

CAPÍTULO 6 - AULA 2

FLEXÃO

20 de outubro de 2026

Deformação por flexão de um membro reto

- Esta seção trata das **deformações causadas pela flexão** em uma viga prismática reta, constituída de material homogêneo.
- A análise considera vigas cuja **seção transversal é simétrica em relação a um eixo**, e cujo momento fletor atua em torno de um eixo perpendicular a esse eixo de simetria, conforme mostrado na Fig. 6–18.
- O comportamento de elementos com **seções transversais assimétricas** ou constituídos por **diferentes materiais** baseia-se em princípios semelhantes e será estudado posteriormente em outras disciplinas.

Deformação por flexão de um membro reto

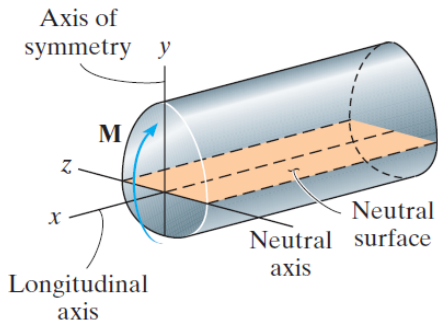


Figura: Fig. 6-18 - Superfície neutra e eixo neutro.

Deformação por flexão de um membro reto

- Na Fig. 6–19(a), é apresentada a barra em seu estado **não deformado**, com seção transversal quadrada e linhas horizontais e verticais traçadas sobre sua superfície.

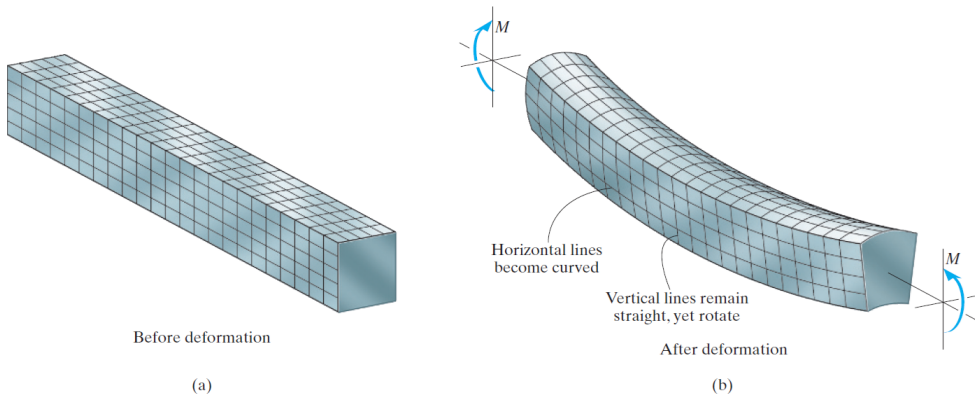


Figura: Fig. 6–19. Mecanismo da flexão de uma barra prismática.

Deformação por flexão de um membro reto

- Quando um **momento fletor** é aplicado, a barra se deforma conforme ilustrado na Fig. 6–19(b): as linhas horizontais tornam-se **curvas**, enquanto as linhas verticais permanecem **retas**, mas sofrem rotação.
- O momento fletor provoca **tração na região inferior** da barra, fazendo com que o material se alongue, e **compressão na região superior**, fazendo com que o material se encurte.
- Entre as regiões de tração e compressão existe uma superfície na qual as fibras horizontais **não sofrem alteração de comprimento**. Essa superfície é denominada **superfície neutra**, conforme mostrado na Fig. 6–18.
- O eixo z contido na superfície neutra é denominado **eixo neutro** ou **linha neutra**. Portanto, o eixo neutro é a linha da seção transversal na qual não ocorre nem alongamento nem encurtamento durante a flexão.

Deformação por flexão de um membro reto

Observe a distorção das linhas causadas pela flexão desta barra de borracha. A linha superior se alonga, a linha inferior se comprime e a linha central mantém o mesmo comprimento. Além disso, as linhas verticais rotacionam e, ainda assim, permanecem retas.

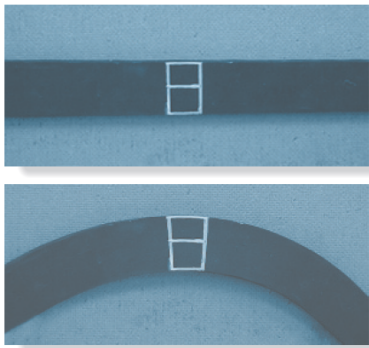


Figura: Barra prismática de borracha submetida à flexão.

Deformação por flexão de um membro reto

- A partir das observações anteriores, estabelecem-se **três hipóteses** sobre a deformação do material causada pelo momento fletor.
- **Primeira hipótese:** o **eixo longitudinal**, localizado na superfície neutra, não sofre alteração de comprimento, conforme a Fig. 6–20(a). Durante a deformação, esse eixo se transforma em uma **curva** situada no plano vertical de simetria da viga, como mostrado na Fig. 6–20(b).
- **Segunda hipótese:** todas as **seções transversais** da viga permanecem **planas e perpendiculares ao eixo longitudinal** durante a deformação.
- **Terceira hipótese:** as pequenas **deformações laterais causadas pelo efeito de Poisson**, discutidas na Seção 3, são desprezadas.
- Consequentemente, a **seção transversal mantém sua forma original** durante a flexão, conforme ilustrado na Fig. 6–20.

Deformação por flexão de um membro reto

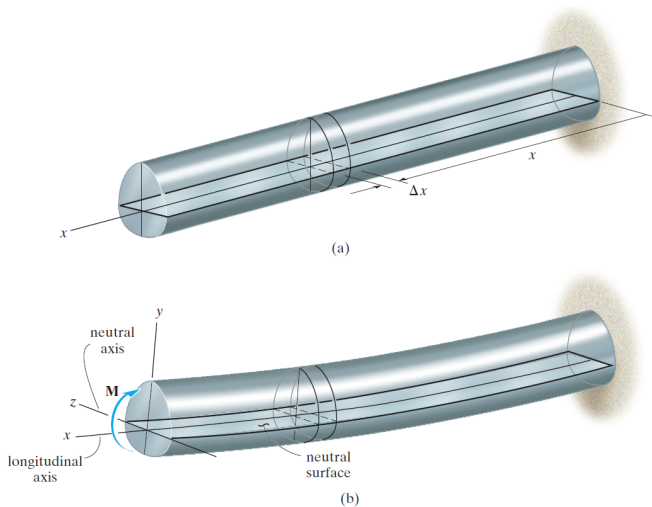
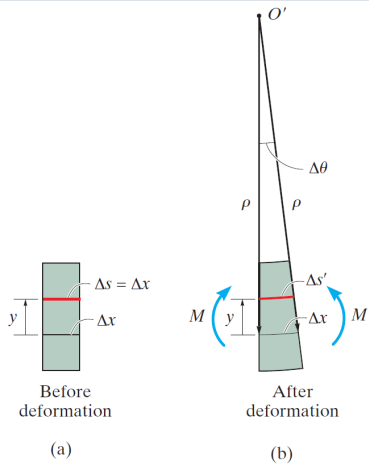


Figura: Fig. 6-20(a) e Fig. 6-20(b) - Barra prismática submetida à flexão.

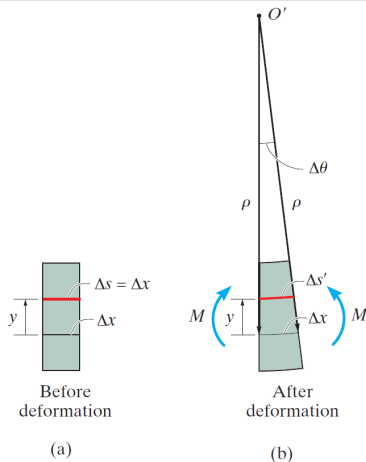
Deformação por flexão de um membro reto



Com base nas hipóteses anteriores, analisa-se agora como o **momento fletor** provoca a deformação de um pequeno elemento da viga localizado a uma distância x ao longo de seu comprimento conforme mostrado na Fig. 6–20(a).

Figura: Fig. 6–21(a) e Fig. 6–21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

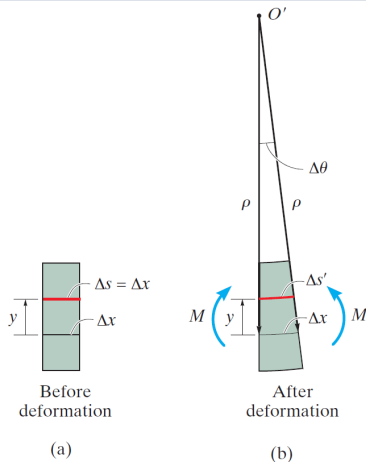
Deformação por flexão de um membro reto



Esse elemento é analisado em **vista de perfil**, considerando suas posições **não deformada e deformada**, conforme ilustrado na Fig. 6–21(a) e na Fig. 6–21(b).

Figura: Fig. 6–21(a) e Fig. 6–21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

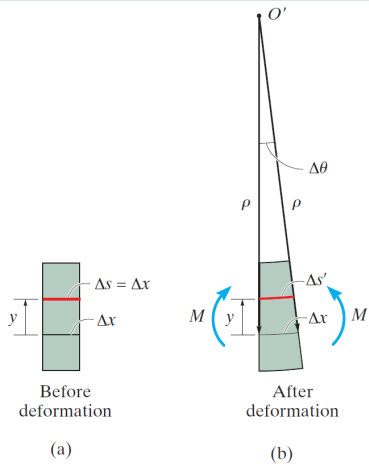
Deformação por flexão de um membro reto



O segmento de linha Δx , localizado sobre a **superfície neutra**, não sofre alteração em seu comprimento durante a deformação.

Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

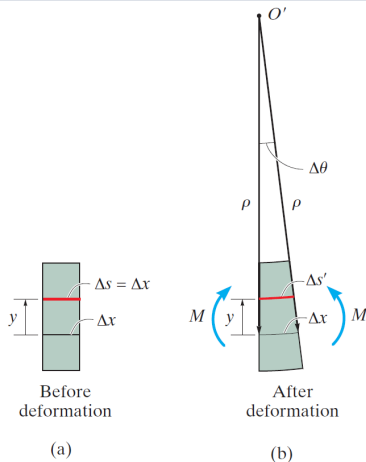
Deformação por flexão de um membro reto



Já um segmento Δs , localizado a uma distância arbitrária y acima da superfície neutra, sofre **contração**, passando a apresentar um comprimento $\Delta s'$ após a deformação, conforme ilustrado na Fig. 6-21(b).

Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

Deformação por flexão de um membro reto



Por definição, a deformação normal ao longo de Δs é

$$\varepsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

Deformação por flexão de um membro reto

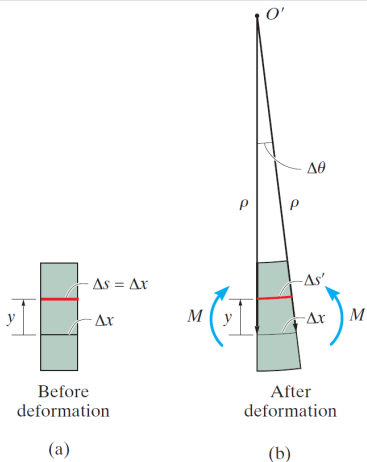


Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

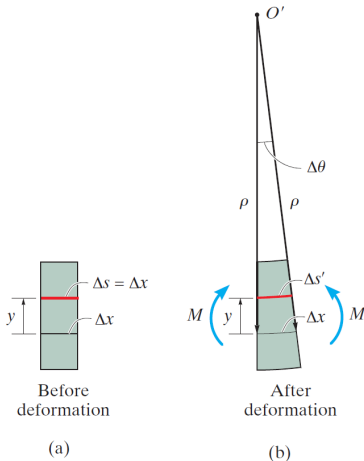
A deformação normal será expressa em função da **posição y** do segmento e do **raio de curvatura ρ** do eixo longitudinal do elemento.

Antes da deformação, o comprimento do segmento localizado na superfície neutra é dado por:

$$\Delta s = \Delta x$$

conforme mostrado na Fig. 6-21(a).

Deformação por flexão de um membro reto



Após a deformação, o segmento Δx apresenta um **raio de curvatura** ρ , cujo centro de curvatura está localizado no ponto O' , conforme mostrado na Fig. 6-21(b).

Assim, o comprimento do arco correspondente ao segmento é dado por:

$$\Delta x = \Delta s = \rho \Delta\theta$$

Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

Deformação por flexão de um membro reto

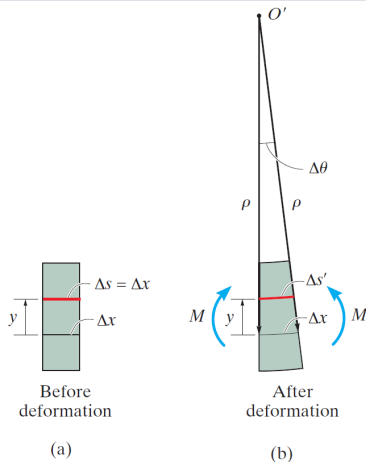


Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

O segmento $\Delta s'$ possui um **raio de curvatura** $(\rho - y)$, conforme a posição y em relação à superfície neutra.

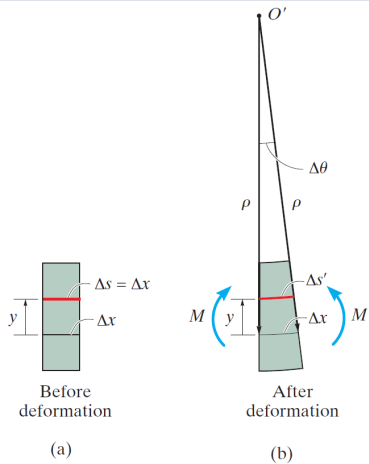
$$\Delta s' = (\rho - y)\Delta\theta$$

Substituindo

$\Delta s = \rho\Delta\theta$ e $\Delta s' = (\rho - y)\Delta\theta$
na expressão da deformação normal,
obtem-se:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{(\rho - y)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta}$$

Deformação por flexão de um membro reto



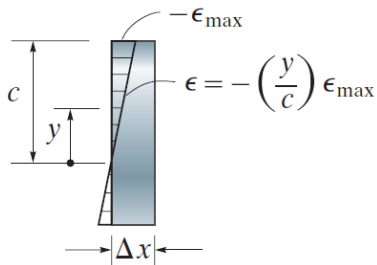
$$\varepsilon = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{(\rho - y)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta}$$

ou

$$\varepsilon = -\frac{y}{\rho}$$

Figura: Fig. 6-21(a) e Fig. 6-21(b) - Elemento infinitesimal da barra prismática submetida à flexão.

Deformação por flexão de um membro reto



Normal strain distribution

Figura: Fig. 6-22 - Variação da deformação ao longo da seção transversal.

Como $\frac{1}{\rho}$ é constante para uma determinada posição x , o resultado

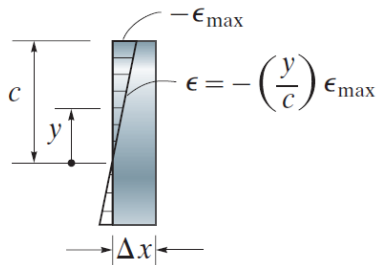
$$\epsilon = -\frac{y}{\rho}$$

indica que a

deformação normal longitudinal

varia **linearmente com y** ,
medido a partir do **eixo neutro**.

Deformação por flexão de um membro reto



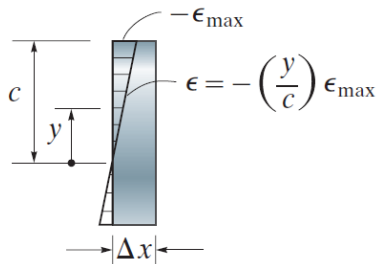
Normal strain distribution

Figura: Fig. 6-22 - Variação da deformação ao longo da seção transversal.

Ocorre **contração** ($-\epsilon$)
nas fibras localizadas
acima do eixo neutro ($+y$).

Ocorre **alongamento** ($+\epsilon$)
nas fibras localizadas
abaixo do eixo neutro ($+y$).

Deformação por flexão de um membro reto



Normal strain distribution

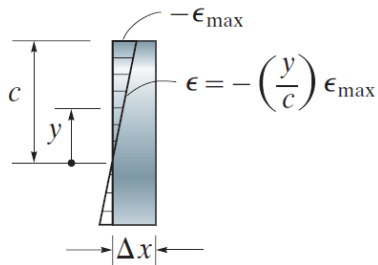
Figura: Fig. 6-22 - Variação da deformação ao longo da seção transversal.

A **deformação normal máxima** ocorre na fibra mais externa da seção transversal, localizada a uma distância $y = c$ do **eixo neutro**.

Portanto, por divisão, obtém-se a relação entre a deformação máxima, a distância c e o raio de curvatura ρ .

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} = -\frac{y/\rho}{c/\rho} = -\frac{y}{c}$$

Deformação por flexão de um membro reto



$$\frac{\epsilon}{\epsilon_{\max}} = -\frac{y/\rho}{c/\rho} = -\frac{y}{c}$$

de modo que

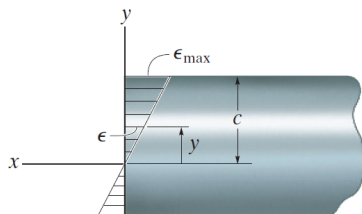
$$\epsilon = -\frac{y}{c} \epsilon_{\max}$$

Normal strain distribution

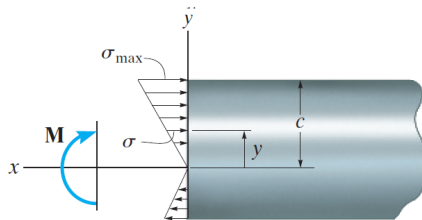
Figura: Fig. 6-22 - Variação da deformação ao longo da seção transversal.

A fórmula da flexão

- Nesta seção, será desenvolvida uma equação que relaciona a **distribuição de tensão normal** em uma viga reta ao **momento fletor** atuante em sua seção transversal.
- Considera-se que o material apresenta comportamento **linear elástico**. Assim, pela **Lei de Hooke**, uma variação linear da deformação normal, mostrada na Fig. 6–23(a), resulta em uma variação linear da tensão normal, como mostrado na Fig. 6–23(b).



(a) Normal strain variation
(profile view)

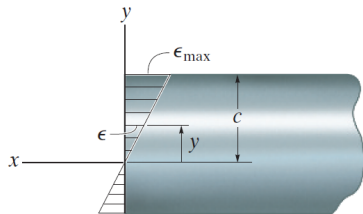


(b) Bending stress variation
(profile view)

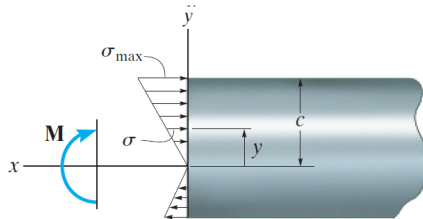
Figura: Fig. 6–23(a) e Fig. 6–23(b) - Variação da tensão normal ao longo da seção transversal.

A fórmula da flexão

- Dessa forma, a tensão normal σ varia **linearmente** ao longo da seção transversal:
 - $\sigma = 0$ no **eixo neutro**;
 - $\sigma = \sigma_{\max}$ na fibra mais afastada do eixo neutro, a uma distância c .



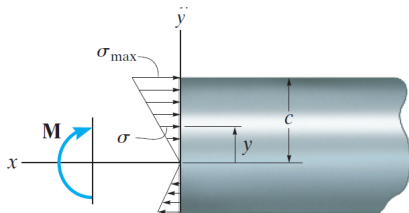
(a) Normal strain variation
(profile view)



(b) Bending stress variation
(profile view)

Figura: Fig. 6-23(a) e Fig. 6-23(b) - Variação da tensão normal ao longo da seção transversal.

A fórmula da flexão



Bending stress variation
(profile view)

(b)

Figura: Fig. 6–23(b) - Variação da tensão normal ao longo da seção transversal.

Pela proporcionalidade dos triângulos da Fig. 6–23(b), ou utilizando a

Lei de Hooke, $\sigma = E\epsilon$

é possível obter a relação entre a tensão normal e a posição y na seção transversal.

Assim, é possível escrever:

$$\sigma = -\frac{y}{c} \sigma_{\max}$$

A fórmula da flexão

$$\sigma = -\frac{y}{c} \sigma_{\max}$$

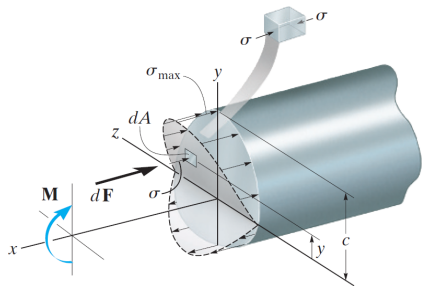
- Esta equação descreve a distribuição de tensão na área da seção transversal. A convenção de sinais aqui estabelecida é importante. Para um momento M positivo, que atua na direção $+z$, valores positivos de y resultam em valores negativos para σ , ou seja, uma tensão de compressão, uma vez que esta atua na direção negativa do eixo x . De modo semelhante, valores negativos de y resultarão em valores positivos de tração em σ .

A fórmula da flexão

Localização do Eixo Neutro

- Para localizar a posição do eixo neutro, é necessário que a resultante de forças atuantes sobre a área da seção transversal seja **nula**. Observando que a força $dF = \sigma dA$ atua sobre o elemento arbitrário dA na Fig. 6–24, temos

A fórmula da flexão



Bending stress variation

Figura: Fig. 6-24 - Posição do eixo neutro.

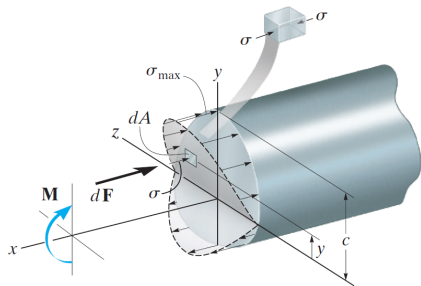
$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0; & 0 &= \int_A dF = \int_A \sigma dA \\ & & &= \int_A \left(-\frac{y}{c} \sigma_{\max}\right) dA \\ & & &= -\frac{\sigma_{\max}}{c} \int_A y dA\end{aligned}$$

$$\text{Como } -\frac{\sigma_{\max}}{c} \neq 0 \text{ então } \int_A y dA = 0$$

A fórmula da flexão

- Em outras palavras, o momento de primeira ordem da área da seção transversal do elemento em relação ao eixo neutro deve ser nulo. Essa condição só pode ser satisfeita se o eixo neutro **coincidir com o eixo centroidal horizontal da seção transversal**. Portanto, uma vez determinado o centroide da área da seção transversal do elemento, **a posição do eixo neutro é conhecida**.

A fórmula da flexão



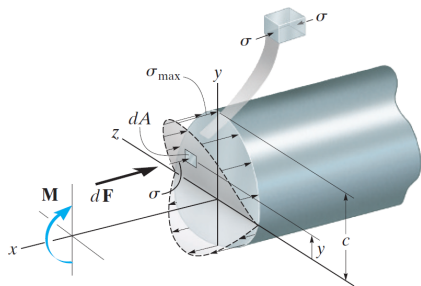
Bending stress variation

Figura: Fig. 6-24 - Posição do eixo neutro.

Podemos determinar a tensão na viga se exigirmos que o momento M seja igual ao momento gerado pela distribuição de tensões em torno do eixo neutro.

O momento de dF na Fig. 6-24 é
$$dM = ydF$$

A fórmula da flexão



Bending stress variation

Figura: Fig. 6-24 - Posição do eixo neutro.

Como $dF = \sigma dA$,
temos para toda a seção transversal:

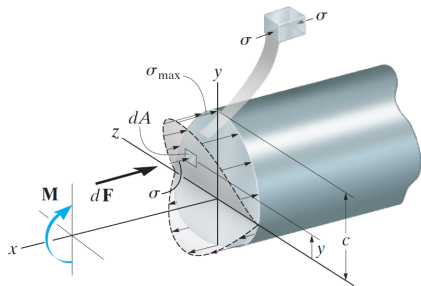
$$(M_R)_z = \sum M_z;$$

$$\begin{aligned} M &= \int_A y dF = \int_A y(\sigma dA) \\ &= \int_A y \left(-\frac{y}{c} \sigma_{\max} \right) dA \end{aligned}$$

ou

$$M = \frac{\sigma_{\max}}{c} \int_A y^2 dA$$

A fórmula da flexão



Bending stress variation

Figura: Fig. 6-24 - Posição do eixo neutro.

A integral $\int_A y^2 dA$

representa o momento de inércia da área da seção transversal em relação ao eixo neutro.

Esse momento de inércia é representado por I . Assim:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} c$$

A fórmula da flexão

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} c$$

- $\sigma_{\max}$ Tensão normal máxima no elemento, que ocorre no ponto da seção transversal mais distante do eixo neutro.
- M Momento interno resultante, determinado pelo método das seções e pelas equações de equilíbrio, calculado em relação ao eixo neutro da seção transversal.
- c Distância perpendicular do eixo neutro ao ponto mais afastado da seção transversal. É nesse ponto que atua $\sigma_{\max}$.
- I Momento de inércia da área da seção transversal em relação ao eixo neutro.

A fórmula da flexão

- Como:

$$\frac{\sigma_{\max}}{c} = -\frac{\sigma}{y}$$

- A tensão normal a qualquer distância y pode ser determinada por uma equação semelhante à anterior. Temos:

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

Exemplo 6.11

Uma viga possui seção transversal retangular e está sujeita à distribuição de tensões mostrada na Fig. 6–25(a). Determine o momento interno M na seção causado pela distribuição de tensão (a) utilizando a fórmula da flexão e (b) determinando a resultante da distribuição de tensão por meio de princípios básicos.

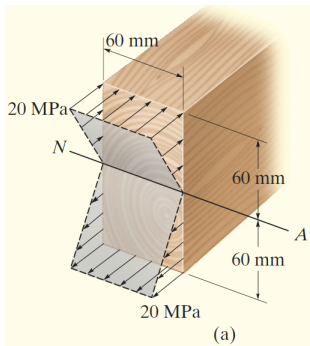


Figura: Fig. 6–25(a) - Exemplo 6.11.

Exemplo 6.11

Item (a)

- A fórmula da flexão é $\sigma_{\text{máx}} = Mc/I$. A partir da Fig. 6-25(a), $c = 60 \text{ mm}$ e $\sigma_{\text{máx}} = 20 \text{ MPa}$. O eixo neutro é definido como a linha NA, pois a tensão é nula ao longo dela. Visto que a seção transversal tem formato retangular, o momento de inércia da área em relação ao NA é determinado pela fórmula para um retângulo apresentada no final do livro; isto é,

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(60 \text{ mm})(120 \text{ mm})^3 = 8,64 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

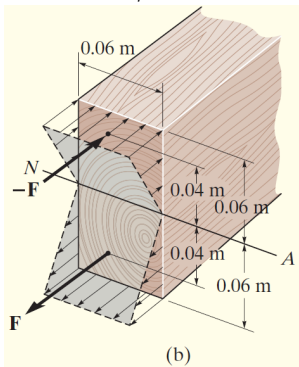
Portanto

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M}{I} c; \quad 20 \text{ N/mm}^2 = \frac{M}{8,64 \times 10^6 \text{ mm}^4} (60 \text{ mm}) \quad M = 2,88 \times 10^6 \text{ N.mm}$$
$$M = 2,88 \text{ kN.m}$$

Exemplo 6.11

Item (b)

- A força resultante para cada uma das duas tensões triangulares distribuições na Fig. 6–25(b) são graficamente equivalentes ao volume contidos em cada distribuição de tensão. Assim, cada volume é



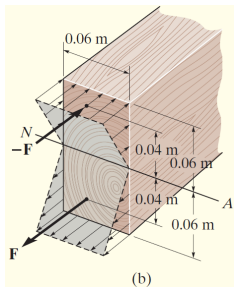
$$F = \frac{1}{2}(60 \text{ mm}) \left[20 \text{ N/mm}^2 \right] (60 \text{ mm})$$
$$F = 36000 \text{ N}$$

Figura: Fig. 6–25(b) - Exemplo 6.11.

Exemplo 6.11

Item (b)

- Essas forças, que formam um par, atuam na mesma direção que as tensões dentro de cada distribuição (Figura 6–25(b)). Além disso, atuam através do centroide de cada volume, ou seja, $(2/3)(600 \text{ mm}) = 400 \text{ mm}$, de o eixo neutro da viga. Portanto, a distância entre eles é 800 mm conforme mostrado. O momento de binário é, portanto,



$$M = (36000 \text{ N})(80 \text{ mm})$$

$$M = 2,88 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M = 2,88 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Figura: Fig. 6–25(b) - Exemplo 6.11.

Exemplo 6.12

A viga simplesmente apoiada da Fig. 6–26(a) possui a seção transversal mostrada na Fig. 6–26(b). Determine a tensão de flexão máxima absoluta na viga e desenhe a distribuição de tensões na seção transversal nessa posição. Além disso, qual é a tensão no ponto B ?

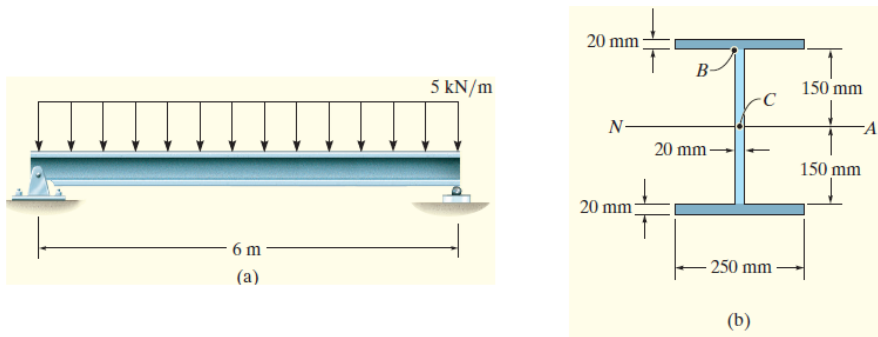
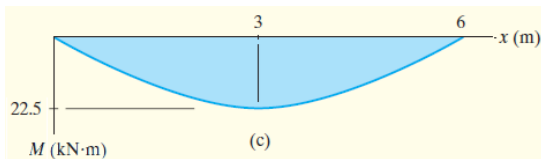


Figura: Fig. 6–26(a) e Fig. 6–26(b) - Exemplo 6.12.

Exemplo 6.12

Momento fletor máximo

- O momento interno máximo na viga, $M = 22,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$, ocorre no centro, conforme indicado no diagrama de momentos, Fig. 6-26(c).



$$M = \frac{5 \text{ kN/m} \times (6 \text{ m})^2}{8} = 22,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

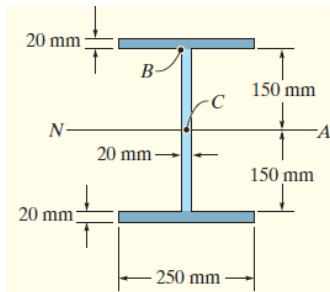
Figura: Fig. 6-26(c) - Exemplo 6.12.

Exemplo 6.12

Momento de inércia da seção transversal

- O momento de inércia da seção transversal pode ser determinado de duas maneiras.

Solução I - Usando o Teorema dos Eixos Paralelos:

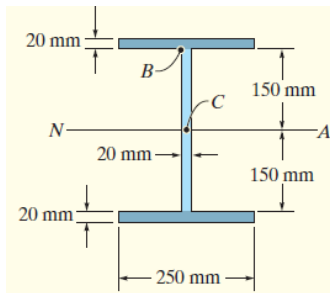


$$\begin{aligned} I &= \sum (I + Ad^2) = 2 \left[\frac{1}{12} (250)(20)^3 + (250)(20)(160)^2 \right] + \left[\frac{1}{12} (20)(300)^3 \right] \\ &= 301,333 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Exemplo 6.12

Momento de inércia da seção transversal

Solução II - Usando uma “subtração” de áreas:



$$I = \frac{1}{12}(250)(340)^3 - \frac{1}{12}(230)(300)^3 = 301,333 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Exemplo 6.12

Tensão máxima e tensão no ponto *B*

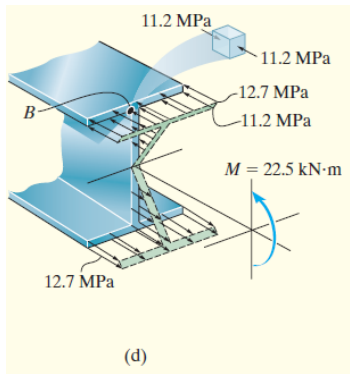


Figura: Fig. 6-26(d) - Exemplo 6.12.

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \frac{M}{I} c \\ \sigma_{\max} &= \frac{225(10^6) \text{ N} \cdot \text{mm}}{301,333(10^6) \text{ mm}^4} (170 \text{ mm}) \\ &= 12,7 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_B &= -\frac{M}{I} y_B \\ \sigma_B &= \frac{225(10^6) \text{ N} \cdot \text{mm}}{301,333(10^6) \text{ mm}^4} (150 \text{ mm}) \\ &= -11,2 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Exemplo 6.13

A viga mostrada na Fig. 6-27(a) possui seção transversal em forma de U (canal), conforme a Fig. 6-27(b). Determine a tensão de flexão máxima que ocorre na viga na seção $a-a$.

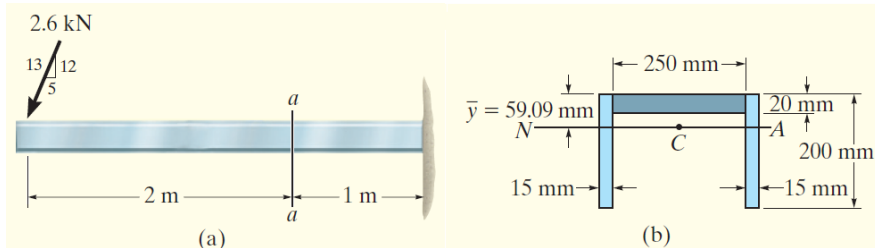


Figura: Fig. 6-27(a) e Fig. 6-27(b) - Exemplo 6.13.

Exemplo 6.13

Momento fletor máximo

- Neste caso, não é necessário determinar as reações de apoio da viga. Em vez disso, utilizando o método das seções, pode-se empregar o segmento à esquerda da seção $a-a$ (6-27(c)). É importante que a força axial interna resultante $\mathbf{N}$ passe pelo centroide da seção transversal. Além disso, observe que o momento interno resultante deve ser calculado em relação ao eixo neutro da viga na seção $a-a$.

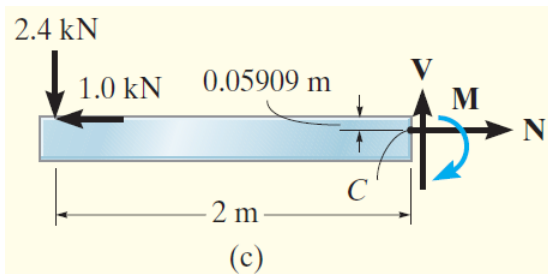


Figura: Fig. 6-26(c) - Exemplo 6.13.

Exemplo 6.13

Determinação do eixo neutro

- Para determinar a localização da linha neutra, a área da seção transversal é subdividida em três partes componentes, conforme mostrado na Fig. 6–27(b).

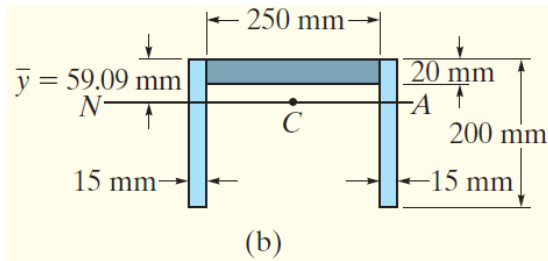


Figura: Fig. 6–26(b) - Exemplo 6.13.

Exemplo 6.13

Determinação da linha neutra

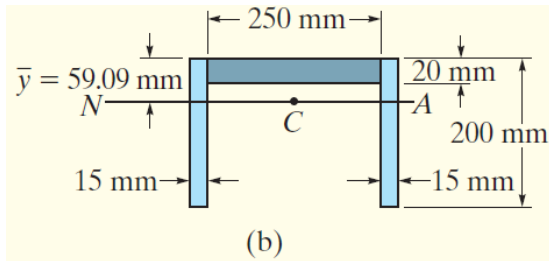


Figura: Fig. 6-26(b) - Exemplo 6.13.

$$y = \frac{\sum \tilde{y}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{2(100 \text{ mm})(15 \text{ mm})(200 \text{ mm}) + (10 \text{ mm})(20 \text{ mm})(250 \text{ mm})}{2(15 \text{ mm})(200 \text{ mm}) + (20 \text{ mm})(250 \text{ mm})} = 59,09 \text{ mm}$$

Exemplo 6.13

Momento fletor

- Aplicando a equação de equilíbrio de momentos em relação ao eixo neutro, temos:

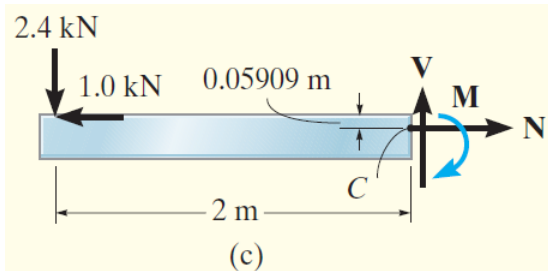


Figura: Fig. 6-26(b) - Exemplo 6.13.

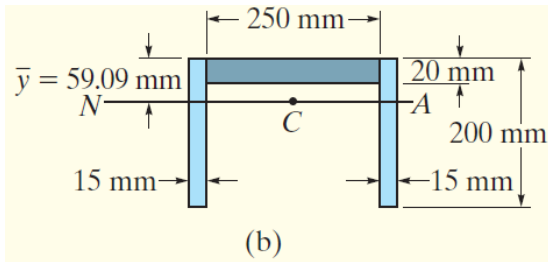
$$\sum M_{EN} = 0; \quad 2,4 \text{ kN}(2 \text{ m}) + 1,0 \text{ kN}(0,05909 \text{ m}) - M = 0$$

$$M = 4,859 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Exemplo 6.13

Momento de inércia

- Usando o Teorema da transposição de eixos $I = \sum(I + Ad^2)$, temos:

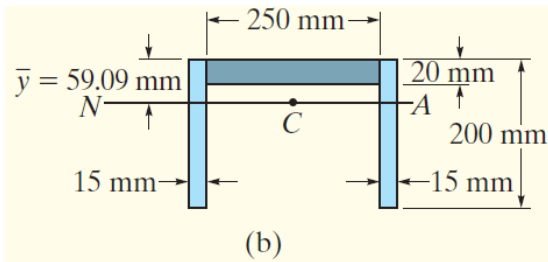


$$\begin{aligned} I &= \left[\frac{1}{12} (250 \text{ mm}) (20 \text{ mm})^3 + (250 \text{ mm}) (20 \text{ mm}) (59,09 \text{ mm} - 10 \text{ mm})^2 \right] \\ &+ 2 \left[\frac{1}{12} (15 \text{ mm}) (200 \text{ mm})^3 + (15 \text{ mm}) (200 \text{ mm}) (100 \text{ mm} - 59,09 \text{ mm})^2 \right] \\ &= 42,26 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Exemplo 6.13

Tensão de flexão máxima

- A tensão máxima de flexão ocorre nos pontos mais distantes do eixo neutro. Isso ocorre na parte inferior da viga, $c = 200 \text{ mm} - 59,09 \text{ mm} = 140,91 \text{ mm}$. Aqui, a tensão é de compressão. Portanto,

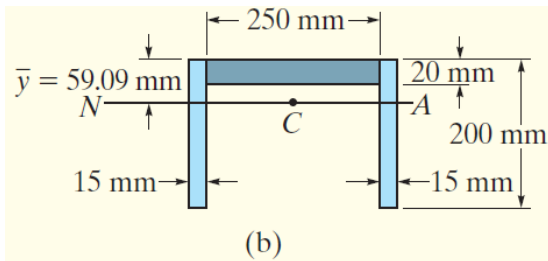


$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} c = \frac{4,859 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{42,26 \times 10^6 \text{ mm}^4} (140,91 \text{ mm}) = 16,2 \text{ MPa (Compressão)}$$

Exemplo 6.13

Tensão de flexão na fibra superior da seção $a - a$

- A tensão de flexão na fibra superior ocorre a 59,09 mm acima do eixo neutro. Neste caso, a tensão é de tração. Portanto,



$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} c = \frac{4,859 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{42,26 \times 10^6 \text{ mm}^4} (59,09 \text{ mm}) = 6,79 \text{ MPa (Tração)}$$

Exemplo 6.13

Observação

- A força normal de $N = 1$ kN também contribuirá para uma tensão adicional na seção transversal. A sobreposição de todos esses efeitos será discutida no Capítulo 8 do Livro Texto e no Curso de Resistência dos Materiais II.

Exemplo 6.14

O elemento de seção transversal retangular (Fig. 6–28(a)) foi projetado para resistir a um momento de $40 \text{ N}\cdot\text{m}$. Para aumentar sua resistência e rigidez, propõe-se adicionar duas pequenas nervuras na parte inferior (Fig. 6–28(b)). Determine a tensão normal máxima no elemento para ambos os casos.

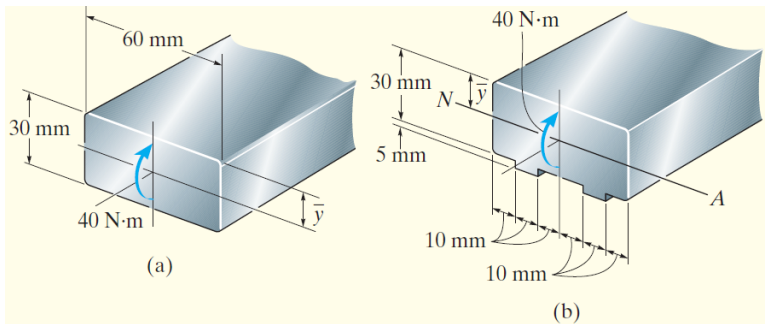


Figura: Fig. 6–28(a) e Fig. 6–28(b)- Exemplo 6.14.

Exemplo 6.14

Sem as nervuras

- Claramente, o eixo neutro está localizado no centro da seção transversal, conforme a Fig. 6–28(a). Portanto, $\bar{y} = c = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m}$. Assim,

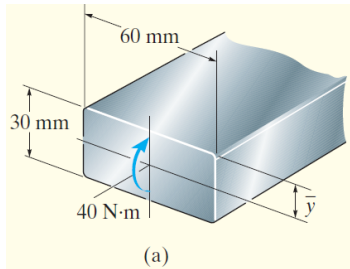


Figura: Fig. 6–28(a) - Exemplo 6.14.

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{12}bh^3 \\ &= \frac{1}{12}(60 \text{ mm})(30 \text{ mm})^3 \\ &= 135\,000 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{40\,000 \text{ N} \cdot \text{mm}}{135\,000 \text{ mm}^4} (15 \text{ mm}) \\ &= 4,44 \text{ N/mm}^2 = 4,44 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Exemplo 6.14

Com as nervuras

- A partir da Fig. 6-28(b), ao dividir a área no grande retângulo principal e nos dois retângulos inferiores (nervuras), a posição y do centroide e do eixo neutro é determinada da seguinte forma:

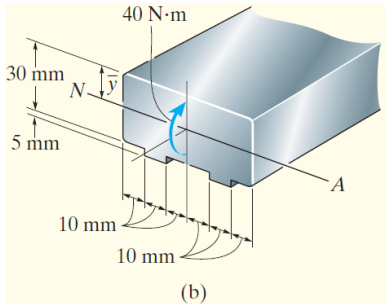
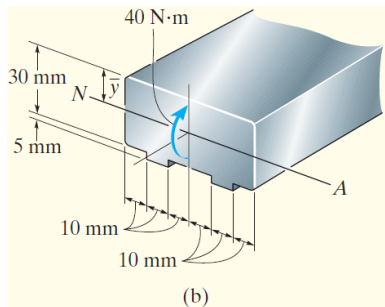


Figura: Fig. 6-28(b) - Exemplo 6.14.

Exemplo 6.14

Com as nervuras



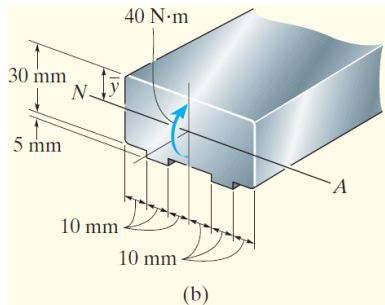
$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{(15 \text{ mm})(30 \text{ mm})(6 \text{ mm}) + 2(32,5 \text{ mm})(5 \text{ mm})(10 \text{ mm})}{(30 \text{ mm})(6 \text{ mm}) + 2(5 \text{ mm})(10 \text{ mm})}$$
$$= 15,92 \text{ mm}$$

Exemplo 6.14

Com as nervuras

- Esse valor não representa c . Em vez disso,

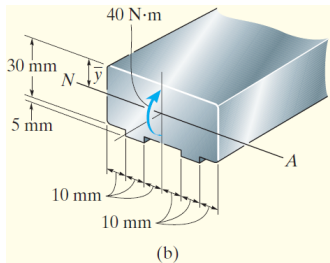
$$c = 35 \text{ mm} - 15,92 \text{ mm} = 19,08 \text{ mm}$$



Exemplo 6.14

Com as nervuras

- Utilizando o teorema dos eixos paralelos, o momento de inércia em relação ao eixo neutro é:

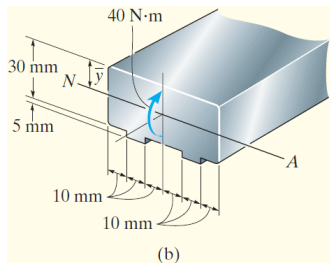


$$I = \left[\frac{1}{12} (60 \text{ mm}) (30 \text{ mm})^3 + (60 \text{ mm}) (30 \text{ mm}) (15,92 \text{ mm} - 15 \text{ mm})^2 \right] \\ + 2 \left[\frac{1}{12} (10 \text{ mm}) (5 \text{ mm})^3 + (10 \text{ mm}) (5 \text{ mm}) (32,5 \text{ mm} - 15,92 \text{ mm})^2 \right] = 164\,200 \text{ mm}^4$$

Exemplo 6.14

Com as nervuras

- A tensão normal máxima é:



$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} c = \frac{(40\,000 \text{ N} \cdot \text{mm})}{164\,200 \text{ mm}^4} (19,08 \text{ mm}) = 4,65 \text{ N/mm}^2 = 4,65 \text{ MPa}$$

Exemplo 6.14

Obsdervação

- Este resultado **surpreendente** indica que a adição de nervuras à seção transversal **aumentará a tensão normal máxima, em vez de reduzi-la**; por isso, as nervuras deverão ser desconsideradas e um novo reforço deverá ser projetado.

Exemplo adicional 1

A viga da figura tem a seção transversal mostrada ao lado. Desenhe os diagramas de esforços internos. Indique as seções e os valores dos esforços máximos. Quais são as tensões máximas de tração e de compressão?

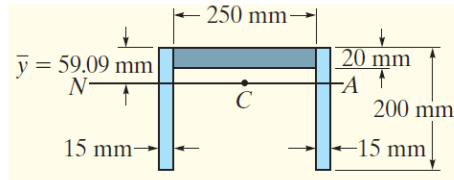
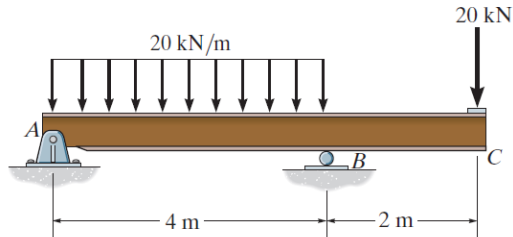


Figura: Exemplo adicional 1.

Exemplo adicional 2

A viga da figura tem a seção transversal mostrada ao lado. Desenhe os diagramas de esforços internos. Indique as seções e os valores dos esforços máximos. Quais são as tensões máximas de tração e de compressão?

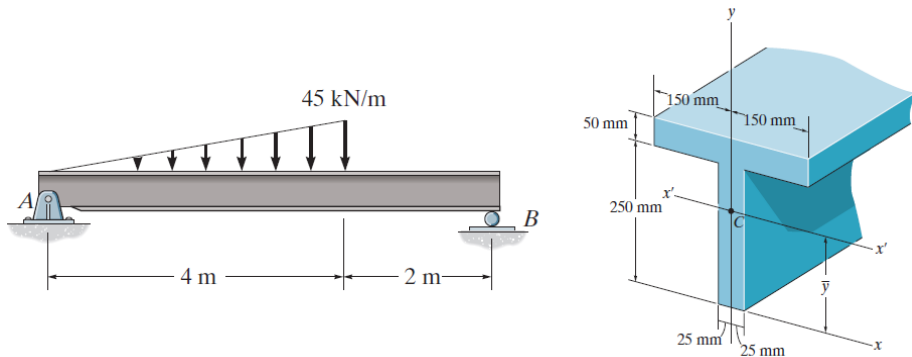


Figura: Exemplo adicional 2.