CAPÍTULO 8 - AULA 1

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS À FLEXÃO

9 de novembro de 2026

OBSERVAÇÃO

- O conteúdo deste capítulo corresponde ao Capítulo 12 do livro-texto.
- Os slides iniciais, até o slide 21, foram baseados no Capítulo 5 do livro GERE, James e GOODNO, Barry, Mecânica dos Materiais, Editora Cengage Learning, 8^a edição, que faz parte das referências bibliográficas deste curso.

Dimensionamento de Vigas

- O dimensionamento de vigas consiste em selecionar sua geometria, dimensões e materiais, considerando fatores estruturais, ambientais, de carregamento e de custo.
- O principal critério de resistência mecânica é garantir que as tensões atuantes não excedam as tensões admissíveis do material. Inicialmente, são analisadas as tensões de flexão e, posteriormente, os efeitos das tensões de cisalhamento.

Principais aspectos do dimensionamento

- **Fatores considerados no projeto:**
  - Tipo de estrutura;
  - Material utilizado;
  - Cargas aplicadas;
  - Condições ambientais;
  - Custos envolvidos.

- **Critério de resistência mecânica:**
  - Selecionar a forma da seção transversal da viga;
  - Determinar as dimensões adequadas;
  - Garantir que as tensões reais não ultrapassem as tensões admissíveis do material.

Principais aspectos do dimensionamento

- **Tensões de flexão:**
  - São consideradas na primeira etapa da análise;
  - São determinadas por meio da fórmula da flexão.
- **Tensões de cisalhamento:**
  - Seus efeitos serão analisados posteriormente.
- **Defexões:**
  - Seus efeitos serão analisados posteriormente.

O módulo de resistência à flexão

- Ao dimensionar uma viga para resistir às tensões de flexão, geralmente começamos pelo cálculo do módulo de resistência à flexão necessário. Por exemplo, se a viga possui seção transversal simétrica e as tensões admissíveis são iguais tanto para tração quanto para compressão, podemos calcular o módulo de resistência necessário, S, dividindo o momento fletor máximo pela tensão admissível à flexão do material.

$$S = \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

- A tensão admissível é determinada com base nas propriedades do material e no fator de segurança desejado. Para garantir que essa tensão não seja excedida, devemos escolher uma seção transversal que apresente um módulo de resistência à flexão pelo menos igual ao valor obtido por esta equação.

O módulo de resistência à flexão

- Se a seção transversal não apresentar simetria dupla, ou se as tensões admissíveis forem diferentes para tração e compressão, geralmente será necessário determinar dois módulos de resistência à flexão: um baseado na tração e outro na compressão. Em seguida, devemos escolher uma viga que satisfaça ambos os critérios.
- Além disso, vigas de aço, alumínio, plástico e madeira podem ser adquiridas em formatos e dimensões padronizados, disponíveis nos catálogos de distribuidores e fabricantes. Os perfis comumente disponíveis incluem vigas de abas largas tipo **H**, vigas de abas curtas tipo **I**, cantoneiras, perfis **U** (canais), vigas retangulares e tubos.

Eficiência Relativa de Diferentes Formatos de Vigas

- Um dos objetivos no dimensionamento de uma viga é utilizar o material da maneira mais eficiente possível, respeitando as restrições impostas pela função, pela aparência, pelos custos de fabricação e por outros fatores semelhantes.
- Considerando apenas a resistência mecânica, a eficiência à flexão depende principalmente da forma da seção transversal. Em particular, a viga mais eficiente é aquela em que o material está localizado, na medida do possível, a uma maior distância do eixo neutro.
- Vamos considerar alguns tipos de seções transversais apresentadas na figura a seguir.

Eficiência Relativa de Diferentes Formatos de Vigas

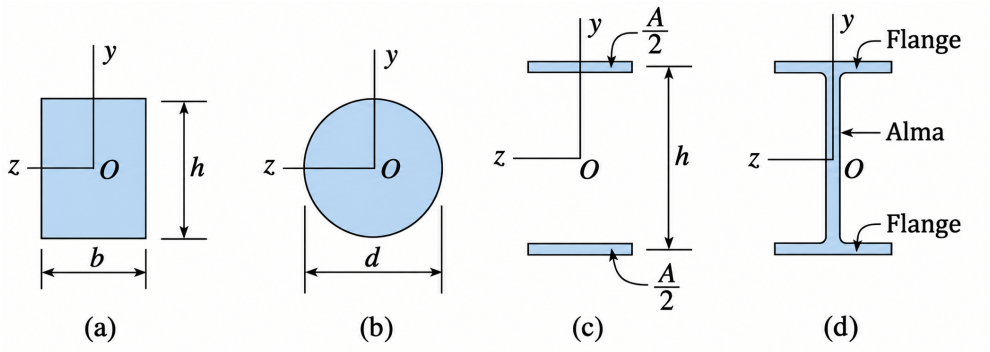


Figura: Seções transversais de vigas.

Eficiência Relativa de Diferentes Formatos de Vigas

- Como ilustração, considere uma seção transversal retangular com largura b e altura h e A a área da seção transversal, conforme apresentado na figura anterior.

$$S = \frac{bh^2}{6} = \frac{Ah}{6} = 0,167Ah$$

- Em seguida, vamos comparar uma seção transversal circular maciça, de diâmetro d, da figura a seguir, com uma seção transversal quadrada de mesma área A. O lado h de um quadrado com a mesma área que a do círculo é dado por $h = (d/2)\sqrt{\pi}$. Os módulos de resistência à flexão correspondentes são:

$$S_{\text{quadrado}} = \frac{h^3}{6} = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{48}d^3 = 0{,}1160d^3 \qquad S_{\text{círculo}} = \frac{\pi d^3}{32} = 0{,}0982d^3$$

$$\frac{S_{\text{quadrado}}}{S_{\text{círculo}}} = 1{,}18 \qquad \text{A seção quadrada é mais eficiente que a circular.}$$

Eficiência relativa de diferentes formatos de vigas

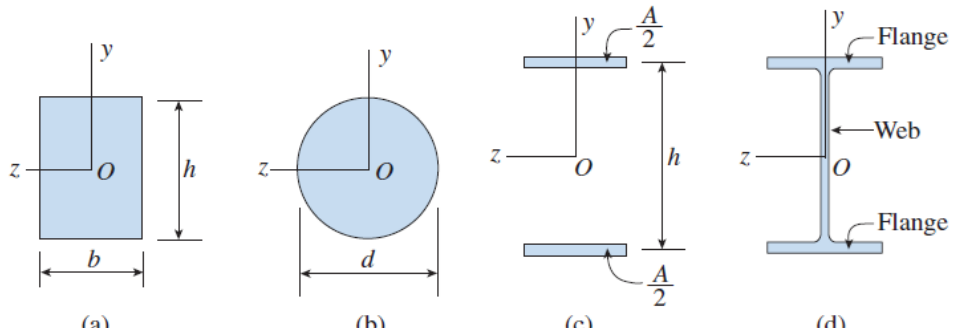


Figura: Seções transversais de vigas.

Eficiência relativa de diferentes formatos de vigas

- A forma ideal da seção transversal de uma viga, para uma dada área de seção transversal A e altura h, seria obtida colocando metade da área a uma distância $h/2$ acima do eixo neutro e a outra metade a uma distância $h/2$ abaixo do eixo neutro, conforme mostrado na figura c.

$$I = 2\left(\frac{A}{2}\right)\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{Ah^2}{4} \qquad S = \frac{I}{h/2} = 0{,}5Ah$$

- Este valor é superior ao $S = 0,167Ah$ da seção transversal quadrada.

Eficiência relativa de diferentes formatos de vigas

- Esses limites teóricos são aproximados, na prática, por perfis de abas largas (wide-flange) e perfis em I, que possuem a maior parte de seu material concentrada nas abas (figura (d)). Para vigas de abas largas padronizadas, o módulo de resistência à flexão é aproximadamente (não demosntrado aqui):

$$S \approx 0{,}35Ah$$

- Esse valor é inferior ao ideal, mas muito maior do que o módulo de resistência à flexão de uma seção transversal retangular ($S = 0,167Ah$) com a mesma área e a mesma altura.

Propriedades geoméreicas de perfis para uso estrutural

Apêndice B do livro-texto

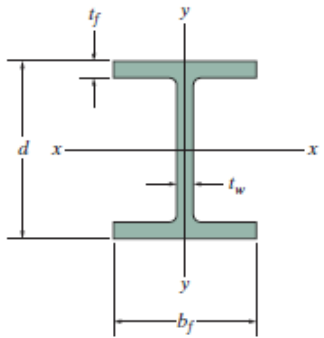


Figura: Perfil do tipo **H**.

Propriedades geométricas de perfis para uso estrutural

Wide-Flange Sections or W Shapes SI Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange		x–x axis			y–y axis		
				width b_f	thickness t_f	I	S	r	I	S	r
mm × kg/m	mm^2	mm	mm	mm	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm
W610 × 155	19 800	611	12.70	324.0	19.0	1 290	4 220	255	108	667	73.9
W610 × 140	17 900	617	13.10	230.0	22.2	1 120	3 630	250	45.1	392	50.2
W610 × 125	15 900	612	11.90	229.0	19.6	985	3 220	249	39.3	343	49.7
W610 × 113	14 400	608	11.20	228.0	17.3	875	2 880	247	34.3	301	48.8
W610 × 101	12 900	603	10.50	228.0	14.9	764	2 530	243	29.5	259	47.8
W610 × 92	11 800	603	10.90	179.0	15.0	646	2 140	234	14.4	161	34.9
W610 × 82	10 500	599	10.00	178.0	12.8	560	1 870	231	12.1	136	33.9
W460 × 97	12 300	466	11.40	193.0	19.0	445	1 910	190	22.8	236	43.1
W460 × 89	11 400	463	10.50	192.0	17.7	410	1 770	190	20.9	218	42.8
W460 × 82	10 400	460	9.91	191.0	16.0	370	1 610	189	18.6	195	42.3
W460 × 74	9 460	457	9.02	190.0	14.5	333	1 460	188	16.6	175	41.9
W460 × 68	8 730	459	9.14	154.0	15.4	297	1 290	184	9.41	122	32.8

Propriedades geométricas de perfis para uso estrutural

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange		x–x axis			y–y axis		
				width b_f	thickness t_f	I	S	r	I	S	r
mm × kg/m	mm^2	mm	mm	mm	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm
W460 × 60	7 590	455	8.00	153.0	13.3	255	1 120	183	7.96	104	32.4
W460 × 52	6 640	450	7.62	152.0	10.8	212	942	179	6.34	83.4	30.9
W410 × 85	10 800	417	10.90	181.0	18.2	315	1 510	171	18.0	199	40.8
W410 × 74	9 510	413	9.65	180.0	16.0	275	1 330	170	15.6	173	40.5
W410 × 67	8 560	410	8.76	179.0	14.4	245	1 200	169	13.8	154	40.2
W410 × 53	6 820	403	7.49	177.0	10.9	186	923	165	10.1	114	38.5
W410 × 46	5 890	403	6.99	140.0	11.2	156	774	163	5.14	73.4	29.5
W410 × 39	4 960	399	6.35	140.0	8.8	126	632	159	4.02	57.4	28.5
W360 × 79	10 100	354	9.40	205.0	16.8	227	1 280	150	24.2	236	48.9
W360 × 64	8 150	347	7.75	203.0	13.5	179	1 030	148	18.8	185	48.0
W360 × 57	7 200	358	7.87	172.0	13.1	160	894	149	11.1	129	39.3
W360 × 51	6 450	355	7.24	171.0	11.6	141	794	148	9.68	113	38.7
W360 × 45	5 710	352	6.86	171.0	9.8	121	688	146	8.16	95.4	37.8
W360 × 39	4 960	353	6.48	128.0	10.7	102	578	143	3.75	58.6	27.5
W360 × 33	4 190	349	5.84	127.0	8.5	82.9	475	141	2.91	45.8	26.4

Exemplo 11.1

Uma viga deve ser fabricada em aço, cujo limite admissível de tensão normal de flexão é $\sigma_{\text{adm}} = 165\,\text{MPa}$ e cujo limite admissível de tensão de cisalhamento é $\tau_{\text{adm}} = 100\,\text{MPa}$. Selecione um perfil adequado do tipo W que suporte o carregamento mostrado na Fig. 11–7(a).

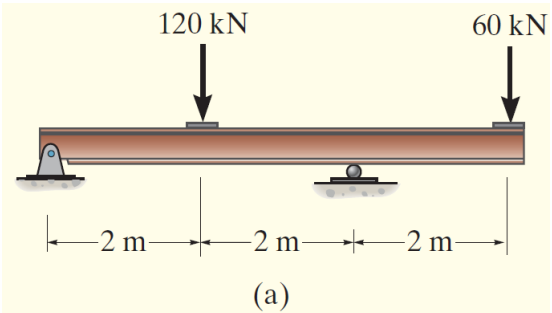
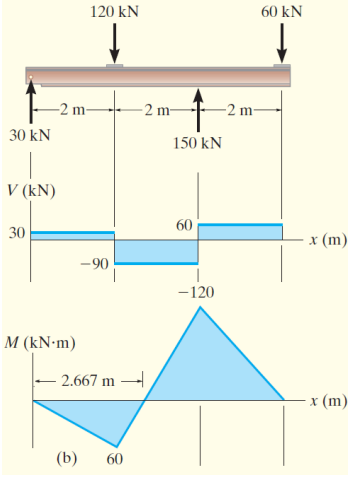


Figura: 11–7(a) - Exemplo 11.1.

Exemplo 11.1

Reações, diagramas e módulo S da seção



$$S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

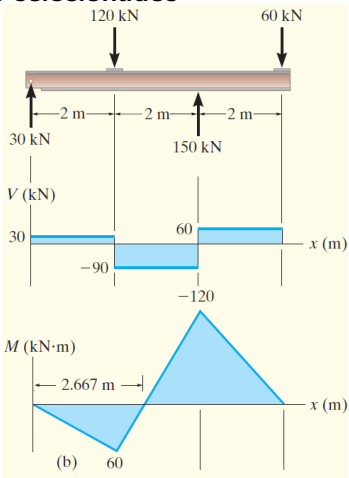
$$= \frac{120 \times 10^6\,\text{N} \cdot \text{mm}}{165\,\text{N/mm}^2}$$

$$= 727,272 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

Figura: Fig. 11–7(b) - Exemplo 11.1.

Exemplo 11.1

Perfis selecionados



$$\text{W460} \times 52: \quad S = 942 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\text{W410} \times 46: \quad S = 774 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\text{W360} \times 51: \quad S = 794 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\text{W310} \times 67: \quad S = 948 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\text{W250} \times 67: \quad S = 809 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\text{W200} \times 86: \quad S = 853 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

Escolhe-se o perfil que apresenta a menor massa por metro, isto é,

$$\text{W410} \times 46: \quad S = 774 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

Figura: Fig. 11–7(b) - Exemplo 11.1.

Exemplo 11.1

Perfis selecionados

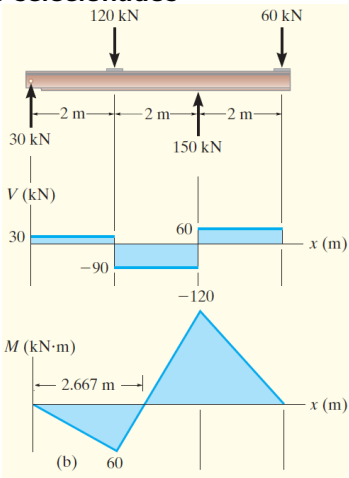


Figura: Fig. 11–7(b) - Exemplo 11.1..

Adicionando-se o peso próprio da seção transversal, por metro linear, considera-se o valor de 46 kg/m.

Assim, uma carga distribuída de $w = 46\ \text{kg/m} \times 9,81\ \text{N/m} = 451\ \text{N/m}$ deve ser considerada atuando sobre a viga.

Exemplo 11.1

Perfis selecionados

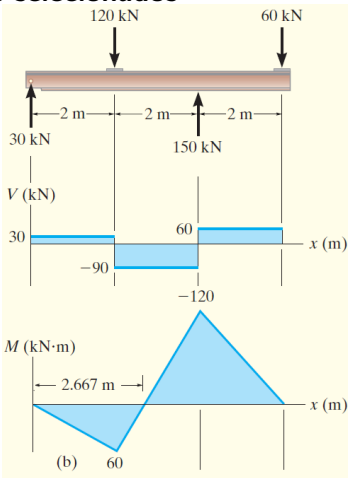


Figura: Fig. 11–7(b) - Exemplo 11.1.

O novo módulo da seção será:

$S_{\text{min}} = 733 \times 10^3\,\text{mm}^3 < 774 \times 10^3\,\text{mm}^3$

(Cheque esse resultado.)

O perfil escolhido atende a esse novo momento fletor.

Exemplo 11.1

Tensões de cisalhamento médias

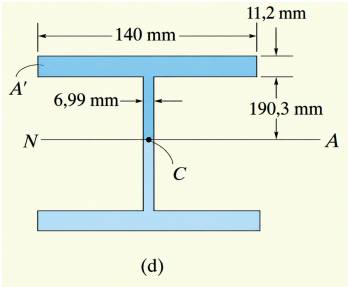


Figura: Exemplo 11.1.

$$Q = \left[\left(\frac{11,2\ \text{mm}}{2}\right) + 190,3\ \text{mm}\right] \times$$
$$\times\ (140\ \text{mm} \times 11,2\ \text{mm}) +$$
$$+\ \left(\frac{190,3\ \text{mm}}{2}\right) \times (6,99\ \text{mm} \times 190,3\ \text{mm})$$
$$Q = 433.739,444\ \text{mm}^3$$

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{VQ}{It} = \frac{90(10^3)\ \text{N} \times 433.739,444\ \text{mm}^3}{156(10)^6\ \text{mm}^4 \times 6,99\ \text{mm}}$$

$$\tau_{\text{méd}} = 35,80\ \text{MPa} < 100\,\text{MPa}$$

Exemplo 11.2

A viga de madeira laminada mostrada na Fig. 11–8(a) suporta um carregamento uniformemente distribuído de 12 kN/m. Sabendo que a viga deve apresentar uma relação entre altura e largura igual a 1,5, determine a menor largura. Considere $\sigma_{\text{adm}} = 9\,\text{MPa}$ e $\tau_{\text{adm}} = 0{,}6\,\text{MPa}$. Despreze o peso próprio da viga.

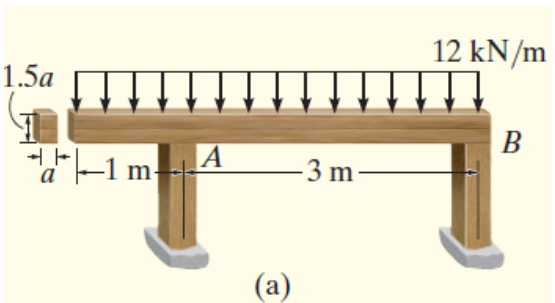


Figura: 11–8(a) - Exemplo 11.2.

Exemplo 11.2

Reações de apoio e diagramas

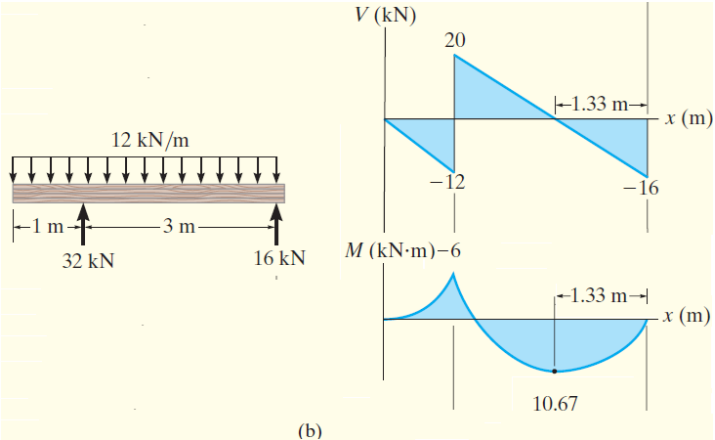


Figura: 11–8(b) - Exemplo 11.2.

Exemplo 11.2

Tensões devidas à flexão

$$S_{\text{mín}} \geq \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{10{,}67(10^6)\,\text{N} \cdot \text{mm}}{9\,\text{N/mm}^2} = 1{,}19 \times 10^6\,\text{mm}^3$$

Admitindo que a largura seja a, a altura será $1{,}5a$, conforme a Figura 11–8(a). Assim,

$$S_{\text{req}} \geq \frac{I}{c} = 1{,}19 \times 10^6\,\text{mm}^3$$

$$1{,}19 \times 10^6 = \frac{\frac{1}{12}(a)(1{,}5a)^3}{0{,}75a}$$

$$a^3 = 3{,}160 \times 10^6\,\text{mm}^3$$

$$a = 147\,\text{mm}$$

Exemplo 11.2

Tensões cisalhantes

Aplicando a fórmula da tensão de cisalhamento para seções retangulares (que é um caso particular de $\tau_{\text{max}} = \frac{VQ}{It}$, conforme mostrado no Exemplo 7.2), temos:

$$\tau_{\text{max}} = 1{,}5\frac{V_{\text{max}}}{A} = (1{,}5)\frac{20(10^3)\,\text{N}}{(147\,\text{mm})(1{,}5 \times 147\,\text{mm})}$$

$$\tau_{\text{max}} = 0{,}929\,\text{MPa} > 0{,}6\,\text{MPa}$$

Exemplo 11.2

Como o dimensionamento por flexão não atende ao critério de cisalhamento, a viga deve ser redimensionada com base nesse critério.

$$\tau_{\text{adm}} = 1{,}5\frac{V_{\text{max}}}{A}$$

$$0{,}6\,\text{N/mm}^2 = 1{,}5\frac{20(10^3)\,\text{N}}{(a)(1{,}5a)}$$

$$a = 183\,\text{mm}$$

Essa seção maior também será capaz de resistir adequadamente à tensão de flexão.

Problema 11-5

Selecione, no Apêndice B (Tabelas de Perfis de Abas Largas), a viga de aço de perfil de abas largas (*wide-flange*) de menor peso capaz de suportar com segurança o carregamento da máquina mostrado. A tensão normal admissível de flexão é $\sigma_{\text{adm}} = 168\,\text{MPa}$, e a tensão de cisalhamento admissível é $\tau_{\text{adm}} = 100\,\text{MPa}$.

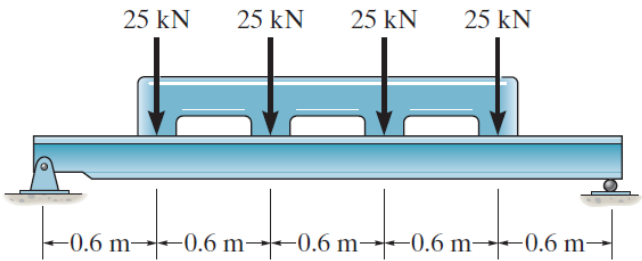


Figura: Exemplo adicional 3.

Problema 11-5

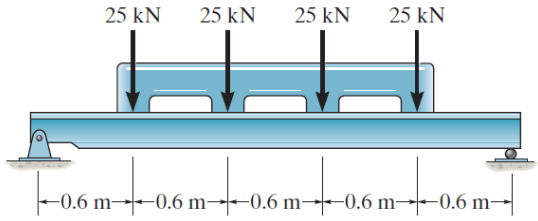


Figura: Exemplo adicional 3.

Reações de apoio

$$\sum F_y = 0 \qquad A_y + B_y - 4(25) = 0$$

$$\sum M_A = 0 \qquad 3B_y - 25(0{,}6 + 1{,}2 + 1{,}8 + 2{,}4) = 0 \quad B_y = 50\,\text{kN}$$

$$A_y = B_y = 50\,\text{kN}$$

Problema 11-5

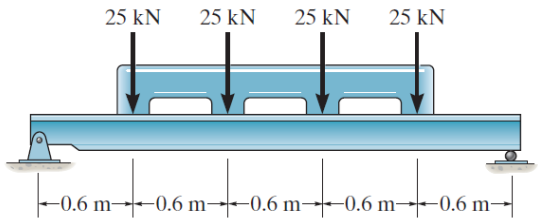


Figura: Problema 11-5.

$0 < x < 0{,}6\,\text{m} \qquad V = +50\,\text{kN}$

$0{,}6 < x < 1{,}2\,\text{m} \qquad V = 50 - 25 = +25\,\text{kN}$

$1{,}2 < x < 1{,}8\,\text{m} \qquad V = 50 - 25 - 25 = 0$

$1{,}8 < x < 2{,}4\,\text{m} \qquad V = 50 - 25 - 25 - 25 = -25\,\text{kN}$

$2{,}4 < x < 3{,}0\,\text{m} \qquad V = 50 - 25 - 25 - 25 - 25 = -50\,\text{kN}$

Problema 11-5

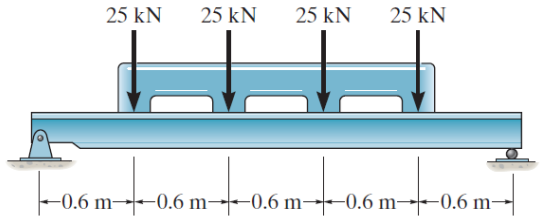


Figura: Problema 11-5.

$$
\begin{aligned}
0 \le x \le 0{,}6 \qquad & M(x) = 50x \\
0{,}6 \le x \le 1{,}2 \qquad & M(x) = 30 + 25(x - 0{,}6) \\
1{,}2 \le x \le 1{,}8 \qquad & M(x) = 45\,\text{kN} \cdot \text{m} \\
1{,}8 \le x \le 2{,}4 \qquad & M(x) = 45 - 25(x - 1{,}8) \\
2{,}4 \le x \le 3{,}0 \qquad & M(x) = 30 - 50(x - 2{,}4)
\end{aligned}
$$

Problema 11-5

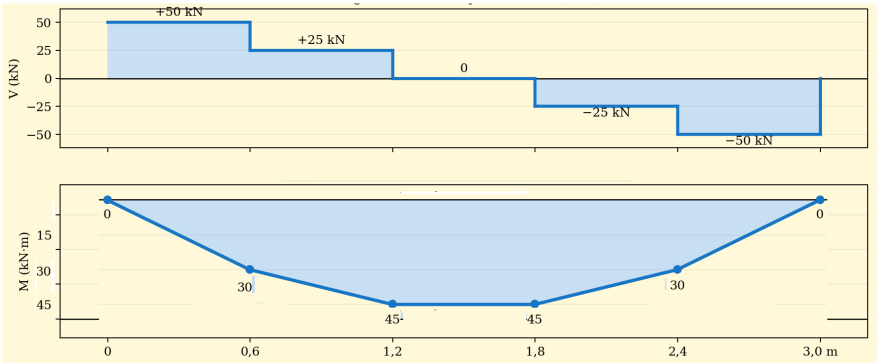


Figura: Problema 11-5.

$$V_{\text{máx}} = 50 \text{ kN} \qquad M_{\text{máx}} = 45 \text{ kNm}$$

Problema 11-5

$$S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{45 \times 10^6\,\text{N}\cdot\text{mm}}{168\,\text{N/mm}^2} = 257,857 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\begin{aligned}
\text{W150} \times 37: &\quad S = 274 \times 10^3\,\text{mm}^3 \\
\text{W200} \times 36: &\quad S = 342 \times 10^3\,\text{mm}^3 \\
\text{W250} \times 28: &\quad S = 307 \times 10^3\,\text{mm}^3 \\
\text{W310} \times 24: &\quad S = 281 \times 10^3\,\text{mm}^3
\end{aligned}$$

Escolhe-se o perfil que apresenta a menor massa por metro, isto é,

$$\text{W310} \times 24: \quad S = 281 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

Problema 11-5

Considerando o peso próprio do perfil selecionado sobre a viga, temos:

$$24\,\text{kg/m} \times 9{,}81\,\text{m/s}^2 = 235{,}44\,\text{N/m} = 0{,}23544\,\text{kN/m}$$

O novo momento fletor máximo será:

$$M_{\text{máx}} = 45\ \text{kNm} + \frac{(0,23544\ \text{KNm}) \times (3\ \text{m})^8}{8} = 45,265\ \text{kNm}$$

$$S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{45,265 \times 10^6\,\text{N} \cdot \text{mm}}{168\,\text{N/mm}^2} = 269,434 \times 10^3\,\text{mm}^3 < 281 \times 10^3\,\text{mm}^3$$

O perfil selecionado atende ao carregamento sobre a viga considerando-se o peso próprio do mesmo.

Problema 11-5

Tensões de cisalhamento médias

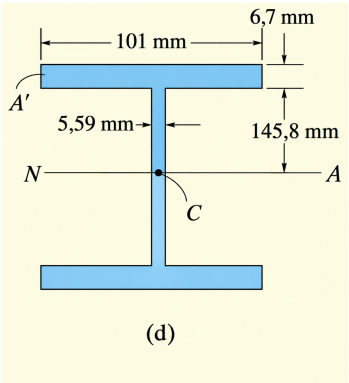


Figura: Problema 11-5.

$$Q = \left[\left(\frac{6,7\ \text{mm}}{2}\right) + 145,8\ \text{mm}\right] \times$$
$$\times\ (101\ \text{mm} \times 6,7\ \text{mm}) +$$
$$+\left(\frac{145,8\ \text{mm}}{2}\right) \times (5,59\ \text{mm} \times 145,8\ \text{mm})$$
$$Q = 160.222,655\ \text{mm}^3$$

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{VQ}{It} = \frac{50(10^3)\ \text{N} \times 160.222,65\ \text{mm}^3}{42,8(10)^6\ \text{mm}^4 \times 5,59\ \text{mm}}$$

$$\tau_{\text{méd}} = 33,48\ \text{MPa} < 100\,\text{MPa}$$