_t = \frac{p r}{2 e}$$

$$\sigma_3 = 0$$

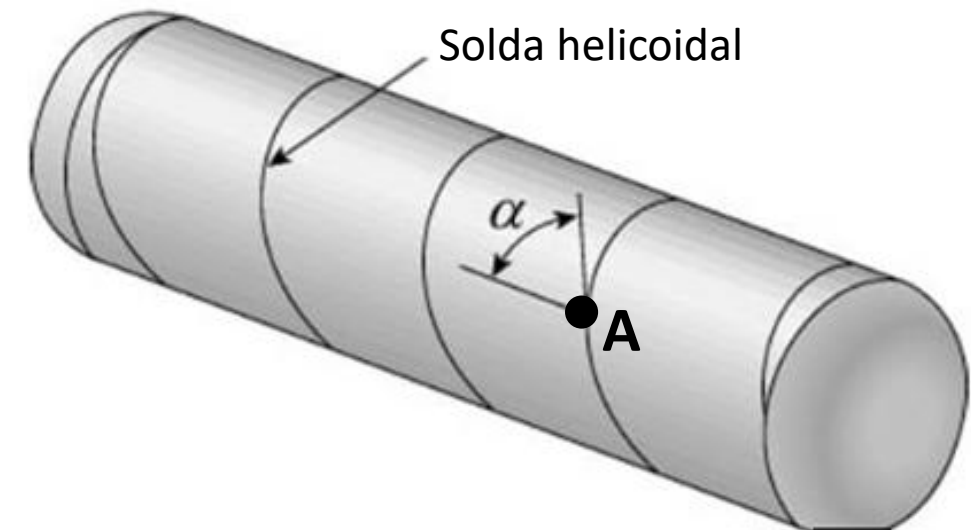
Se não há ações adicionais além da pressão p na estrutura, não há tensão cisalhante no plano da superfície da estrutura. Mas, lembre-se que haverá tensão cisalhante fora do plano da estrutura!

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

- (a) as tensões principais;
- (b) as tensões cisalhantes máximas no plano e fora do plano;
- (c) as deformações principais na direção circunferencial e longitudinal;
- (d) a tensão normal agindo perpendicular à solda;
- (e) a tensão cisalhante agindo paralelamente à solda.



Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(a) as tensões principais;

Solução:

Tensão circunferencial (ou tangencial): $\sigma_t = \frac{pr}{t} = \frac{(0,8)(1800)}{20} = 72 \text{ MPa}$

Tensão longitudinal: $\sigma_l = \frac{pr}{2t} = \frac{(0,8)(1800)}{2(20)} = 36 \text{ MPa}$

Logo, as tensões principais que definem o estado de tensões em A são:

$$\sigma_3 = 0 \text{ MPa (o ponto A está na superfície da estrutura)}$$

$$\sigma_2 = \sigma_l = 36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_t = 72 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(b) as tensões cisalhantes máximas no plano e fora do plano;

Solução:

A tensão cisalhante máxima no plano da superfície do cilindro será:

$$\tau_{12}^{max} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| = \left| \frac{72 - 36}{2} \right| = 18 \text{ MPa}$$

A tensão cisalhante máxima fora do plano da superfície do cilindro será:

$$\tau_{13}^{max} = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right| = \left| \frac{72 - 0}{2} \right| = 36 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

(c) as deformações principais na direção circunferencial e longitudinal;

Solução:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

A deformação principal na direção circunferencial (tangencial) será:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2 + 0) = \frac{1}{200000} (72 - 0,3 \times 36 + 0) = 306 \mu\epsilon$$

A deformação principal na direção longitudinal será:

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_1 + \sigma_2 + 0) = \frac{1}{200000} (-0,3 \times 72 + 36 + 0) = 72 \mu\epsilon$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

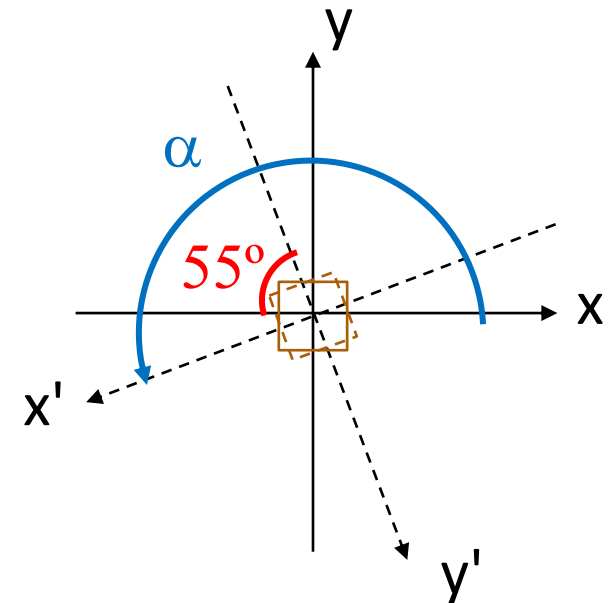
(d) a tensão normal agindo perpendicular à solda;

Solução:

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

$$\sigma_{x'} = \frac{36 + 72}{2} + \frac{36 - 72}{2} \cos[(2)(215^\circ)] + 0$$

$$\sigma_{x'} = 47,8 \text{ MPa}$$



Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 1

Um vaso de pressão cilíndrico é construído a partir de uma placa de aço longa e fina. A placa foi enrolada em torno de um mandril e as bordas foram soldadas para fazer a junção helicoidal apresentada na figura abaixo. A solda helicoidal faz um ângulo $\alpha = 55^\circ$ com o eixo longitudinal do cilindro. O vaso tem raio interno igual a 1,8 m, espessura da parede de 20 mm, é feito de aço ($E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,30$). A pressão interna no vaso cilíndrico é igual a 800 kPa. Calcule, em um ponto A localizado sobre o cordão de solda, na superfície lateral do cilindro:

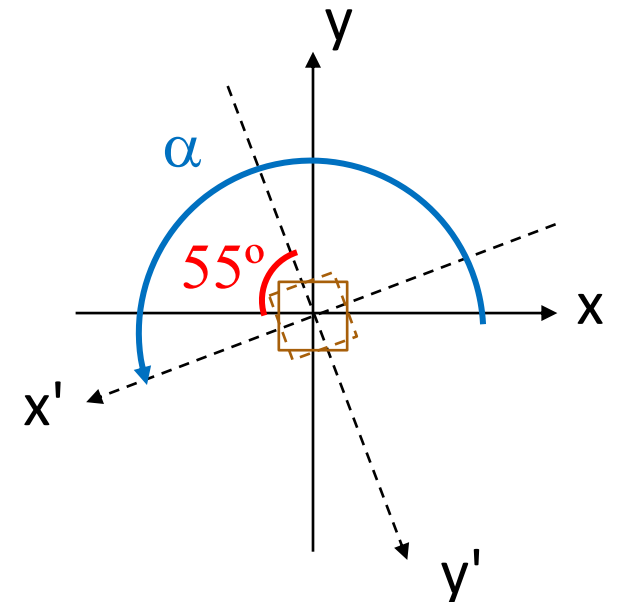
(e) a tensão cisalhante agindo paralelamente à solda;

Solução:

$$\tau'_{xy} = -\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

$$\tau'_{xy} = -\left(\frac{36 - 72}{2}\right) \sin[(2)(215^\circ)] + 0$$

$$\tau'_{xy} = 16,9 \text{ MPa}$$

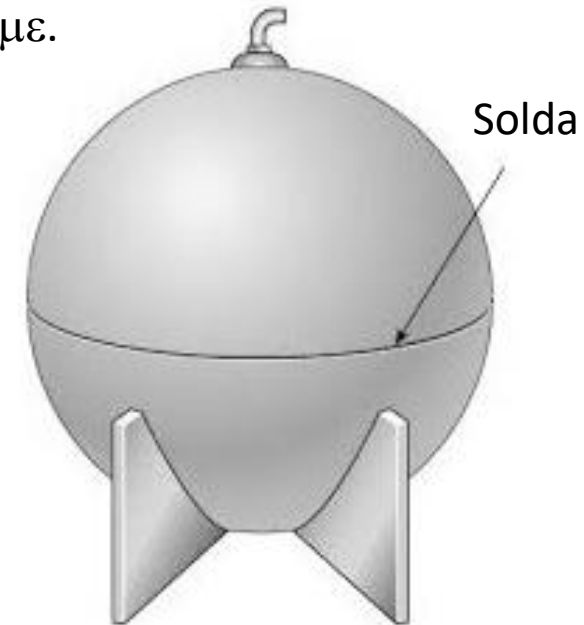


Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,28$), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação normal no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é $300 \mu\epsilon$.



Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,28$), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação normal no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é $300 \mu\epsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na tensão de tração no aço:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_t = \frac{p_{m\acute{a}x} r}{2t} \quad \rightarrow \quad p_{m\acute{a}x} = \frac{2 t \sigma_t}{r} = \frac{2(7)(115)}{225} = 7,16 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,28$), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação normal no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é $300 \mu\epsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na tensão cisalhante no aço:

- No plano da superfície em um ponto qualquer da estrutura: $\tau = 0$

- Fora do plano da superfície em um ponto qualquer da estrutura: $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_t - 0}{2}$

$$\tau_{max} = \frac{\left(\frac{p_{m\acute{a}x} r}{2t} - 0\right)}{2} \rightarrow p_{m\acute{a}x} = \frac{4 t \tau_{max}}{r} = \frac{4 (7)(40)}{225} = 4,98 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,28$), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação normal no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é $300 \mu\epsilon$.

Solução:

Pressão admissível baseada na máxima deformação normal no plano da superfície do tanque:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1 + \nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \rightarrow \epsilon_{m\acute{a}x} = \epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_t + \sigma_t + 0) = \frac{1}{E} (-\nu + 1) \left(\frac{p_{m\acute{a}x} r}{2t} \right)$$

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{2 t E \epsilon_{m\acute{a}x}}{(-\nu+1) r} = \frac{2 (7) (210000) (0,0003)}{(-0,28+1) (225)} = 5,44 \text{ MPa}$$

Vasos de pressão de paredes finas

Exemplo 2

Um vaso esférico armazena ar comprimido, possui diâmetro interno de 450 mm e espessura de parede de 7 mm, e foi construído soldando-se dois hemisférios de aço ($E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0,28$), conforme mostrado na figura. Determine a máxima pressão interna permitida sabendo que:

- a tensão de tração admissível do material é 115 MPa;
- a tensão de cisalhamento admissível do material é 40 MPa;
- a máxima deformação normal no plano da superfície do tanque, em qualquer direção, é $300 \mu\epsilon$.

Solução:

Comparando os três valores de pressão máxima admissível calculados anteriormente (7,16 MPa; 4,98 MPa; 5,44 MPa), concluímos que a máxima pressão interna permitida no vaso esférico é igual a 4,98 MPa (a menor entre as três).

Lei de Hooke Generalizada

Referências:

Esses slides foram preparados usando como base:

- 1) Beer, Johnston – Mecânica dos Materiais – 6ª ed.
- 2) Gere, James; Goodno, Barry – Mecânica dos Materiais – 7ª ed.
- 3) Ribeiro, José; Oliveira, Diogo - Tensões em vasos de pressão de paredes finas, CIV 150 – Resistência dos Materiais 1, UFV.