# RESOLUÇÃO DA 3ª LISTA DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS II

**Alexandre Abrahão Cury**[1] **e Flávia de Souza Bastos**[1]

[1]*Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional - Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de fora, Juiz de Fora, MG, Brasil*

**Exercício 1:**
a) Critério de Tresca:

$$\sqrt{(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})^2+4\cdot(\tau_{xy})^2}\leq\sigma_e$$

$$\sqrt{(100-(-50))^2+4\cdot(30)^2}\leq 160$$

$$161,55\geq 160$$

Portanto, falha pelo critério de Tresca.
b) Critério de von Mises:

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2+\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy}+3\cdot(\tau_{xy})^2}\leq\sigma_e$$

$$\sqrt{100^2+(-50)^2-100\cdot(-50)+3\cdot(30)^2}\leq 160$$

$$142,13\leq 160$$

Portanto, não falha pelo critério de Von Mises.
**Exercício 2:**
a) Pelo critério de Tresca:

$$\sqrt{(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})^2+4\cdot(\tau_{xy})^2}\leq\sigma_e$$

Substituindo os valores, vem:

$$\sqrt{(10P-(-20P))^2+4\cdot(5P)^2}\leq 160$$

Assim,

$$P_{max}=5,06\text{ kN}$$

b) Pelo critério de von Mises:

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2+\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy}+3\cdot(\tau_{xy})^2}\leq\sigma_e$$

$$\sqrt{(10P)^2+(-20P)^2-10P\cdot(-20P)+3\cdot(5P)^2}\leq 160$$

$$P_{max} = 5,75 \text{ kN}$$

**Exercício 3:**

Pelo estado mostrado no sólido de tensões, temos que $\sigma_1 = 0,5P$ MPa, $\sigma_2 = -2P$ MPa e $\sigma_3 = -3,5P$ MPa, pois não existem tensões tangenciais.

a) Pelo critério da máxima tensão de cisalhamento (Tresca):

$$|\sigma_1 - \sigma_3| \leq \sigma_e$$

Substituindo os valores:

$$|0,5P - (-3,5P)| \leq 80 \rightarrow P = 20 \text{ kN}$$

Assim, a tensão de tração máxima será:

$$\sigma_1 = 0,5P$$

$$\sigma_1 = 0,5 \cdot 20 \rightarrow \sigma_1 = 10 \text{ MPa}$$

b) Pelo critério da máxima energia de deformação (Von Mises).

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \leq \sqrt{2} \cdot \sigma_e$$

Substituindo os valores:

$$\sqrt{(0,5P - (-2P))^2 + (0,5P - (-3,5P))^2 + ((-2P) - (-3,5P))^2} \leq \sqrt{2} \cdot 80$$

Assim, a carga máxima será:

$$P = 22,86 \text{ kN}$$

E a tensão de tração máxima será:

$$\sigma_1 = 0,5P$$

$$\sigma_1 = 0,5 \cdot 22,86 \rightarrow \sigma_1 = 11,43 \text{ MPa}$$

**Exercício 4:**

O tensor de tensão é dado por:

$$\begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 20 \\ 0 & 20 & -40 \end{pmatrix}$$

Montando a equação característica:

$$\sigma_e^3 - I_1.\sigma_e^2 + I_2.\sigma_e - I_3 = 0$$

Calculando os invariantes do tensor:

$$I_1 = 100 + 30 - 40 = 90$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} 30 & 20 \\ 20 & -40 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 100 & 0 \\ 0 & -40 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 30 \end{vmatrix} = -2600$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 20 \\ 0 & 20 & -40 \end{vmatrix} = -160000$$

Substituindo os valores:

$$\sigma_e^3 - 90.\sigma_e^2 - 2600.\sigma_e + 160000 = 0$$

Uma das raízes é 100, pois não existe tensão tangencial atuando no plano $xy$ ($\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$). Assim, as outras raízes são facilmente encontradas e dadas por:

$$\sigma_e = 35,31 \text{ MPa}$$

$$\sigma_e = -45,31 \text{ MPa}$$

Por convenção:

$$\sigma_1 = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 35,31 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -45,31 \text{ MPa}$$

a) Pelo critério da máxima tensão normal:

$$\sigma_1 \leq \sigma_e$$

$$100 \leq 180$$

Portanto, não falha.
b) Pelo critério da máxima tensão de cisalhamento (Tresca):

$$|\sigma_1 - \sigma_3| \leq \sigma_e$$

$$|100 - (-45,31)| \leq 180$$

$$145,31 \leq 180$$

Portanto, não falha.
**Exercício 5:**
Na direção OC, tem-se $\theta = 135^o$.
Utilizando a expressão para o cálculo de uma deformação linear numa direção qualquer:

$$\epsilon_{nn} = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} + \frac{(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}).cos2\theta}{2} + \epsilon_{xy}.sen2\theta$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$-7\cdot10^{-4} = \frac{-8\cdot10^{-4} + (-3\cdot10^{-4})}{2} + \frac{(-8\cdot10^{-4} - (-3\cdot10^{-4})).cos(2.135^o)}{2} + \epsilon_{xy}.sen(2.135^o)$$

Resolvendo, vem:

$$\epsilon_{xy} = 1,5\cdot10^{-4} \rightarrow \gamma_{xy} = 3\cdot10^{-4}$$

Pela Lei de Hooke, tem-se que:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{vmatrix} = E/(1-\nu^2) \begin{vmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{vmatrix}$$

Substituindo os valores:

$$\begin{vmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \tau_{xy}\end{vmatrix} = \frac{2,1\cdot 10^5}{(1-0,28^2)}\begin{vmatrix}1 & 0,28 & 0\\ 0,28 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{(1-0,28)}{2}\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}-8\cdot 10^{-4}\\ -3\cdot 10^{-4}\\ 3\cdot 10^{-4}\end{vmatrix}$$

Resultando em: $\sigma_{xx} = -201,43$ MPa, $\sigma_{yy} = -119,40$ MPa e $\tau_{xy} = 24,61$ MPa.
Pelo critério de von Mises, tem-se que:

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy} + 3\cdot(\tau_{xy})^2} \leq \sigma_e$$

Substituindo os valores, vem:

$$\sqrt{(-201,43)^2 + (-119,40)^2 - (-201,43)\cdot(-119,40) + 3\cdot(24,61)^2} \leq 210$$

$$180,55 \leq 210$$

Portanto, não falha.
**Exercício 6:**
Determinação dos esforços internos na seção:

$$N = 100,00 \text{ kN}$$

$$Q_y = 2,00 - 1,00 = 1,00 \text{ kN}$$

$$Q_z = 4,00 \text{ kN}$$

$$M_z = -(2\cdot 4) + (1\cdot 4) = -4,00 \text{ kNm}$$

$$M_y = (4\cdot 4) = 16,00 \text{ kNm}$$

$$T_x = (4\cdot 3) - (1\cdot 2) = 10,00 \text{ kNm}$$

Equacionando a tensão:

$$\sigma_x = \frac{N}{S} + \frac{M_z y}{I_z} - \frac{M_y z}{I_y}$$

Substituindo, temos:

$$\sigma_x = \frac{(100).10^3}{100.50} + \frac{(-4,00).10^6.y}{(\frac{50.100^3}{12})} - \frac{(16,00).10^6.z}{(\frac{100.50^3}{12})}$$

Coordenadas dos pontos de interesse: A (-50,0) e B(0,-25).
Cálculo das tensões (por substituição das coordenadas na equação acima):

$$\sigma_A = 68,00 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 404,00 \text{ MPa}$$

A tensão tangencial devida ao esforço cortante é calculada pela equação:

$$\tau = \frac{Q_z.M_{s,y}}{h.I_y} \quad \text{(para o ponto A)}$$

Obs: Repare que a tensão tangencial em A devida a Qy é nula!

e

$$\tau = \frac{Q_y.M_{s,z}}{b.I_z} \quad \text{(para o ponto B)}$$

Obs: Repare que a tensão tangencial em B devida a Qz é nula!

No ponto A:

$$\tau_A = \frac{(4,00 \cdot 10^3).(25.100.12,5)}{100.(\frac{100.50^3}{12})} = 1,20 \text{ MPa}$$

No ponto B:

$$\tau_B = \frac{(1,00 \cdot 10^3).(50.50.25)}{50.(\frac{50.100^3}{12})} = 0,30 \text{ MPa}$$

A tensão tangencial devida ao momento torsor é calculada pela equação:

$$\tau_B = \frac{T}{\alpha.h.b^2}$$

Sendo:

$$\frac{h}{b} = \frac{100}{50} = 2$$

logo,

$$\alpha = 0,246$$

e

$$\eta = 0,795$$

Assim, para o ponto B:

$$\tau_B = \frac{10 \cdot 10^6}{0,246.100.50^2} = 162,60 \text{ MPa}$$

e para o ponto A:

$$\tau_A = \eta \cdot \tau_B = 0,795.162,6 = 129,27 \text{ MPa}$$

Combinando as tensões, tem-se para o ponto A:

$$\tau_A = -129,27 + 1,2 = -128,07 \text{ MPa}$$

e para o ponto B:

$$\tau_B = 162,6 + 0,3 = 162,9 \text{ MPa}$$

Pelo critério de von Mises, tem-se que:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \sigma_e$$

Para o ponto A:

$$\sqrt{(68)^2 + 3 \cdot (-128,07)^2} \leq 150$$

Resultando em:

$$232,1 \geq 150 \quad \text{(falha)}$$

Para o ponto B:

$$\sqrt{(404)^2 + 3 \cdot (162,9)^2} \leq 150$$

Resultando em:

$$492,8 \geq 150 \quad \text{(falha)}$$

**Exercício 7:**

Determinação dos esforços internos na seção: $N = P$ kN, $Q_y = P$ kN, $Q_z = P$ kN, $M_z = -4000.P$ kNm, $M_y = 4000.P$ kNm, $T_x = 0$ kNm.

Propriedades da seção:

$$A = 22500 \text{ mm}^2$$

$$I_z = I_y = 42187500 \text{ mm}^4$$

A tensão normal é calculada pela expressão abaixo:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z.y}{I_z} - \frac{M_y.z}{I_y}$$

Substituindo os valores já obtidos e as coordenadas do ponto A (0,-75), vem:

$$\sigma_x = 0,0000444P + 0 + 0,0071P = 0,007144P$$

A tensão tangencial devida ao esforço cortante é obtida pela equação:

$$\tau = \frac{Q_y.M_s}{b.I_z}$$

No ponto A, tem-se:

$$\tau_A = \frac{P \cdot (75 \cdot 150 \cdot 37,5)}{150 \cdot (42187500)} = 0,0000667P$$

Pelo critério de von Mises, tem-se que:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_e$$

Substituindo os valores, vem:

$$\sqrt{(0,007144P)^2 + 3 \cdot (0,0000667P)^2} \leq 200$$

Assim,

$$P \leq 27,95 \text{ kN}$$

**Exercício 8:**

Determinação dos esforços internos na seção: $N = 0$ kN, $Q_y = -100$ kN, $Q_z = 0$ kN, $M_z = -100$ kNm, $M_y = 0$ kNm, $T_x = 200$ kNm.

Propriedades da seção:

$$A = 40000 \text{ mm}^2$$

$$I_z = I_y = 133,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Substituindo os valores já obtidos e as coordenadas do ponto A (-100,0), tem-se, para a tensão normal:

$$\sigma_x = 0 + \frac{-100 \cdot 10^6.(-100)}{133,33 \cdot 10^6} + 0 = 75 \text{ MPa}$$

A tensão tangencial devida ao esforço cortante é calculada pela expressão:

$$\tau = \frac{Q_z.M_s}{b.I_y}$$

No ponto A, tem-se:

$$\tau_A = 0$$

A tensão tangencial devida ao momento torsor é dada por:

$$\tau_A = \frac{T}{\alpha.h.b^2}$$

Sendo:

$$\frac{h}{b} = \frac{200}{200} = 1,00$$

vem:

$$\alpha = 0,208$$

e

$$\eta = 1,00$$

Assim,

$$\tau_A = \frac{200 \cdot 10^6}{0,208.200.200^2} = 120,20 \text{ MPa}$$

Pelo critério de Tresca, tem-se:

$$\sqrt{(-75)^2 + 4 \cdot (120,20)^2} \leq 150$$

Assim,

$$251,8 \geq 150 \text{ MPa} \quad \text{(falha)}$$

**Exercício 9:**
Determinação dos esforços internos na seção:

$$N = 10,00 \text{ kN}$$

$$Q_y = 5 - 5 = 0 \text{ kN}$$

$$Q_z = 10,00 \text{ kN}$$

$$M_z = -(5 \cdot 3) + (5 \cdot 3) - (10 \cdot 3) = -30,00 \text{ kNm}$$

$$M_y = (10 \cdot 3) + (10 \cdot 2) = 50,00 \text{ kNm}$$

$$T_x = (5 \cdot 2) = 10,00 \text{ kNm}$$

Para a tensão normal:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z.y}{I_z} - \frac{M_y.z}{I_y}$$

Substituindo os valores já obtidos tem-se:

$$\sigma x = \frac{10 \cdot 10^3}{800.300} + \frac{(-30,00) \cdot 10^6.y}{(\frac{300.800^3}{12})} - \frac{(50,00) \cdot 10^6.z}{(\frac{800.300^3}{12})}$$

Usando as coordenadas dos pontos A (0,-150) e B(-400,0), vem:

$$\sigma_A = 4,21 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 0,979 \text{ MPa}$$

A tensão tangencial devida a $Q_z$ é calculada pela fórmula:

$$\tau = \frac{Q_z.M_{s,y}}{h.I_y}$$

No ponto A:

$$\tau_A = 0$$

No ponto B:

$$\tau_B = \frac{(10,00 \cdot 10^3).(150.800.75)}{800.(\frac{800.300^3}{12})} = 0,0625 \text{ MPa}$$

A tensão tangencial devida ao momento torsor é dada por:

$$\tau_A = \frac{T}{\alpha.h.b^2}$$

Sendo

$$\frac{h}{b} = \frac{800}{300} = 2,667$$

vem:

$$\alpha = 0,261$$

e

$$\eta = 0,760$$

Assim, para o ponto A:

$$\tau_A = \frac{10 \cdot 10^6}{0,261.800.300^2} = 0,532 \text{ MPa}$$

e para o ponto B:

$$\tau_B = \eta \cdot \tau_B = 0,760.0,532 = 0,405 \text{ MPa}$$

Combinando-se os efeitos, tem-se:

$$\tau_B = 0,405 + 0,0625 = 0,468 \text{ MPa}$$

Pelo critério de von Mises, vem:
Para o ponto A:

$$\sqrt{(4,21)^2 + 3 \cdot (0,532)^2} \leq 80$$

$$4,31 \leq 80 \quad \text{(não falha)}$$

Para o ponto B:

$$\sqrt{(0,979)^2 + 3 \cdot (0,468)^2} \leq 80$$

$$1,27 \leq 80 \quad \text{(não falha)}$$

**Exercício 10:**

Momento de Inércia da seção cheia:

$$I_{cheia} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot 30^4}{64} = 39760,8 \text{ mm}^4$$

Momento de Inércia da seção vazada:

$$I_{vazada} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (30^4 - 15^4)}{64} = 37275,73 \text{ mm}^4$$

Cálculo da carga crítica:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_{ef}^2}$$

Assim, a relacão dos momentos de inércia mostra a relação da carga crítica:

$$\frac{P_{crit,vazada}}{P_{crit,cheia}} = \frac{I_{vazada}}{I_{cheia}} = 0,9375$$

Logo, uma redução de 6,25%.

**Exercício 11:**

Utilizando o método dos nós, temos pelo somatório das forças no nó B, na direção $x$:

$$F_{BC} \cdot \cos(55^o) = F_{AB} \cdot \cos(40^o)$$

Pelo somatório das forças no nó B, na direção $y$:

$$F_{BC} \cdot \sin(55^o) + F_{AB} \cdot \sin(40^o) + w = 0$$

Assim:

$$F_{BC} = -0,769 \cdot w$$

$$F_{AB} = -0,576 \cdot w$$

Seja, para AB, o comprimento $a$ e, para BC, o comprimento $c$. Assim, pela lei dos senos, temos:

$$\frac{a}{\sin(55^o)} = \frac{7}{\sin(85^o)} = \frac{c}{\sin(40^o)}$$

Assim, $c = 4,52$ e $a = 5,76$.

Cálculo da carga crítica:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_{ef}^2}$$

Para BC:

$$0,769 \cdot w < \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \frac{(100^4 - 88^4)}{64}}{4520^2}$$

Resultando em:

$$w < 259 \text{ kN}$$

Para AB:

$$0,576 \cdot w < \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \frac{(100^4 - 88^4)}{64}}{5760^2}$$

Resultando em:

$$w < 213 \text{ kN}$$

Logo, a carga máxima deve ser a menor das duas soluções. Portanto, 213 kN.

**Exercício 12:**
Cálculo da carga crítica:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_{ef}^2}$$

a) rótula-rótula

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \frac{(150^4 - 130^4)}{64}}{(3000)^2} = 831 \text{ kN}$$

b) livre-engaste

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \frac{(150^4 - 130^4)}{64}}{(2 \cdot 3000)^2} = 208 \text{ kN}$$

c) engaste-rótula

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \frac{(150^4 - 130^4)}{64}}{(0,7 \cdot 3000)^2} = 1700 \text{ kN}$$

d) engaste-engaste.

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \frac{(150^4 - 130^4)}{64}}{(0,5 \cdot 3000)^2} = 3330 \text{ kN}$$

**Exercício 13:**
Reação de apoio:

$$R_A = \frac{20}{2} = 10 \text{ kN}$$

Cálculo da carga crítica:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_{ef}^2}$$

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \frac{(b \cdot h^3)}{12}}{lef^2}$$

a) rótula-rótula

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \frac{(20 \cdot 30^3)}{12}}{2000^2} = 22,21 \text{ kN}$$

b) engaste-engaste

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot \frac{(30 \cdot 20^3)}{12}}{(0,5 \cdot 2000)^2} = 39,50 \text{ kN}$$

Logo, a carga máxima deve ser a menor das duas soluções. Portanto, como $P_{ext} < P_{crit}$, a coluna não irá flambar.

**Exercício 14:**

Cálculo da máxima deflexão lateral:

$$\delta_{max} = e\left[\sec\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}\frac{l_{fl}}{2}\right) - 1\right]$$

Substituindo os valores já encontrados:

$$\delta_{max} = 25\left[\sec\left(\sqrt{\frac{60 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^3 \cdot \frac{(50 \cdot 50^3)}{12}}}\,\frac{2000}{2}\right) - 1\right] = 8,87 \text{ mm}$$

Cálculo do momento fletor máximo:

$$M_{max} = P \cdot (e + \delta_{max})$$

Substituindo os valores:

$$M_{max} = 60 \cdot 10^3 \cdot (25 + 8,87) = 2,03 \text{ kNm}$$

**Exercício 15:**
a) Cálculo da máxima deflexão lateral:

$$\delta_{max} = e\left[\sec\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}\frac{l_{fl}}{2}\right) - 1\right]$$

Substituindo os valores dados:

$$\delta_{max} = 30\left[\sec\left(\sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi(68^4 - 60^4)}{64}}}\,\frac{2100}{2}\right) - 1\right] = 2,01 \text{ mm}$$

Cálculo do momento fletor máximo:

$$M_{max} = P \cdot (e + \delta_{max})$$

Substituindo os valores encontrados:

$$M_{max} = 10 \cdot 10^3 \cdot (30 + 2,01) = 0,3201 \text{ kNm}$$

Cálculo da tensão normal máxima:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} + \frac{M_{max}c}{I}$$

onde $c = D_{ext}/2 = 34$ mm.
Substituindo os valores encontrados:

$$\sigma_{max} = \frac{10 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{(68^2 - 60^2)}{4}} + \frac{0,3201 \cdot 10^6 \cdot 34}{\pi \cdot \frac{(68^4 - 60^4)}{64}} = 38,8 \text{ MPa}$$

b) Cálculo do momento fletor atuante para uma tensão de 50 MPa:

$$50 = \frac{10 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{(68^2 - 60^2)}{4}} + \frac{M_{max} \cdot 34}{\pi \cdot \frac{(68^4 - 60^4)}{64}}$$

Resolvendo, vem:

$$M_{max} = 0,4564 \text{ kNm}$$

Mas,

$$M_{max} = P \cdot (e + \delta_{max})$$

e substituindo os valores, tem-se:

$$0,4564 \cdot 10^6 = 10 \cdot 10^3 \cdot (30 + \delta_{max})$$

Assim,

$$\delta_{max} = 15,64\, mm$$

Cálculo da máxima deflexão lateral:

$$\delta_{max} = e \left[ \sec \left( \sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{l_{fl}}{2} \right) - 1 \right]$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$15,64 = 30 \left[ \sec \left( \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi(68^4 - 60^4)}{64}}} \frac{l_{fl}}{2} \right) - 1 \right]$$

$$1 = (\frac{15,64}{30} + 1) \cos \left[ \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi(68^4 - 60^4)}{64}}} \frac{l_{fl}}{2} \right]$$

Resolvendo, vem:

$$l_{fl} = 5,03 \text{ m}$$

**Exercício 16:** Resolvido em sala de aula, com resolução disponível no site.