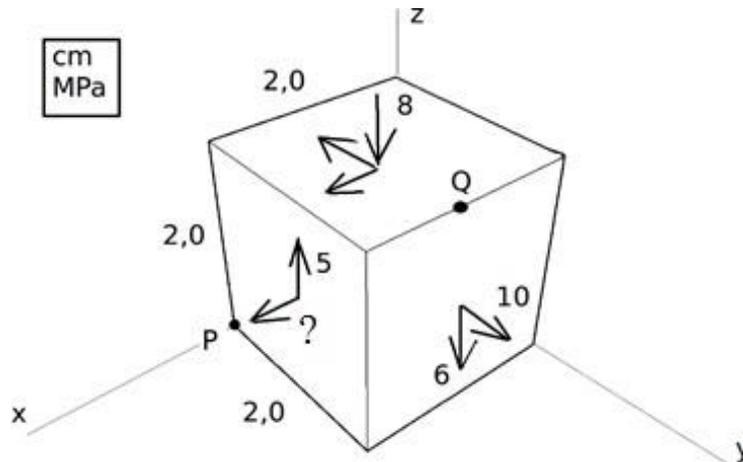


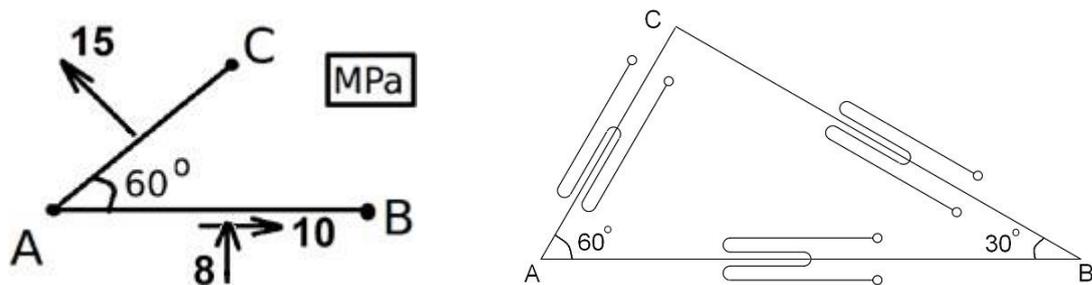
## Exercícios Extras (Estados de Tensão, Deformação e Lei de Hooke) – Resistência dos Materiais II - Prof. Alexandre Cury - UFJF

1) O estado de tensões em torno de um ponto de uma estrutura é dado pelas tensões indicadas na figura abaixo. Sabendo-se que o comprimento do segmento PQ, deformado, é 2,9833 cm, determine o valor de  $\sigma_{xx}$ , considerando  $E = 2 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0,3$ .



**Resposta:** 12 MPa.

2) Considere um ponto de uma estrutura sujeito a um estado de tensões conforme mostrado na figura abaixo (à esquerda). Tomando a direção AB como x:

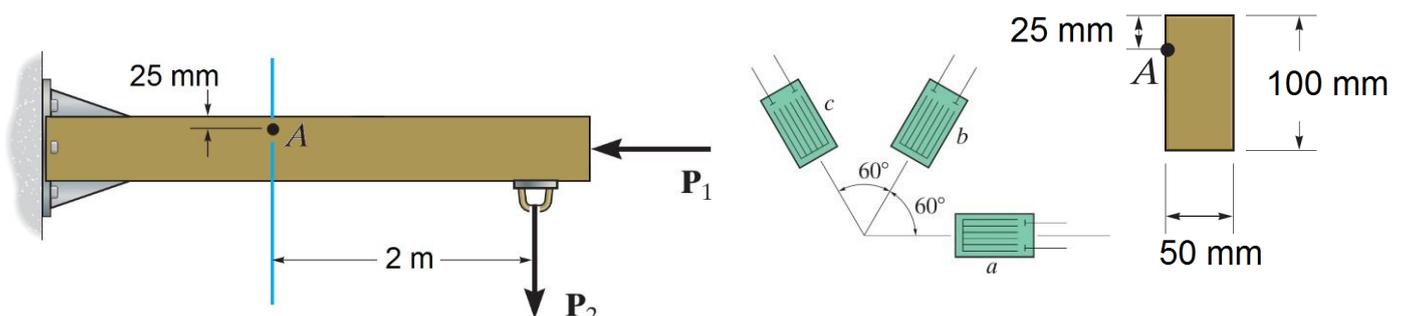


- Construa o círculo de Mohr referente ao estado de tensões no entorno deste ponto;
- Calcule o comprimento final dos segmentos AB, BC e AC, considerando-se a roseta de *strain-gages* mostrada na figura (à direita).

**Dados:**  $E = 2 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ . Compr. iniciais: AC = 3 cm e BC = 4 cm.

**Respostas:** a)  $\sigma_1 = 15,39 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = -12,27 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{\max} = 13,83 \text{ MPa}$ ; b) AB = 5,034 cm, BC = 4,037 cm; AC = 2,975 cm.

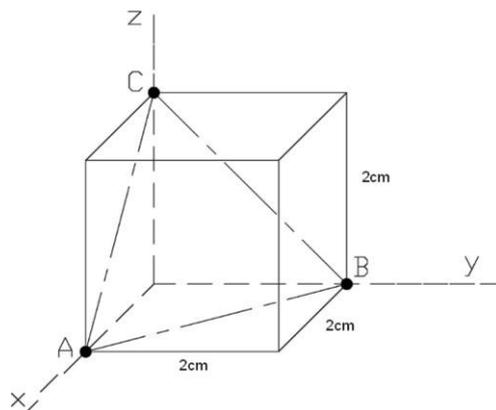
3) Considere a viga de aço ( $E = 200 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0,30$ ) engastada e livre mostrada na figura abaixo. Sabendo que os *strain-gages* colados no ponto A medem  $\epsilon_a = 30 \times 10^{-6}$ ,  $\epsilon_b = 17,5 \times 10^{-6}$  e  $\epsilon_c = -16 \times 10^{-6}$ , determine os valores de  $P_1$  e  $P_2$ .



**Respostas:**  $P_1 = 763,49 \text{ kN}$  e  $P_2 = 13,22 \text{ kN}$

4) O tensor de tensões (valores em MPa) em um ponto P, em relação ao sistema de eixos  $xyz$ , é mostrado abaixo. Sabendo-se que a tensão tangencial medida no plano que passa pelos pontos A, B e C do cubo de 2 cm de aresta é **nula**, determine:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 18 & 0 & -12 \\ 0 & 6 & 0 \\ -12 & 0 & \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

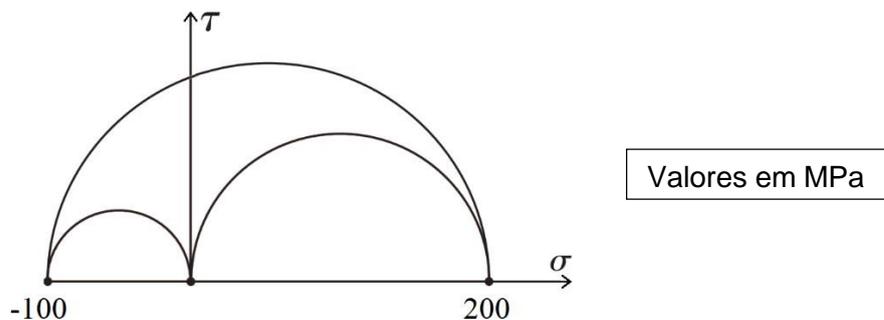


a) o valor de  $x$  para que haja tração na direção  $z$ , além do valor da tensão normal ao plano ABC.

b) a deformação volumétrica no entorno do ponto P, considerando  $E = 30 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0,40$ .

**Respostas:** a) 18 MPa e 6 MPa, respectivamente. b) 0,00028.

5) A figura abaixo ilustra o tri-círculo de Mohr referente a um ponto de uma estrutura de aço ( $E = 200 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0,30$ ). Para esta situação:



a) calcule as deformações lineares nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , tomando-se  $x$  como direção principal onde atua uma tensão normal de tração e que  $\sigma_{zz} = 3 \times \sigma_{yy}$ .

b) verificar se o estado de tensão representado pelo tensor  $\sigma = \begin{bmatrix} 170 & -90 & 0 \\ -90 & -70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\text{MPa}]$  é equivalente àquele ilustrado pelo tri-círculo de Mohr, mostrado acima.

**Respostas:** a)  $\varepsilon_{xx} = 0,001155$ ,  $\varepsilon_{yy} = -0,0003125$ ,  $\varepsilon_{zz} = -0,0006375$ ; b) sim, pois os invariantes são idênticos.

6) Sabendo-se que:

- No critério da máxima tensão normal, para que um ponto seja considerado numa situação estável, é necessário que os valores extremos das tensões normais atuantes no ponto estejam no intervalo definido por  $\sigma_c \leq \sigma_{\max} \leq \sigma_t$ , onde  $\sigma_c$  e  $\sigma_t$  são os valores máximos de compressão e tração, respectivamente, obtidos em ensaios de laboratório.
- No critério da máxima tensão tangencial, a situação de estabilidade corresponde a verificar a desigualdade  $\tau_{\max} \leq \tau_{adm}$ , onde  $\tau_{adm}$  é o valor da máxima tensão tangencial verificada num ensaio de tração em laboratório, obtida a partir do valor de  $\sigma_t$ .

Sem necessariamente conhecer os valores de laboratório, verifique qual dos dois estados de tensão representados nas Figuras 1a e 1b é o mais perigoso segundo cada um destes critérios, considerando

$\sigma = 20 \text{ MPa}$  e  $\tau = 10 \text{ MPa}$ .

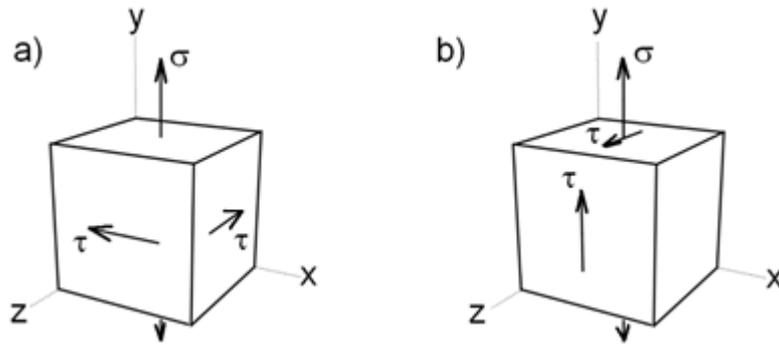


Figura 1.

**Respostas:** a)  $\sigma_{\max} = 20 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{\max} = 20 \text{ MPa}$ ; b)  $\sigma_{\max} = 24,14 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{\max} = 14,14 \text{ MPa}$

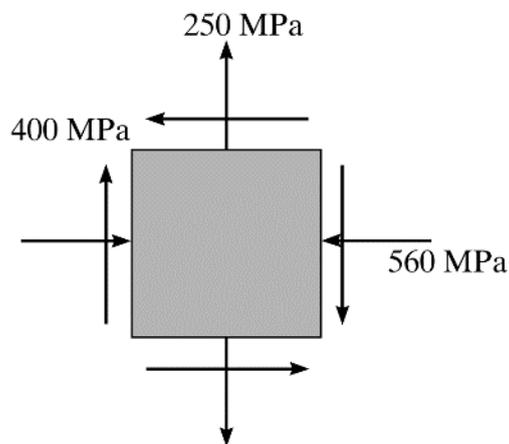
7) Seja o tensor de tensão  $\sigma_{xyz}$ , referenciado em xyz, para um ponto de uma estrutura mostrado abaixo:

$$\sigma_{xyz} = \begin{bmatrix} 20 & 10 & -5 \\ 10 & 5 & 15 \\ -5 & 15 & -20 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Existe algum plano em que não haja tensões tangenciais e que a tensão normal seja igual a 5 MPa? Se sim, encontre a direção deste plano. Se não, justifique a sua resposta.

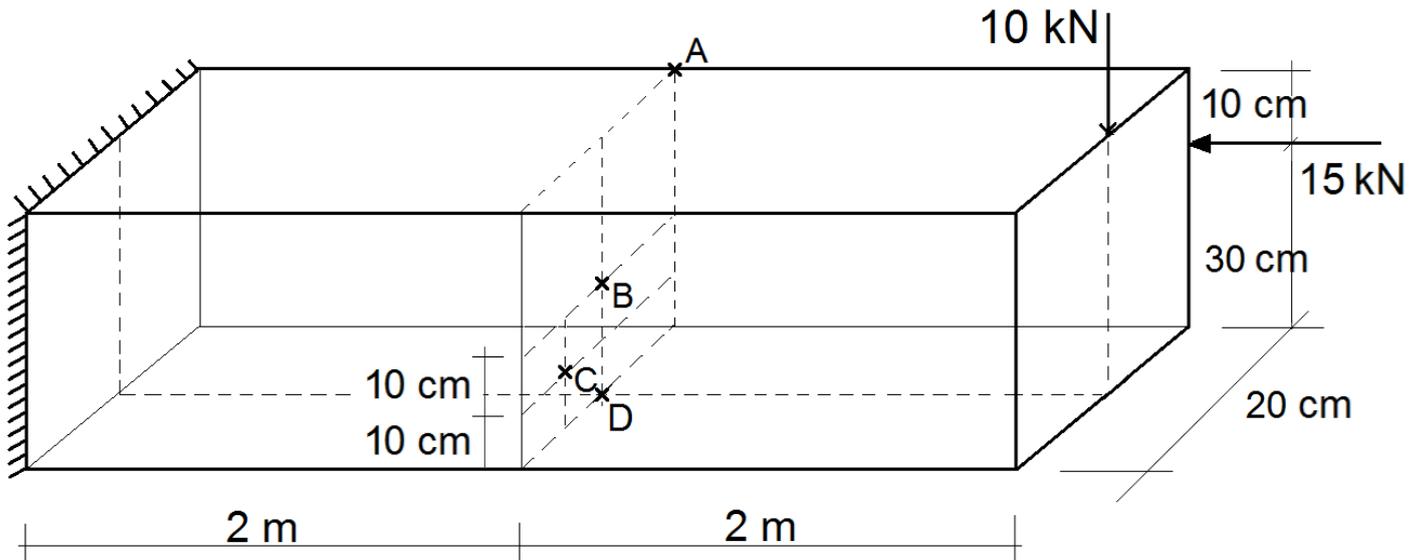
**Resposta: Não.**

8) Calcule as tensões e as direções principais relativas ao ponto representado pelo elemento mostrado abaixo.



**Resposta:**  $\sigma_1 = 414,23 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = -724,23$ ;  $\alpha_1 = 22,32^\circ$ ,  $\alpha_3 = 112,32^\circ$

9) A viga engastada e livre, de seção retangular 20 cm x 40 cm, está sujeita a duas cargas concentradas, conforme mostrado na figura abaixo. Trace os círculos de Mohr para os pontos A, B, C e D indicando, em cada círculo, o valor das máximas tensões normais e tangenciais. Considere x o eixo longitudinal da viga e y e z as direções transversais.



**Respostas:** Ponto A:  $\sigma_1 = 2,72$  MPa,  $\sigma_3 = 0$ ,  $\tau_{\max} = 1,36$  MPa

Ponto B:  $\sigma_1 = 0,116$  MPa,  $\sigma_3 = -0,303$  MPa,  $\tau_{\max} = 0,21$  MPa

Ponto C:  $\sigma_1 = 0,012$  MPa,  $\sigma_3 = -1,65$  MPa,  $\tau_{\max} = 0,83$  MPa

Ponto D:  $\sigma_1 = 0$ ,  $\sigma_3 = -3,66$  MPa,  $\tau_{\max} = 1,83$  MPa

10) Um cubo de volume inicial igual a  $900 \text{ cm}^3$ , constituído por um material linear elástico, homogêneo e isotrópico, foi colocado dentro de uma câmara hidráulica e sujeito a um estado triaxial de **compressão** uniforme de 8 MPa. A redução de volume ocorrida foi de  $9 \text{ cm}^3$ . O mesmo sólido, em um ensaio separado do anterior, foi submetido a uma tensão tangencial  $\tau_{xy} = 3$  MPa, causando uma distorção angular igual a 0,005. Assim, determine o valor módulo de Elasticidade e o coeficiente de Poisson do referido material.

**Respostas:**  $E = 1,44$  GPa e  $\nu = 0,20$ .