

Exercícios Extras (Flexão Oblíqua Pura e Composta) – Resistência dos Materiais II
Prof. Alexandre Cury - UFJF

1) Uma viga engastada de 4m de comprimento (Figura 1a) é construída a partir de um perfil metálico do tipo IPN 500. Uma carga $P = 45 \text{ kN}$ age na direção vertical, na extremidade da viga. Assim,

a) Determine a **posição da LN** e as **tensões de flexão máximas** (tração e compressão) na viga se a carga P agisse na vertical, isto é, perfeitamente alinhada ao eixo y da seção transversal (Figura 1a).

b) Determine a **posição na LN** e as **tensões de flexão máximas** (tração e compressão) se a carga estiver inclinada de um pequeno ângulo $\varphi = 1^\circ$ em relação ao eixo y (Figura 1b).

Dados do perfil IPN 500: $I_y = 24,8 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $I_z = 687,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$, $b_{\text{perfil}} = 185 \text{ mm}$, $h_{\text{perfil}} = 500 \text{ mm}$

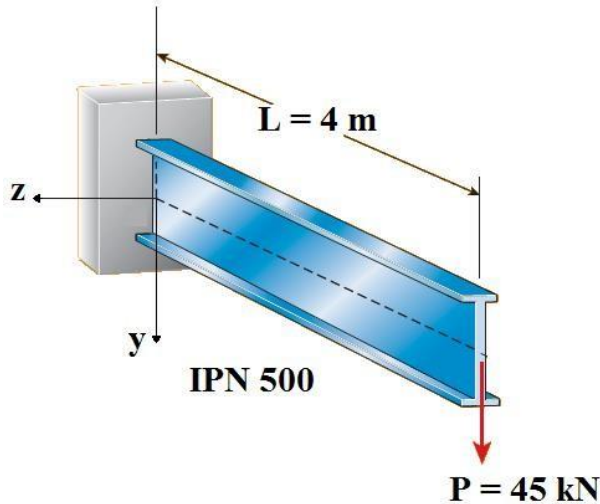


Figura 1a.

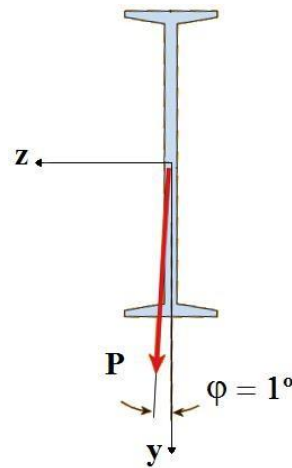
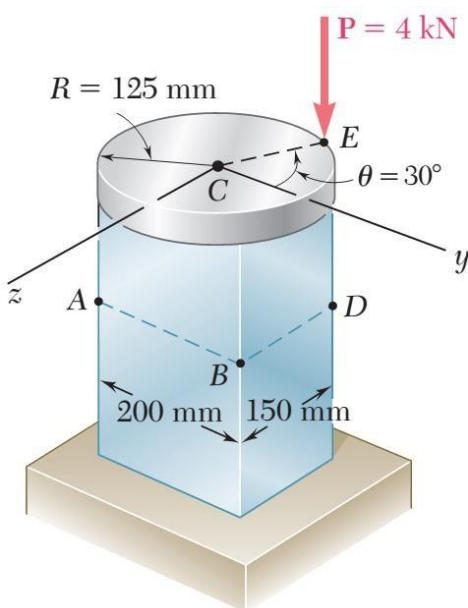


Figura 1b.

Respostas: a) $LN \equiv z$ e $\sigma = 65,46 \text{ MPa}$; b) LN faz $-25,82^\circ$ com o eixo z e $\sigma = 77,17 \text{ MPa}$.

2) Uma placa rígida circular com raio de 125 mm está presa a um pilarete retangular maciço de seção 150 x 200 mm, com o centro da placa alinhado ao centro do pilarete. Se uma força $P = 4 \text{ kN}$ for aplicada no ponto E situado na placa circular, conforme mostra a figura abaixo, pede-se:



a) A tensão normal nos pontos A e B situados no pilarete;

b) A equação da linha neutra, identificando os pontos onde ela intercepta os eixos z e y ;

c) O diagrama de tensões para esta seção.

Respostas: a) $\sigma_A = 0,633 \text{ MPa}$ e $\sigma_B = -0,233 \text{ MPa}$; b) $-0,133 - 0,00433 \cdot y + 0,00444 \cdot z = 0$; $y_0 = -30,80$ e $z_0 = 30$

3) A Fig. 3a representa o esquema de disposição de telhados comumente utilizado na construção civil. Nele, uma viga de madeira AB de seção transversal retangular (Fig. 3b), denominada *terça*, apoia-se sobre outras vigas, as quais não são de interesse neste caso. A terça AB suporta, além do peso das telhas, seu peso próprio e qualquer outra carga adicional que possa existir (vento, por exemplo).

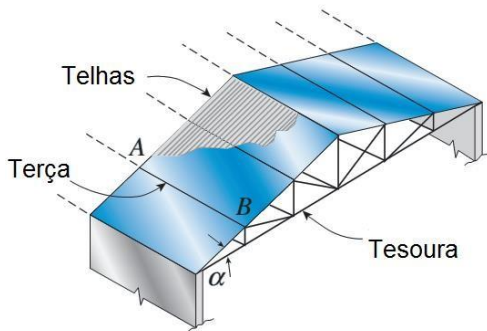


Figura 3a

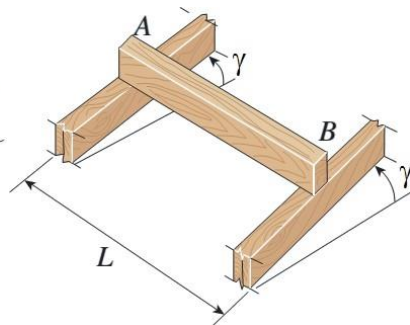


Figura 3b

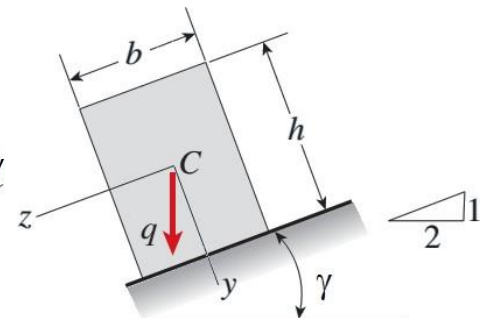


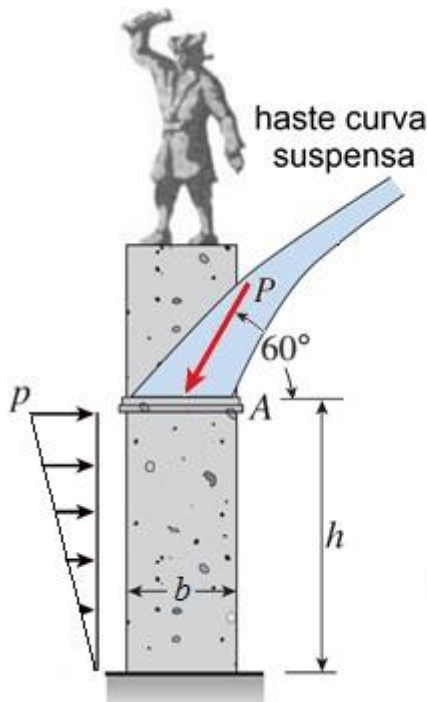
Figura 3c

Admitindo-se $b = 100 \text{ mm}$, $h = 150 \text{ mm}$, $L = 1,6 \text{ m}$ e que estes carregamentos possam ser representados por uma única carga distribuída $q = 3,0 \text{ kN/m}$, agindo na vertical e, considerando-se que a tesoura possua uma inclinação de 1 para 2 (Fig. 2c), pede-se:

- Determinar a posição da linha neutra (LN);
- Determinar as máximas tensões de tração e compressão atuantes na seção transversal da terça.

Respostas: a) LN forma $-48,37^\circ$ com o eixo z ; b) $\sigma_{tr} = 4,00 \text{ MPa}$ e $\sigma_{comp} = -4,00 \text{ MPa}$.

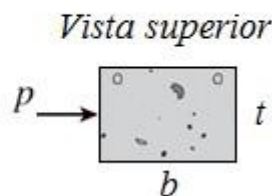
4) Uma haste curva suspensa transmite uma carga inclinada $P = 35 \text{ kN}$ à 60° para o CG do topo de um pilarde pedra de seção retangular $b \times t$ (vide figura abaixo). Sabendo-se que o peso específico da pedra é 26 kN/m^3 e que este pilar também suporta uma carga lateral de vento $p = 1 \text{ kN/m}$, pede-se determinar o peso mínimo W da estátua para que não existam tensões de tração no pilar.



Dados:

- $h = 5 \text{ m}$
- $b = 1,5 \text{ m}$
- $t = 1,0 \text{ m}$

OBS: Desconsidere o peso do pilar acima do ponto A.



Resposta: $W = 91,36 \text{ kN}$.

5) Sobre viga protendida mostrada na Fig. 5a atua uma carga vertical $Q = 30 \text{ kN}$. De modo a manter a tensão normal **nula** no ponto mais tracionado da viga, aplicou-se uma carga de protensão $P_1 = 150 \text{ kN}$ a 325 mm abaixo do CG da seção (\bar{y}).

No entanto, deseja-se substituir este esquema de protensão por um outro, no qual uma força $P' = 75 \text{ kN}$ é aplicada na mesma posição de P_1 e uma outra força $P'' = 70 \text{ kN}$ é aplicada a uma distância d do CG da seção. Este arranjo é possível? Se sim, qual o valor de d ? Se não, justifique a sua resposta.

Dados: $I_z = 8,03 \times 10^9 \text{ mm}^4$, $\bar{y} = 400 \text{ mm}$ (a partir da base da seção) e $S = 1,30 \times 10^5 \text{ mm}^2$.

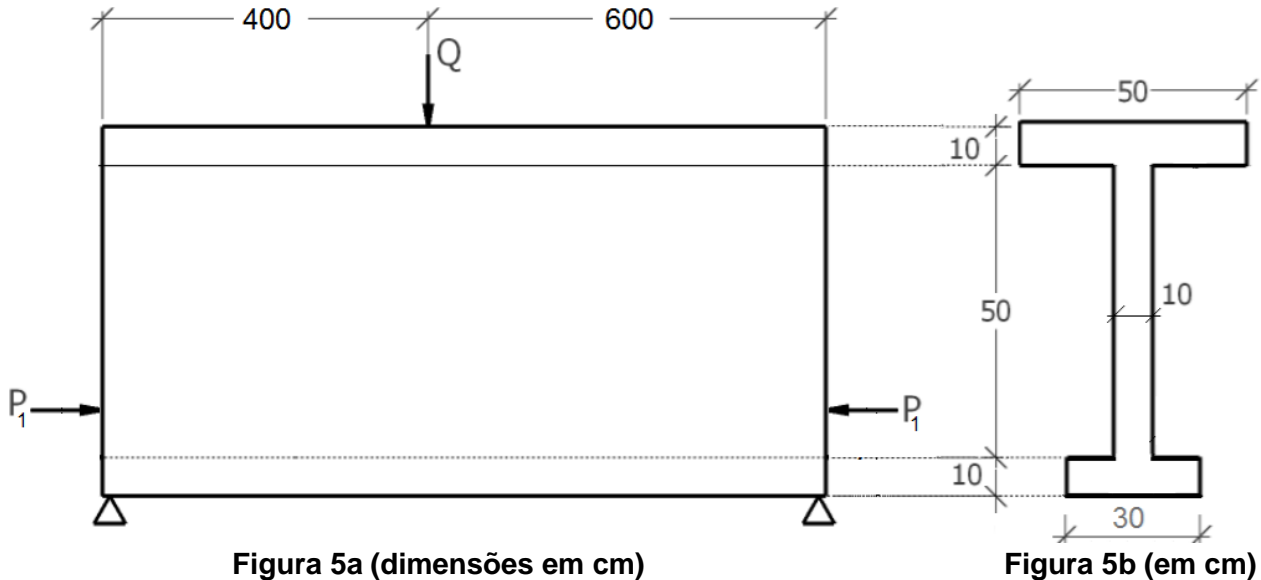
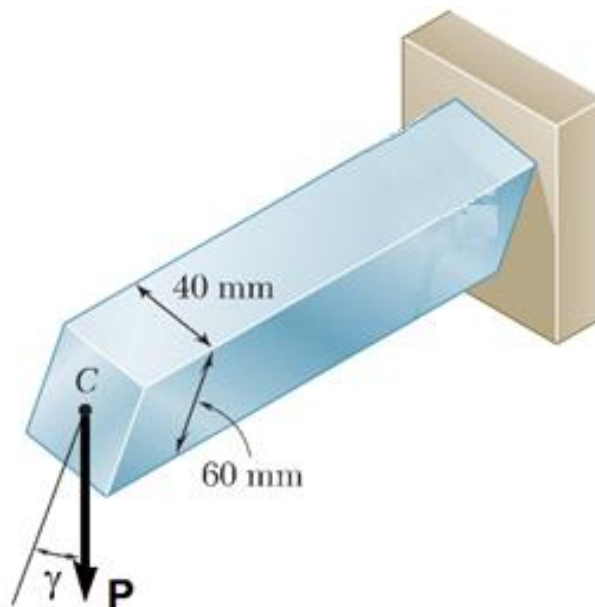


Figura 5a (dimensões em cm)

Figura 5b (em cm)

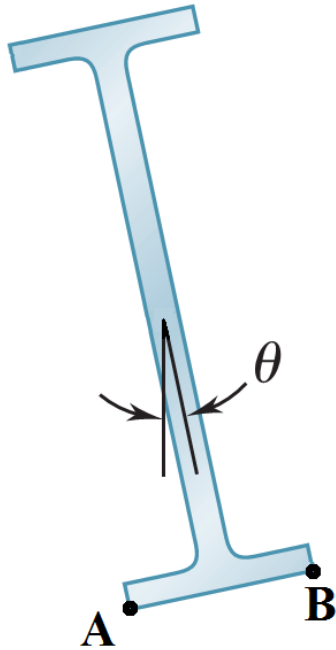
Resposta: Sim, é possível: $d = 360,48 \text{ mm}$.

6) Uma barra engastada e livre, de seção retangular e com 30 cm de comprimento, foi construída de modo que a face medindo 60 mm forma um ângulo $\gamma = 30^\circ$ com a vertical. Para esta situação, determine o maior valor que a carga P pode assumir (em Newtons), de modo que a máxima tensão normal de **tração** não ultrapasse 15 MPa .



Resposta: $742,56 \text{ N}$

7) A seção I mostrada abaixo está sujeita à flexão pura. Sabendo-se que o eixo da alma da seção forma um ângulo θ com a vertical e que esta, por sua vez, coincide com o eixo de solicitação, calcule:



Dados:

$$\frac{h_{seção}}{b_{seção}} = 4$$

$$\frac{I_{\bar{z}}}{I_{\bar{y}}} = 10$$

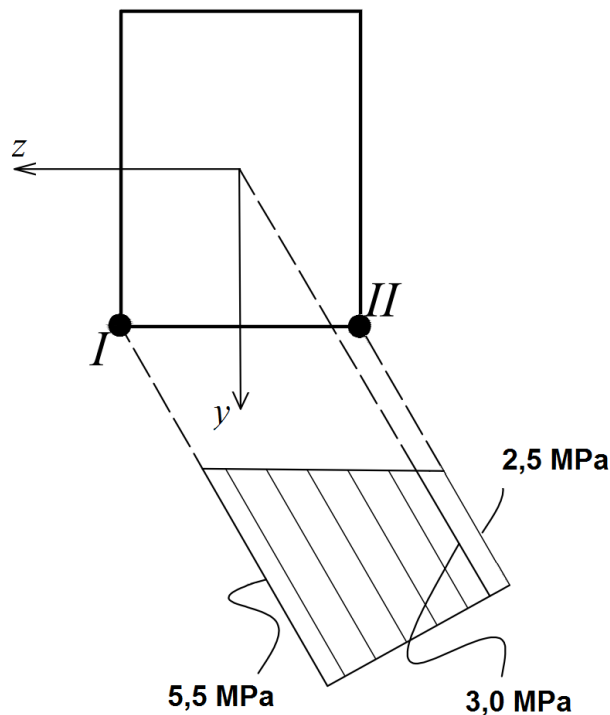
onde \bar{z} e \bar{y} representam os eixos baricêntricos.

OBS: Admita que os pontos A e B estejam sujeitos à tração.

- a) o ângulo θ , de forma que a tensão normal no ponto A seja o triplo da tensão normal no ponto B;
 b) a posição da linha neutra (LN), caso $\theta = 30^\circ$.

Resposta: a) $11,31^\circ$; b) $-86,70^\circ$

8) Uma seção retangular (200 x 500 mm) está sujeita a uma carga excêntrica que gera uma flexão composta, cujo diagrama de tensão está apresentado abaixo. Assim, determine a **posição de aplicação** e o **valor desta carga**.



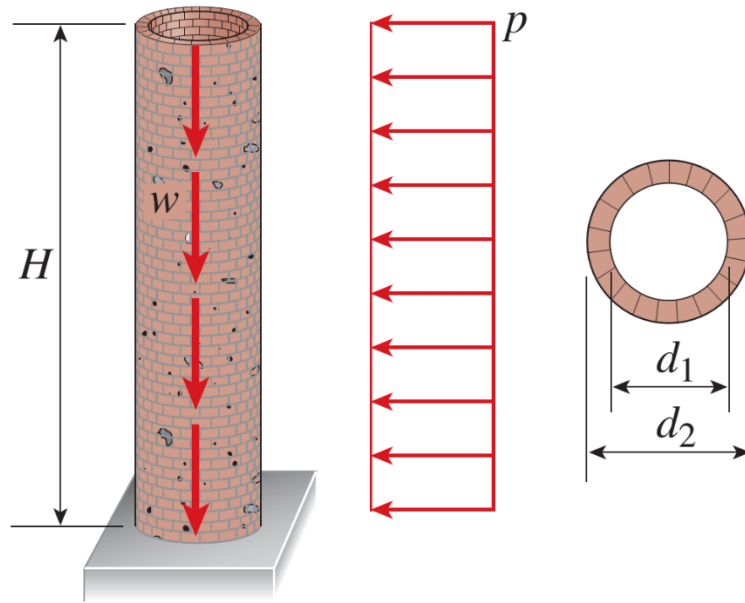
Respostas: $N = 300 \text{ kN}$; $y_c = 27,78 \text{ mm}$ e $z_c = 16,67 \text{ mm}$.

9) A chaminé mostrada abaixo possui altura H e pesa $w = 10 \text{ kN/m}$. Os diâmetros interno e externo são $d_1 = 0,9 \text{ m}$ e $d_2 = 1,2 \text{ m}$, respectivamente. Além disso, a chaminé sofre a ação de uma carga lateral $p = 0,70 \text{ kN/m}$. Sabendo-se que o conjunto argamassa/tijolo não suporta tensões de tração, determine a máxima altura H (em metros) admissível para esta estrutura.

Dados:

$$S = 4,95 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

$$I_z = I_y = 6,96 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$



Resposta: $H = 6,70 \text{ m}$.