

Exemplo – Esforços combinados

PROF. ALEXANDRE A. CURY

DEPARTAMENTO DE MECÂNICA APLICADA E COMPUTACIONAL



Exemplo

Verifique se os pontos A, B e C na seção do engaste da estrutura mostrada ao lado irão falhar segundo os critérios de Tresca e de von Mises. Considere:

$$P_0 = 45 \text{ kN}$$

$$P_1 = 8 \text{ kN}$$

$$P_2 = 4 \text{ kN}$$

$$P_3 = 3 \text{ kN}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$h = 25 \text{ cm}$$

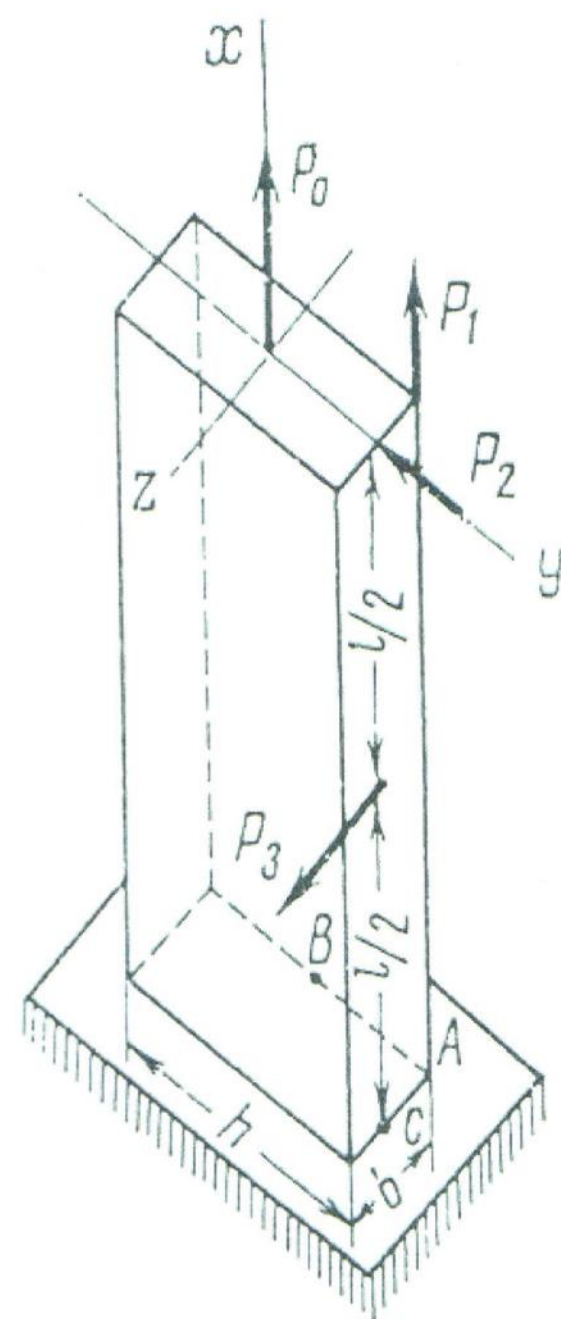
$$b = 8 \text{ cm}$$

$$S = 200 \text{ cm}^2$$

$$I_z = 10.416,67 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 1066,67 \text{ cm}^4$$

Máxima tensão admissível: $\sigma_e = 1,5 \text{ kN/cm}^2$



Exemplo

$$\begin{array}{ll} P_0 = 45 \text{ kN} & P_1 = 8 \text{ kN} \\ P_2 = 4 \text{ kN} & P_3 = 3 \text{ kN} \end{array}$$

$$L = 1 \text{ m}, h = 25 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}$$

1) Cálculo dos esforços internos (N, Q_y , Q_z , M_y , M_z e T) na seção do engaste:

1.1) Esforço Normal:

$$N = P_0 + P_1 = 45 + 8 = 53 \text{ [kN]}$$

1.4) Momento Fletor em y (M_y):

$$M_y = P_1 \cdot (b/2) + P_3 \cdot (L/2) = 182 \text{ [kN cm]}$$

1.2) Cortante em y (Q_y):

$$Q_y = -P_2 = -4 \text{ [kN]}$$

1.5) Momento Fletor em z (M_z):

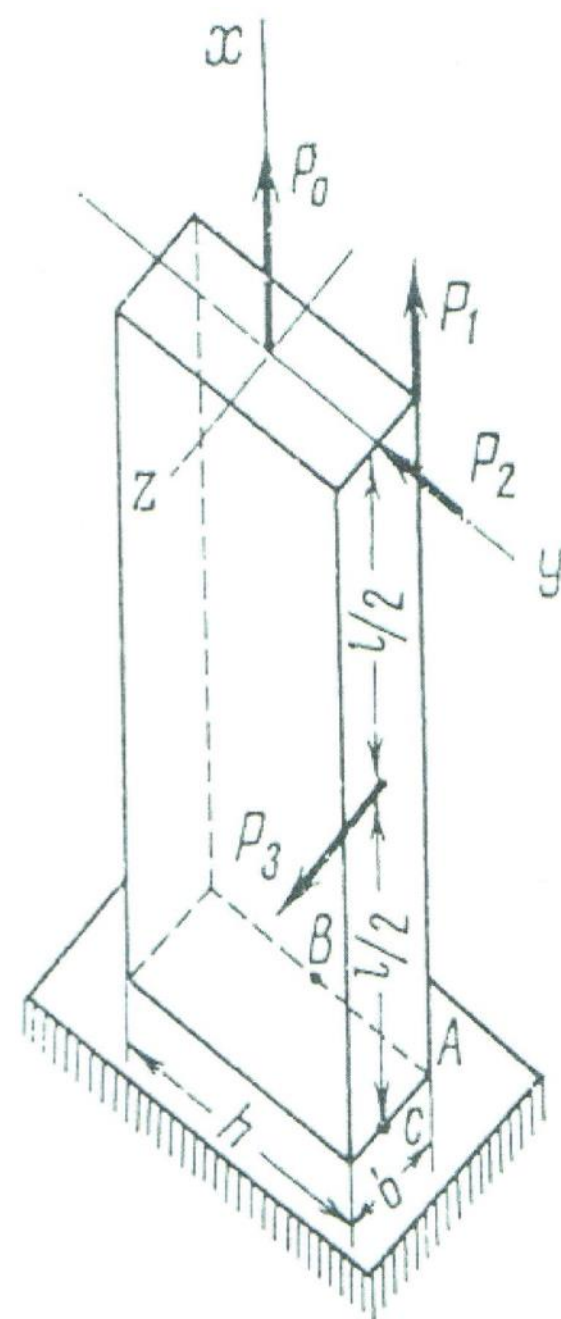
$$M_z = P_1 \cdot (h/2) + P_2 \cdot (L) = 500 \text{ [kN cm]}$$

1.3) Cortante em z (Q_z):

$$Q_z = P_3 = 3 \text{ [kN]}$$

1.6) Momento Torsor (T):

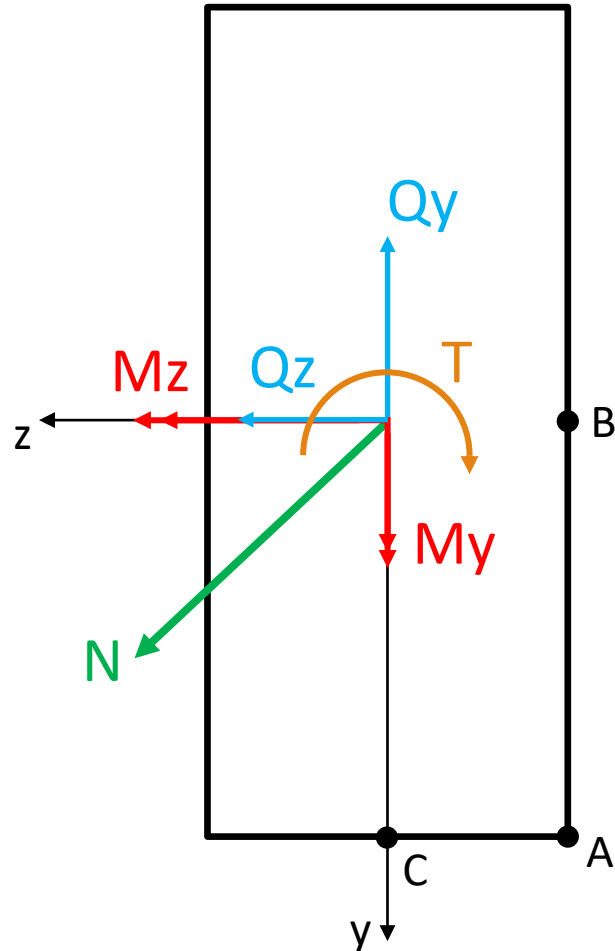
$$T = P_3 \cdot (h/2) = 37,5 \text{ [kN cm]}$$



Exemplo

1) Cálculo dos esforços internos (N, Q_y , Q_z , M_y , M_z e T) na seção do engaste:

Resumo dos esforços atuantes na seção:



$$N = 53 \text{ kN}$$

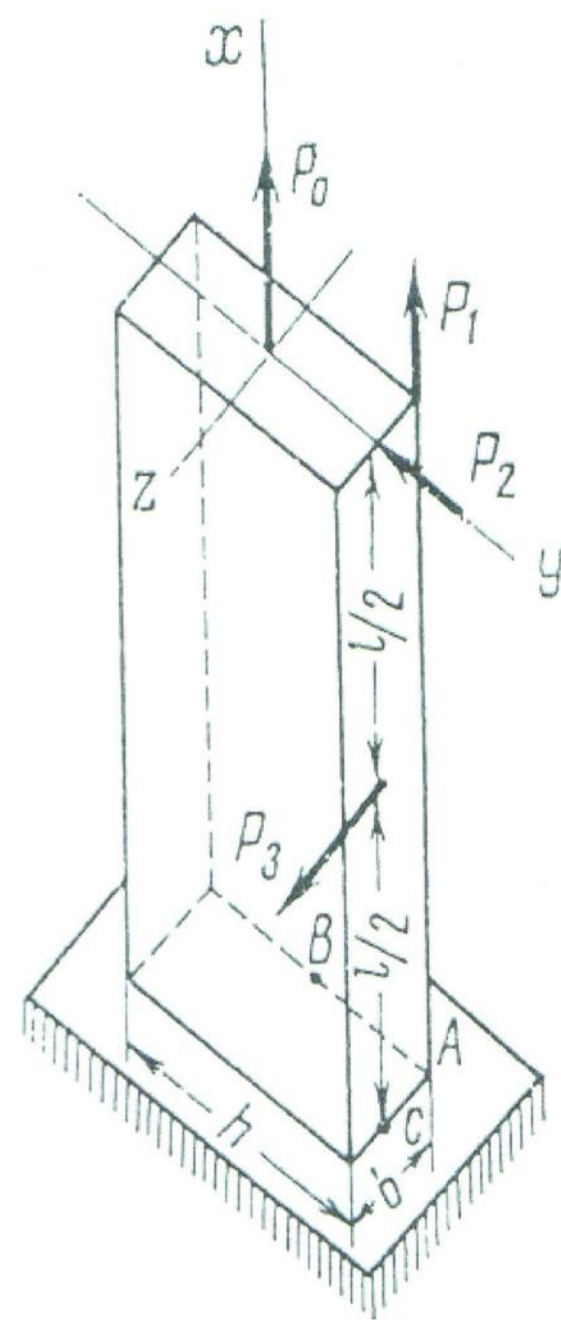
$$Q_y = -4 \text{ kN}$$

$$Q_z = 3 \text{ kN}$$

$$M_y = 182 \text{ kN cm}$$

$$M_z = 500 \text{ kN cm}$$

$$T = 37,5 \text{ kN cm}$$



Exemplo

2) Cálculo das tensões normais nos pontos A, B e C:

$$\sigma_x = \frac{N}{S} + \frac{M_z y}{I_z} - \frac{M_y z}{I_y}$$

2.1) Ponto A: (y=12,5 cm; z = -4 cm)

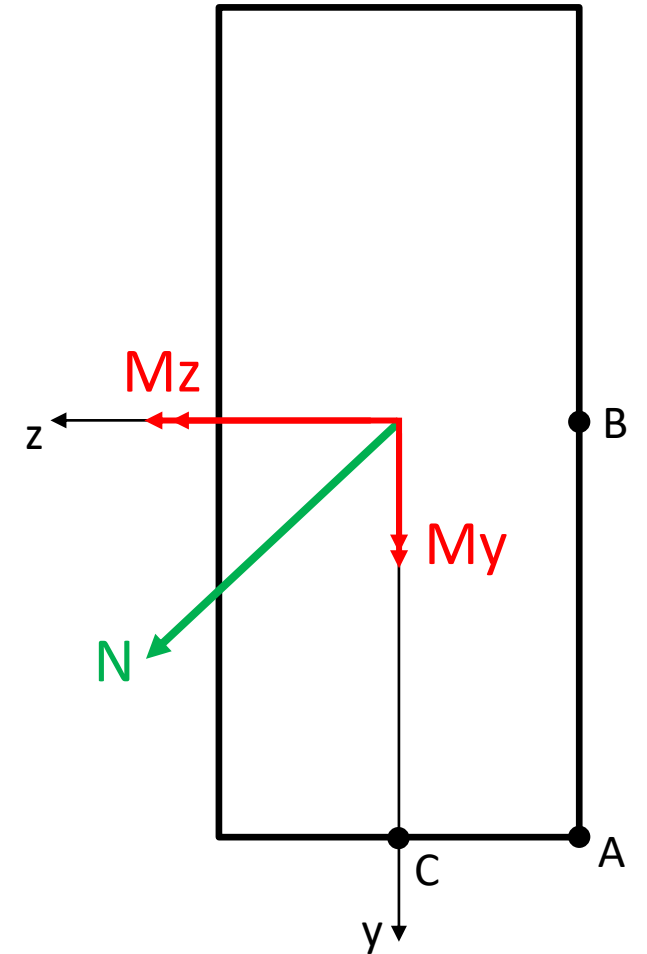
$$\sigma_x = \frac{53}{200} + \frac{500 \times (12,5)}{10416,67} - \frac{182 \times (-4)}{1066,67} = 1,547 \text{ kN/cm}^2$$

2.2) Ponto B: (y=0 cm; z = -4 cm)

$$\sigma_x = \frac{53}{200} + \frac{500 \times (0)}{10416,67} - \frac{182 \times (-4)}{1066,67} = 0,947 \text{ kN/cm}^2$$

2.3) Ponto C: (y=12,5 cm; z = 0 cm)

$$\sigma_x = \frac{53}{200} + \frac{500 \times (12,5)}{10416,67} - \frac{182 \times (0)}{1066,67} = 0,865 \text{ kN/cm}^2$$



Exemplo

3) Cálculo das tensões tangenciais nos pontos A, B e C:

3.1) Devidas ao Esforço Cortante em y (Qy):

$$\tau_B = \frac{Q_y M_s}{t I_z} = \frac{-4 \times (6,25 \times 8 \times 12,5)}{8 \times 10416,67} = -0,030 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_A = \tau_C = 0$$

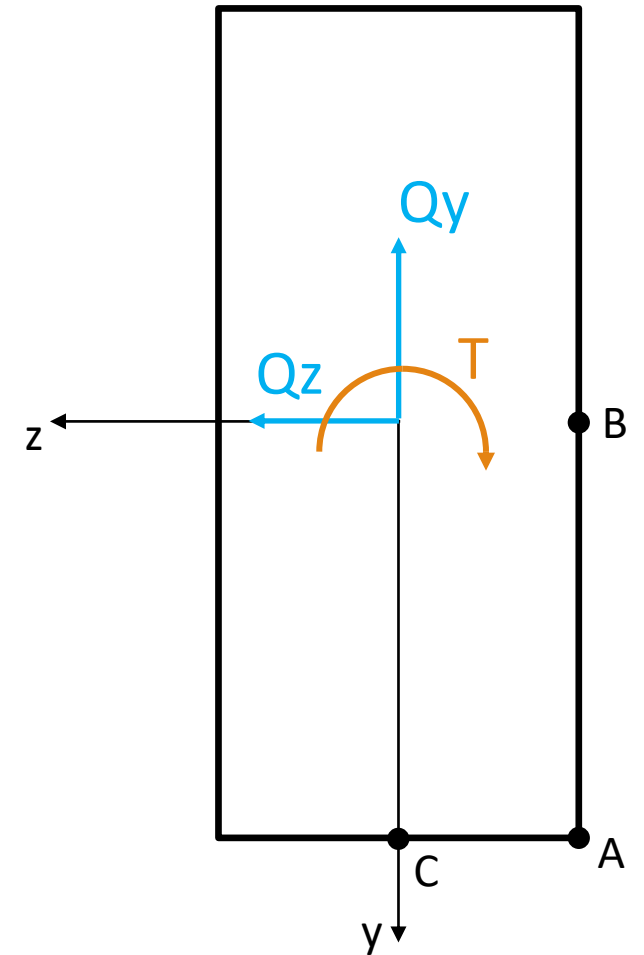
3.2) Devidas ao Esforço Cortante em z (Qz):

$$\tau_C = \frac{Q_z M_s}{t I_y} = \frac{3 \times (2 \times 4 \times 25)}{25 \times 1066,67} = 0,023 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_A = \tau_B = 0$$

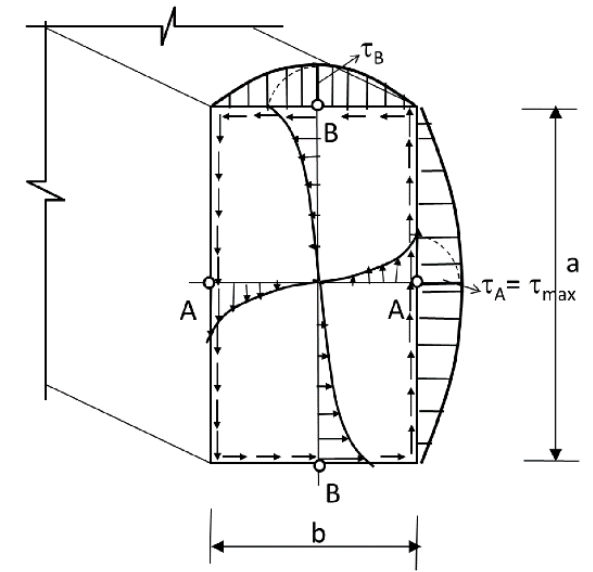
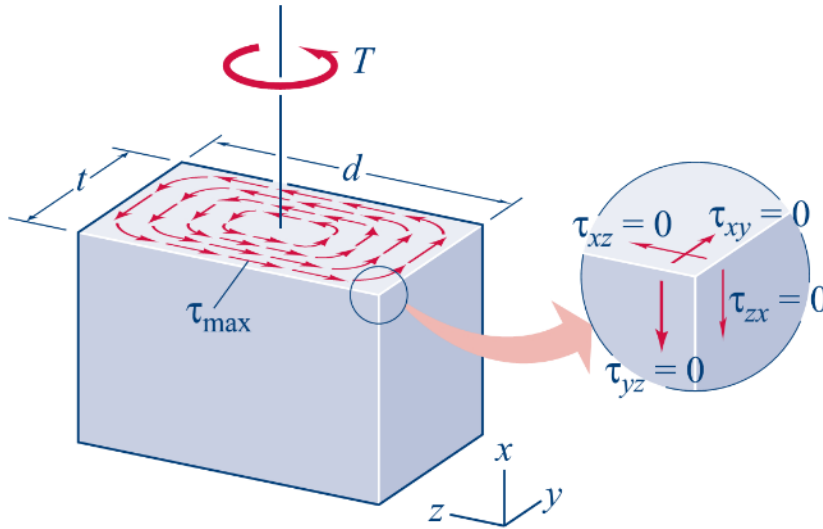
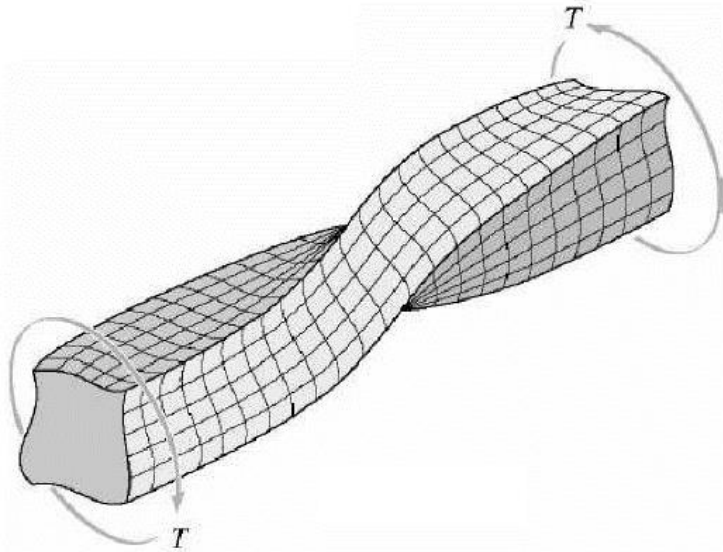
3.3) Devidas ao Momento Torsor (T):

Como calcular em uma seção retangular?



Exemplo

Cálculo de tensões tangenciais em seções retangulares:



$$\tau_A = \tau_{max} = \frac{T}{\alpha ab^2}$$

$$\tau_B = \eta \tau_{max}$$

Valores de α e η para diversos valores de a/b

a/b	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
η	1	0,859	0,82	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

Exemplo

3) Cálculo das tensões tangenciais nos pontos A, B e C:

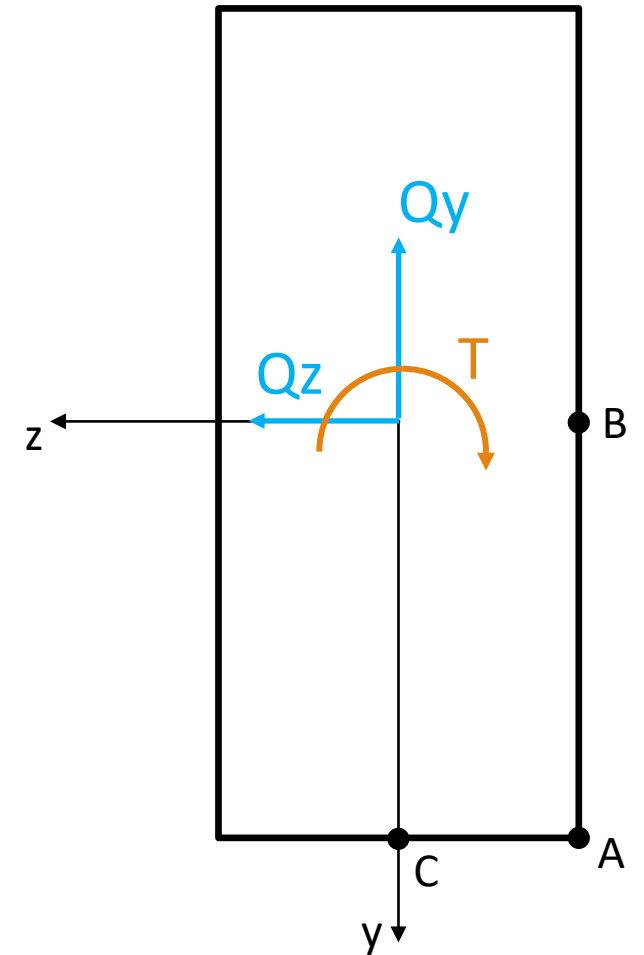
3.3) Devidas ao Momento Torsor (T):

Da tabela, para $h/b = 25/8 = 3,125$, temos: $\alpha = 0,269$ e $\eta = 0,752$

$$\tau_B = \frac{T}{\alpha h b^2} = 0,087 \text{ [kN/cm}^2\text{]} \quad \tau_C = \eta * \tau_B = 0,065 \text{ [kN/cm}^2\text{]} \quad \tau_A = 0$$

Quadro-resumo da tensões tangenciais nos pontos A, B e C:

	Q_y	Q_z	T	$\Sigma\tau$
A	0	0	0	0
B	-0,030	0	0,087	0,057
C	0	0,023	0,065	0,088



Exemplo

4) Verificação dos critérios de falha nos pontos A, B e C:

4.1) Tresca: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} < \sigma_e$

- Ponto A: $[(1,547)^2 + 4*0^2]^{1/2} = 1,547 > 1,5$

→ FALHA!

- Ponto B: $[(0,947)^2 + 4*(0,057)^2]^{1/2} = 0,954 < 1,5$

→ NÃO FALHA!

- Ponto C: $[(0,865)^2 + 4*(0,088)^2]^{1/2} = 0,883 < 1,5$

→ NÃO FALHA!

4.2) von Mises: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} < \sigma_e$

- Ponto A: $[(1,547)^2 + 3*0^2]^{1/2} = 1,547 > 1,5$

→ FALHA!

- Ponto B: $[(0,947)^2 + 3*(0,057)^2]^{1/2} = 0,952 < 1,5$

→ NÃO FALHA!

- Ponto C: $[(0,865)^2 + 3*(0,088)^2]^{1/2} = 0,878 < 1,5$

→ NÃO FALHA!

