

# Critérios de falha

---

PROF. ALEXANDRE A. CURY

DEPARTAMENTO DE MECÂNICA APLICADA E COMPUTACIONAL

# Critérios de falha

- A avaliação das tensões e deformações sempre é feita em função de certas propriedades do material.
- Entretanto, não basta apenas calcular essas grandezas. Precisamos confrontar os valores encontrados com limites pré-estabelecidos para verificar o estado em que o material se encontra, após as solicitações que venha a sofrer.
- Em outras palavras, é necessário identificar os valores de tensão e deformação que levarão o material a **falhar** (romper ou escoar, por exemplo).
- A questão, portanto, é: **COMO** estabelecer um critério de falha para um determinado material?
- Não existe uma resposta única para esta questão. Por isso, diversos critérios estão descritos na literatura e, para cada tipo de material, um critério pode ser considerado mais adequado que outros.

# Critérios de falha

## Materiais Frágeis

- Um material é considerado frágil quando rompe, à tração (ou compressão), ainda na fase elástica (sem “aviso prévio”).
- Em outras palavras, a falha se dá por **ruptura**, sem que haja escoamento.
- **Exemplos:** concreto simples, fibra de carbono, ferro fundido, vidro, porcelana, tijolo cerâmico, etc.

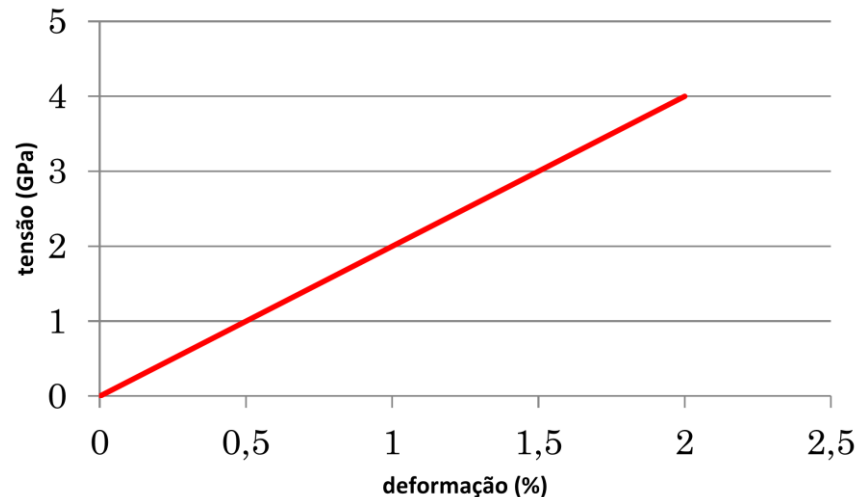


Gráfico “Tensão x Deformação” típico de um material frágil (ausência de patamar de escoamento)

# Critérios de falha

## Materiais Frágeis

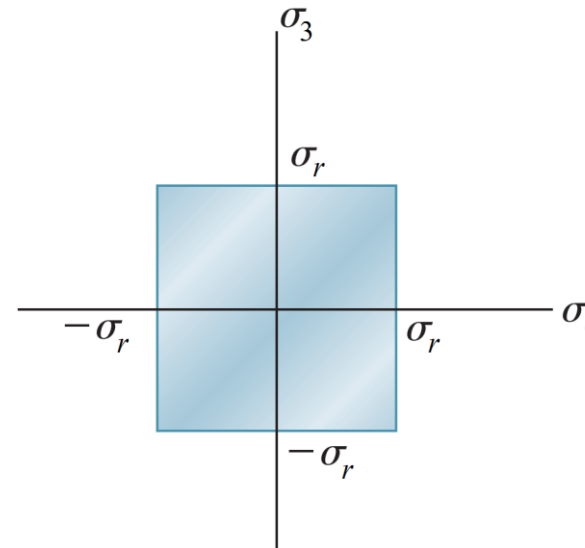
### 1) Critério da Máxima Tensão Normal (Teoria de Rankine ou Teoria de Coulomb):

- Ocorre quando a **tensão principal máxima** no material atinge a **tensão normal máxima** que o material pode suportar em um teste de **tração uniaxial**.
- Esta teoria também admite que falhas em **compressão** ocorram na mesma tensão máxima que as falhas em **tração**.

$$|\sigma_1| < \sigma_r$$

$$|\sigma_3| < \sigma_r$$

Graficamente



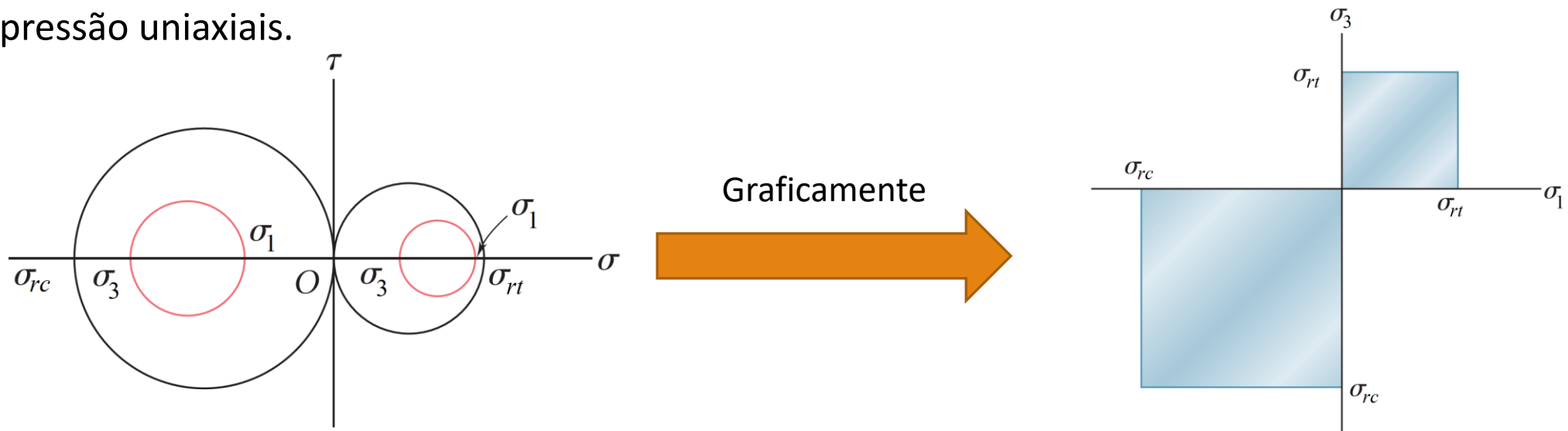
Sendo  $\sigma_r$  a tensão de ruptura do material em um teste de tração uniaxial.

# Critérios de falha

## Materiais Frágeis

### 2) Critério de Falha de Mohr (ou Mohr-Coulomb):

- A principal limitação do critério anterior é considerar que as resistências à tração e à compressão de um material são iguais.
- O presente critério separa essas duas situações. Para tanto, são realizados ensaios de tração e compressão uniaxiais.

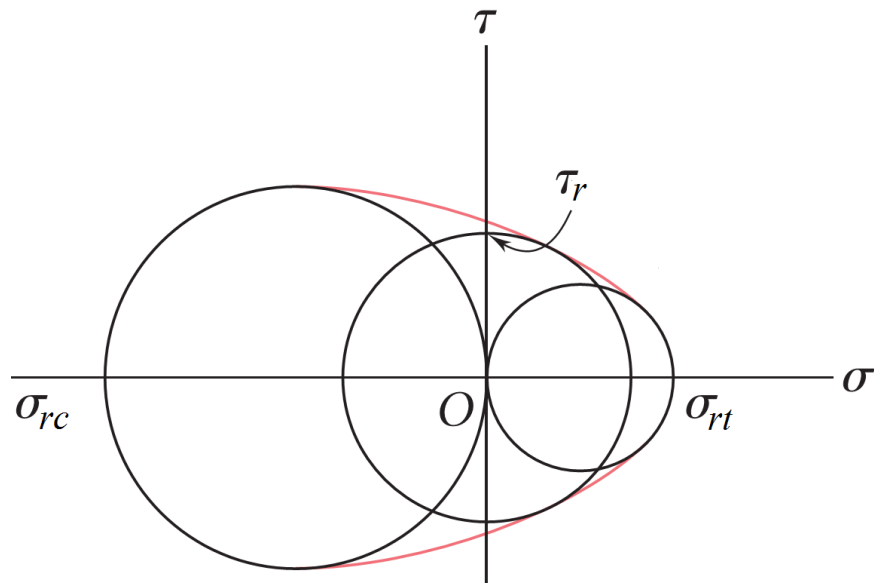


# Critérios de falha

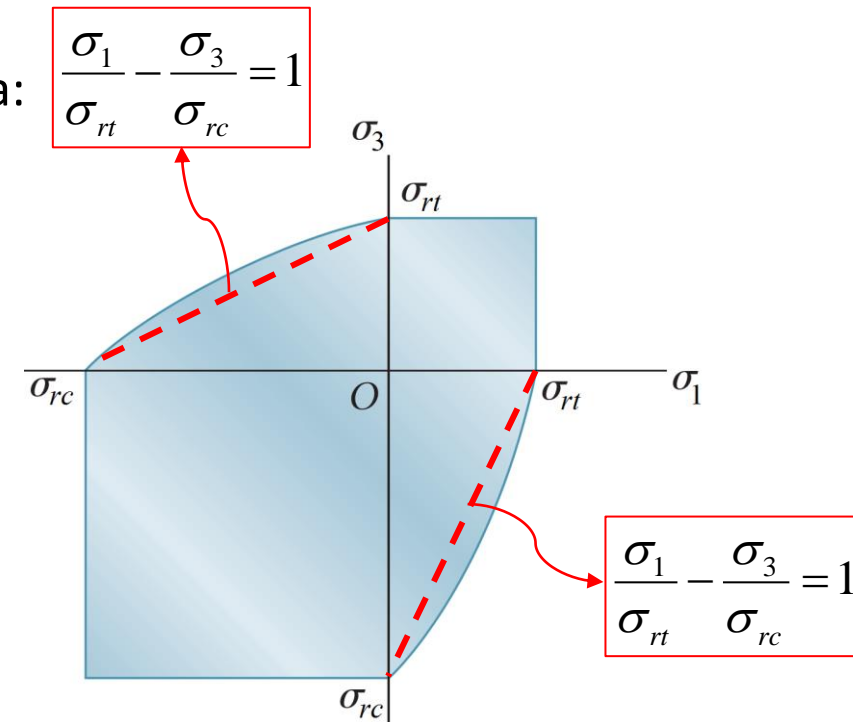
## Materiais Frágeis

### 2) Critério de Falha de Mohr (ou Mohr-Coulomb):

- Pode-se, ainda, considerar um terceiro ensaio: o de torção.
- Neste caso, um terceiro círculo é construído e uma envoltória é traçada:



Graficamente

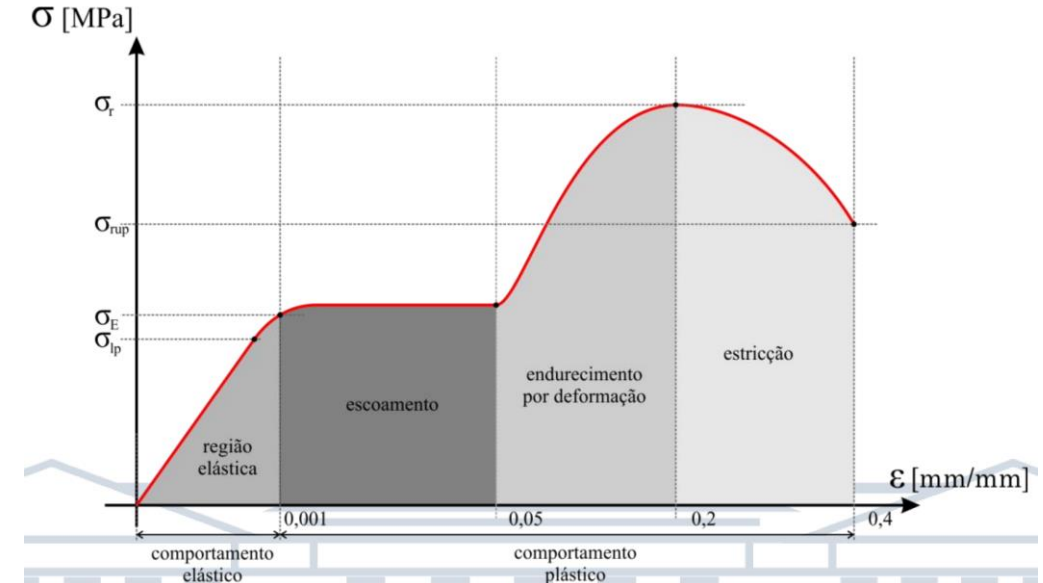


# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

- Um material é considerado dúctil quando suporta grandes deformações antes de romper.
- Em outras palavras, a falha se dá por **escoamento**, após a ocorrência de deformações plásticas (irreversíveis).
- **Exemplos**: aço, cobre, ouro, etc.

Gráfico “Tensão x Deformação” típico de um material dúctil  
(presença de patamar de escoamento)



# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 3) Critério de Falha de Tresca (Máxima Tensão Cisalhante):

- Vimos no curso que, quando um elemento estrutural é ensaiado à tração (uniaxial), a tensão cisalhante máxima ocorre a 45° em relação ao eixo axial (longitudinal) do elemento.
- Vimos, ainda, que o valor desta tensão cisalhante máxima é a metade da máxima tensão normal.
- Assim sendo, considerando que o material dúctil “falha” quando ocorre o escoamento, a máxima tensão cisalhante pode ser escrita como:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_e}{2}, \text{ onde } \sigma_e \text{ representa a tensão de escoamento do material}$$

- O critério de Tresca se enuncia como: “Um elemento estrutural (dúctil) irá falhar se a tensão cisalhante máxima ultrapassar a máxima tensão cisalhante obtida em um ensaio de tração uniaxial realizado no mesmo material”.



# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 3) Critério de Falha de Tresca (Máxima Tensão Cisalhante):

Vimos que a máxima tensão tangencial em um ponto pode ser calculada como:

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}$$

Assim, o critério de Tresca pode ser descrito como:

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} < \frac{\sigma_e}{2}$$



$$|\sigma_1 - \sigma_3| < \sigma_e$$

OBS: Equação válida se  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  possuírem sinais contrários.

Caso  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  possuam mesmo sinal, as máximas tensões cisalhantes serão dadas por:

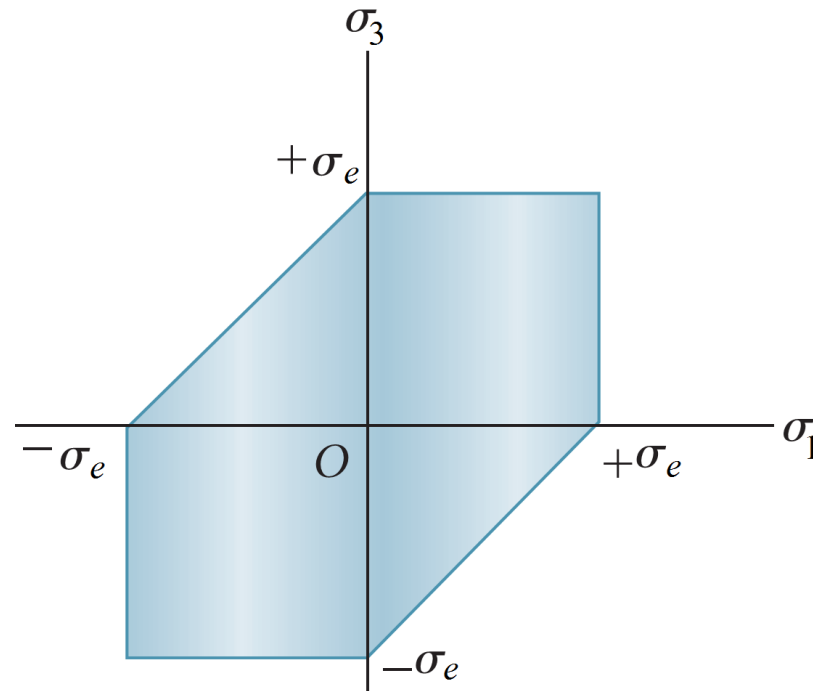
$$\sigma_1 < \sigma_e \text{ e } |\sigma_3| < \sigma_e$$

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 3) Critério de Falha de Tresca (Máxima Tensão Cisalhante):

A representação gráfica do critério de Tresca é mostrada abaixo:



**Hexágono de Tresca**

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 3) Critério de Falha de Tresca (Máxima Tensão Cisalhante):

Para o estado plano de tensões, podemos reescrever o critério de Tresca como:

$$|\sigma_1 - \sigma_3| < \sigma_e = \left| \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \right| < \sigma_e$$

ou simplesmente:  $\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} < \sigma_e$

Para os casos em que  $\sigma_{yy} = 0$ , a equação se simplifica para:

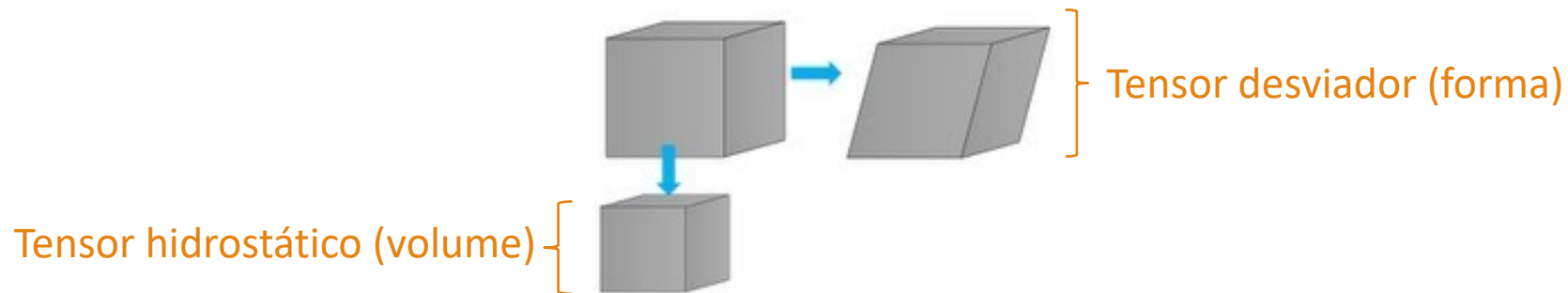
$$\sqrt{\sigma_{xx}^2 + 4\tau_{xy}^2} < \sigma_e$$

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 4) Critério de Falha de von Mises (Máxima Energia de Distorção):

- Embora o critério de Tresca forneça uma hipótese razoável para o escoamento em materiais dúcteis, a teoria de von Mises se correlaciona melhor com os dados experimentais e, desse modo, é geralmente mais utilizada.
- Nessa teoria, são considerados conceitos de **energia** de distorção de um dado elemento, isto é, a energia associada a mudanças na **forma** do elemento e não do **volume** do mesmo.



- O critério de von Mises se enuncia como: “Um elemento estrutural (dúctil) irá falhar se a energia associada à mudança de forma de um corpo, submetido a um carregamento multiaxial, ultrapassar a energia de distorção de um corpo de prova submetido a um ensaio uniaxial de tração”.

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 4) Critério de Falha de von Mises (Máxima Energia de Distorção):

Como visto, a densidade de energia de distorção para um elemento sujeito a um estado triaxial de tensões pode ser escrita como:

$$\bar{u}_d = \frac{(1+\nu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

Em um ensaio de tração (uniaxial), a densidade de energia de distorção pode ser calculada, fazendo  $\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_e \\ \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \end{cases}$

$$\bar{u}_{tração} = \frac{(1+\nu)}{6E} [2\sigma_e^2] = \frac{(1+\nu)}{3E} \sigma_e^2$$

Pelo enunciado do critério, temos que:  $\bar{u}_d < \bar{u}_{tração}$ . Assim,

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 < 2\sigma_e^2$$



**E. Triaxial de Tensões**

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 4) Critério de Falha de von Mises (Máxima Energia de Distorção):

Para o estado plano de tensões ( $\sigma_2 = 0$ ), podemos reescrever o critério de von Mises como:

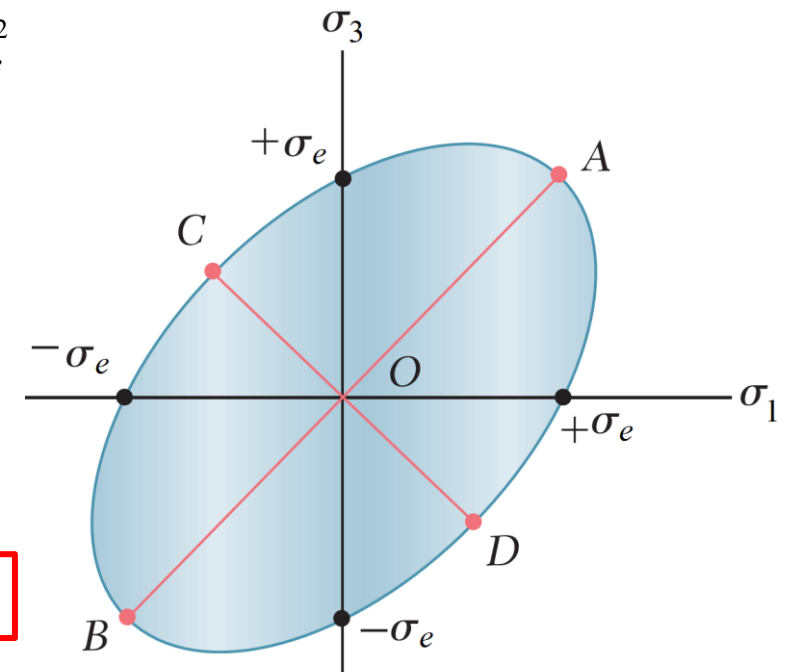
$$\bar{u}_d = \frac{(1+\nu)}{3E} (\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_3^2) \quad \text{e} \quad \bar{u}_{tração} = \frac{(1+\nu)}{3E} \sigma_e^2$$

Assim,  $\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_3^2 < \sigma_e^2$



Graficamente

**Elipse de von Mises**



# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

### 4) Critério de Falha de von Mises (Máxima Energia de Distorção):

Podemos reescrever a equação anterior em função do estado de tensões:

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2} < \sigma_e$$

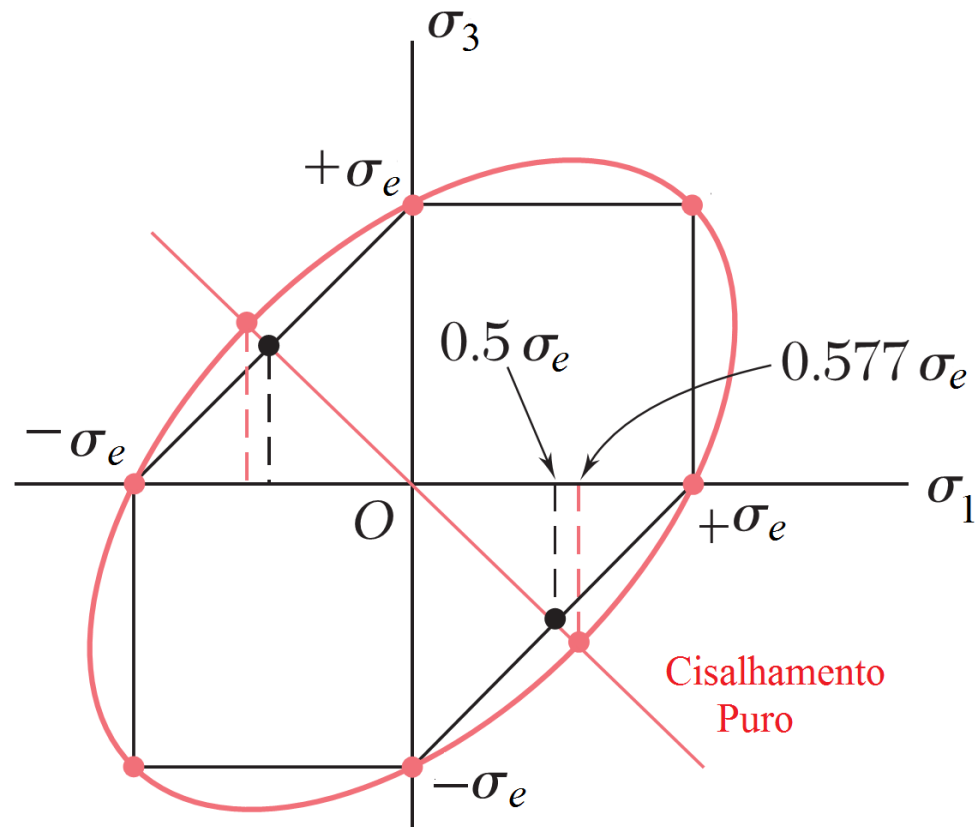
Para os casos em que  $\sigma_{yy} = 0$ , a equação se simplifica para:

$$\sqrt{\sigma_{xx}^2 + 3\tau_{xy}^2} < \sigma_e$$

# Critérios de falha

## Materiais Dúcteis

Comparativo entre critérios:

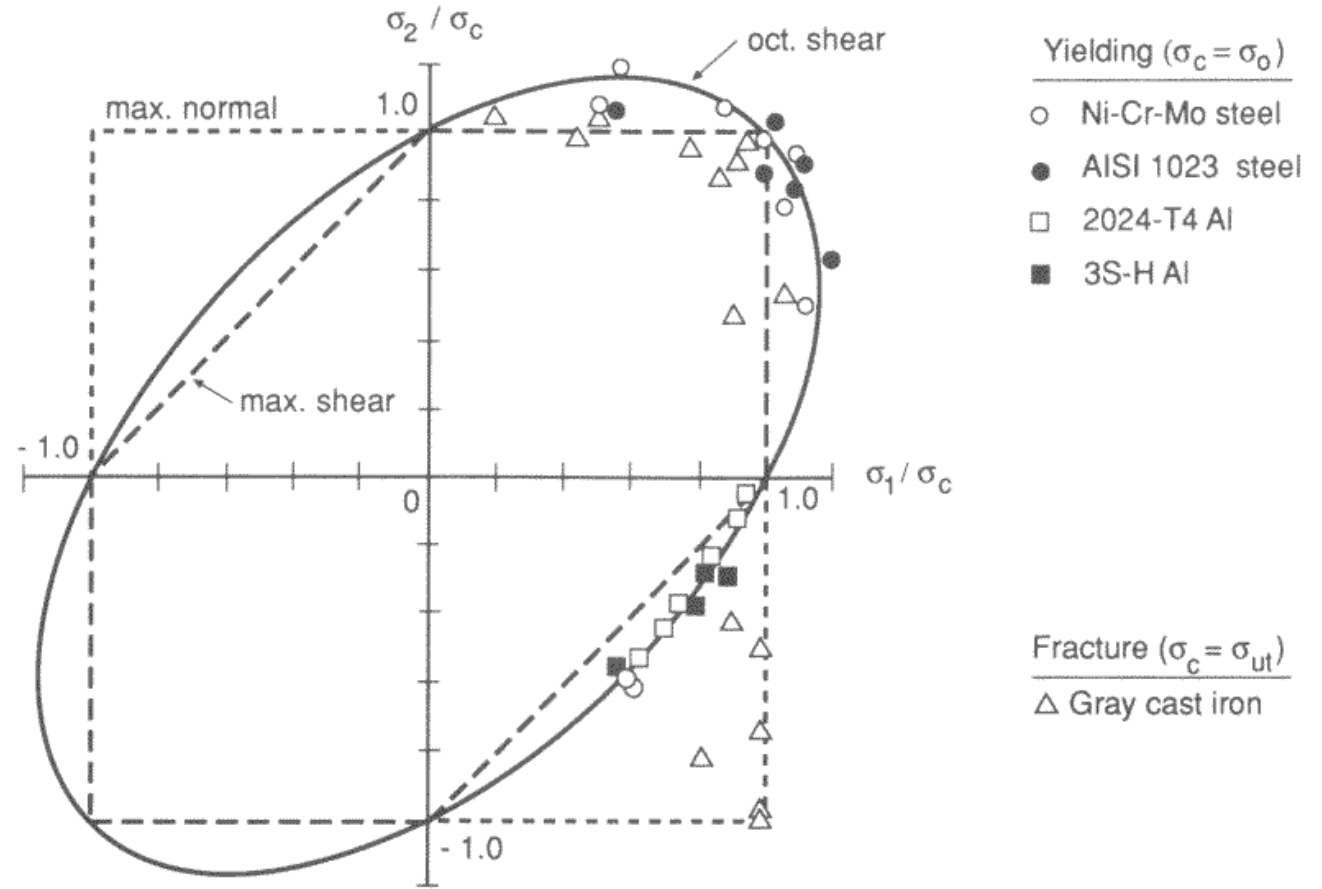




# Critérios de falha

## Comparativo entre critérios:

Ensaio experimentais realizados com materiais frágeis e dúcteis:



# Critérios de falha

## Referências:

Esses slides foram preparados usando como base:

- 1) Beer, Johnston – Mecânica dos Materiais – 6ª ed.
- 2) Apostila de Resistência dos Materiais I – Prof. Marco André Argenta – UFPR
- 3) Notas de aula do Prof. Elson Toledo