

CAPÍTULO 2 - AULA 1

DEFORMAÇÕES

7 de setembro de 2026

Objetivos do capítulo

- Na engenharia, a deformação de um corpo é especificada por meio dos conceitos de **deformação normal (deformações lineares)** e de **deformação cisalhante (deformações angulares)**. Neste capítulo, definiremos essas grandezas e mostraremos como determinar suas expressões em diversos tipos de problemas.

Deformação

- A aplicação de uma força sobre um corpo tende a alterar sua forma e suas dimensões, fenômeno conhecido como **deformação**. Essa deformação pode ser facilmente perceptível, como no alongamento de uma borracha, ou muito pequena, como ocorre em elementos estruturais de edifícios sob carregamento. Além das forças mecânicas, variações de temperatura também podem provocar deformações, como a expansão ou contração térmica de estruturas.
- Em geral, a deformação não é uniforme em todo o corpo, variando de ponto a ponto. Por isso, sua análise é realizada considerando pequenos segmentos de reta localizados na vizinhança de um ponto. Além disso, a deformação depende da orientação do segmento: em uma direção, ele pode se alongar, enquanto em outra, pode se contrair.

Deformação

- Observe as posições de três segmentos de linha distintos antes e depois de serem submetidos à tração nesta barra de borracha. A linha vertical é alongada, a horizontal é encurtada e a inclinada muda de comprimento e gira.

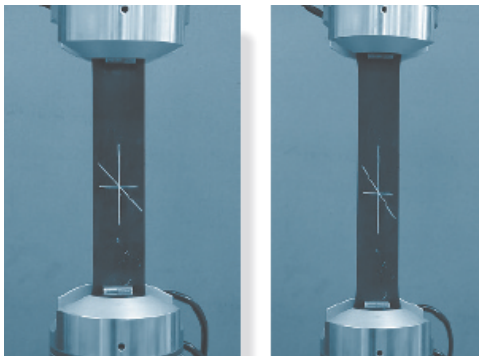


Figura: Barra de borracha sob tração.

Deformação

- Para descrever a deformação de um corpo por mudanças nos comprimentos de segmentos de reta e mudanças nos ângulos entre eles, desenvolveremos o conceito de tensão. A tensão é realmente medida por experimento, e uma vez que a deformação é obtida, será mostrado no próximo capítulo como ela pode ser relacionada à tensão que atua dentro do corpo.

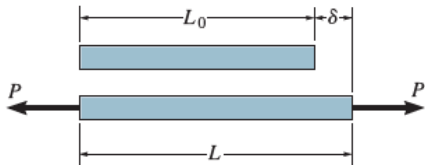


Figura: Fig. 2-1.

Deformação

- Se uma carga axial P for aplicada à barra mostrada na Fig. 2-1, seu comprimento inicial L_0 será alterado para um comprimento L . Define-se a **deformação normal média** da barra, representada por ϵ_{med} , como a variação de comprimento

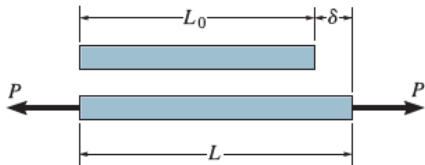


Figura: Fig. 2-1.

$$\epsilon_{\text{med}} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\delta}{L_0}.$$

Deformações normais

- A deformação normal em um ponto de um corpo de forma arbitrária é definida de forma análoga. Considere, por exemplo, um segmento de reta muito pequeno, de comprimento Δs , localizado em um ponto do corpo, conforme ilustrado na Fig. 2-2. Após a deformação, esse segmento passa a ter comprimento $\Delta s'$, de modo que sua variação de comprimento é

$$\Delta s' - \Delta s.$$

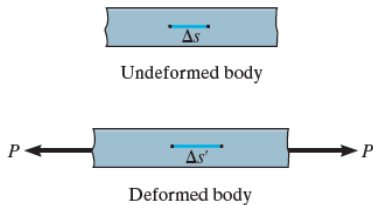


Figura: Fig. 2-2.

Deformações normais

- Quando $\Delta s \rightarrow 0$, a deformação normal no ponto é definida pelo limite

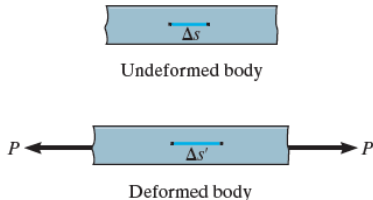


Figura: Fig. 2-2.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}.$$

Deformações normais

- Tanto a deformação normal ε quanto a deformação normal média ε_{med} representam a variação de comprimento por unidade de comprimento. Seu valor é **positivo** quando o segmento considerado sofre alongamento e **negativo** quando ocorre contração.

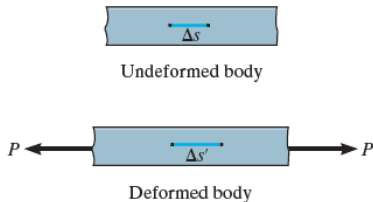


Figura: Fig. 2-2.

Deformações normais

Unidades

- Como mostrado, a deformação normal é uma grandeza **adimensional**, pois é definida como a razão entre dois comprimentos. Entretanto, é comum expressá-la como uma razão entre unidades de comprimento. No Sistema Internacional de Unidades (SI), cuja unidade básica de comprimento é o metro (m), a deformação normal é, em geral, muito pequena. Por isso, em aplicações de engenharia, costuma-se expressá-la em **micrômetros por metro** ($\mu\text{m}/\text{m}$), sendo $1\ \mu\text{m} = 10^{-6}\ \text{m}$.
- Em trabalhos experimentais, a deformação também pode ser apresentada em porcentagem. Por exemplo, uma deformação normal de $\varepsilon = 480 \times 10^{-6}$ pode ser expressa como $480\ \mu\text{m}/\text{m}$, ou ainda como $0,0480\%$.
- Também é comum representar essa deformação simplesmente por $480\ \mu\varepsilon$, onde $\mu\varepsilon$ (lê-se *microdeformação* ou *microstrain*) equivale a 10^{-6} de deformação.

Deformações cisalhantes

- As deformações não apenas provocam o alongamento ou a contração de segmentos de reta, mas também podem alterar sua orientação. Se forem considerados dois segmentos de reta inicialmente perpendiculares entre si, a variação do ângulo entre eles é denominada **deformação por cisalhamento**.

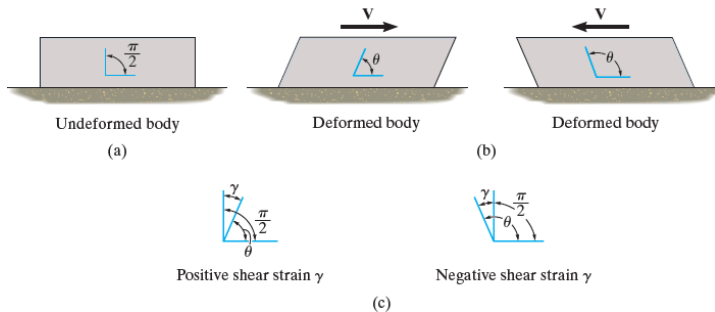


Figura: Fig. 2-2.

Deformações cisalhantes

- Esse ângulo é representado por γ (*gama*) e é sempre medido em **radianos** (rad), uma unidade adimensional. Como exemplo, considere os dois segmentos de reta inicialmente perpendiculares entre si em um ponto do bloco mostrado na Fig. 2-3(a).

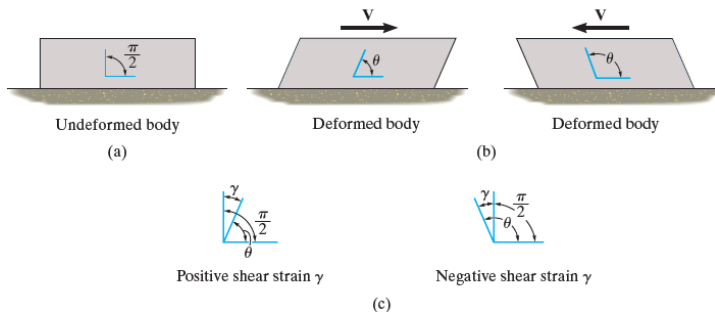
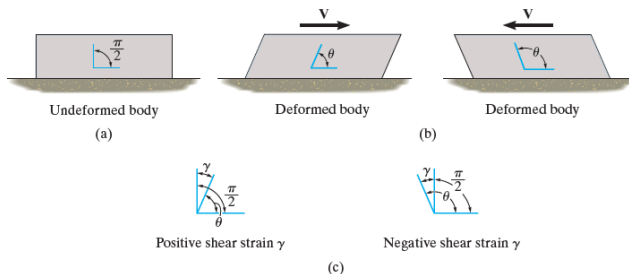


Figura: Fig. 2-2.

Deformações cisalhantes

- Se um carregamento aplicado provocar a deformação do bloco, conforme mostrado na Fig. 2-3(b), de modo que o ângulo entre os dois segmentos de reta passe a ser θ , então a **deformação por cisalhamento** no ponto é dada por



$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta.$$

Figura: Fig. 2-2.

Observe que, se θ for menor que $\pi/2$, conforme ilustrado na Fig. 2-3(c), a deformação por cisalhamento será **positiva**. Por outro lado, se θ for maior que $\pi/2$, a deformação por cisalhamento será **negativa**.

Análise no regime das pequenas deformações

A maioria dos projetos de engenharia envolve aplicações nas quais apenas pequenas deformações são permitidas. Portanto, neste texto, assumiremos que as deformações que ocorrem no interior de um corpo são praticamente infinitesimais. Por exemplo, as deformações normais no material são muito pequenas em comparação com 1, de modo que $\epsilon \ll 1$. Essa hipótese tem ampla aplicação prática na engenharia e é frequentemente denominada análise de pequenas deformações. Ela também pode ser utilizada quando uma variação de ângulo, $\Delta\theta$, é pequena, de modo que $\sin \Delta\theta \approx \theta$, $\cos \Delta\theta \approx 1$ e $\tan \Delta\theta \approx \theta$.

Análise no regime das pequenas deformações

- O apoio de borracha situado sob esta viga de ponte de concreto está sujeito tanto a deformações normais quanto a deformações por cisalhamento. A deformação normal é causada pelo peso e pelas cargas da ponte sobre a viga, enquanto a deformação por cisalhamento é provocada pelo movimento horizontal da viga decorrente de variações de temperatura.



Figura: Apoio elastomérico de uma viga de ponte.

Exemplo 2.1

Determine as deformações normais médias nos dois fios mostrados na Fig. 2-5, sabendo que o anel no ponto A se desloca para a posição A' .

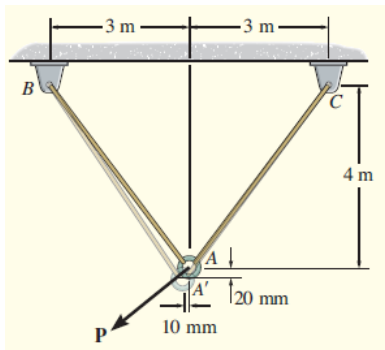


Figura: Fig. 2-5 - Exemplo 2.1.

Exemplo 2.1

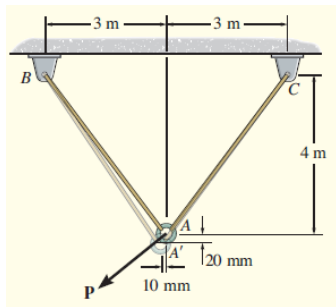


Figura: Fig. 2-5 - Exemplo 2.1.

Geometria

Comprimento original dos cabos:

$$L_{AB} = L_{AC} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ m.}$$

Exemplo 2.1

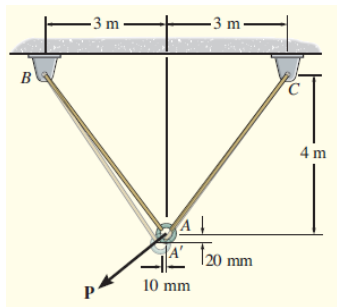


Figura: Fig. 2-5 - Exemplo 2.1.

Geometria

Comprimento final dos cabos:

$$L_{A'B} = \sqrt{(3 - 0,01)^2 + (4 + 0,02)^2} = 5,01004 \text{ m},$$

$$L_{A'C} = \sqrt{(3 + 0,01)^2 + (4 + 0,02)^2} = 5,02200 \text{ m},$$

Exemplo 2.1

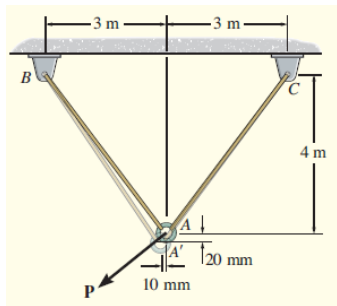


Figura: Fig. 2-5 - Exemplo 2.1.

Deformações normais médias

$$\begin{aligned}\varepsilon_{AB} &= \frac{L_{A'B} - L_{AB}}{L_{AB}} = \frac{5,01004 - 5,00000}{5,00000} \\ &= 2,01 \times 10^{-3} \text{ m/m.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{AC} &= \frac{L_{A'C} - L_{AC}}{L_{AC}} = \frac{5,02200 - 5,00000}{5,00000} \\ &= 4,40 \times 10^{-3} \text{ m/m.}\end{aligned}$$

Exemplo 2.2

Quando a força **P** é aplicada ao braço rígido de alavanca *ABC*, mostrado na Fig. 2-6(a), o braço gira no sentido anti-horário em torno do pino em *A*, descrevendo um ângulo de $0,05^\circ$. Determine a deformação normal no fio *BD*.

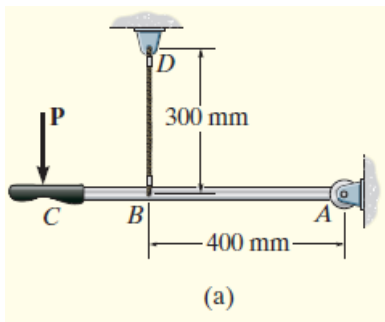


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

Exemplo 2.2

Solução I

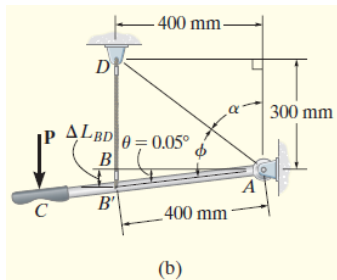


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

Geometria

A orientação do braço de alavanca após sua rotação em torno do ponto A é mostrada na Fig. 2-6b.

Pela geometria da figura:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{400}{300} \right) = 53,1301^\circ.$$

Exemplo 2.2

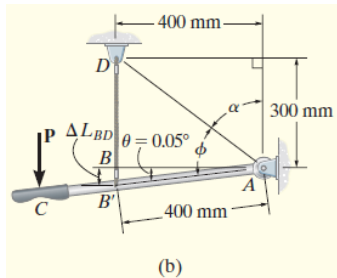


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

Geometria

Assim:

$$\begin{aligned}\phi &= 90^\circ - \alpha + 0,05^\circ \\ &= 90^\circ - 53,1301^\circ + 0,05^\circ \\ &= 36,92^\circ.\end{aligned}$$

Exemplo 2.2

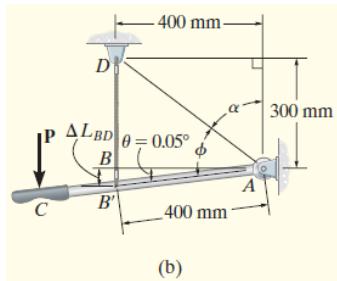


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

Geometria

O comprimento final do fio BD
é obtido pela lei dos cossenos

$$\begin{aligned} L_{B'D} &= \sqrt{L_{AD}^2 + L_{AB'}^2 - 2L_{AD}L_{AB'} \cos \phi} \\ &= \sqrt{(500)^2 + (400)^2 - 2(500)(400) \cos(36,92^\circ)} \\ &= 300,3491 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Exemplo 2.2

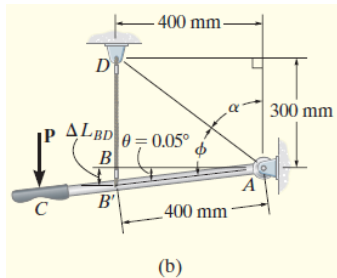


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

Deformação linear:

A deformação linear no fio BD é:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BD} &= \frac{L_{B'D} - L_{BD}}{L_{BD}} = \frac{300,3491 - 300}{300} \\ &= 0,00116 \text{ mm/mm.}\end{aligned}$$

Exemplo 2.2

Solução II

Como a deformação é pequena, o mesmo resultado pode ser obtido aproximando o alongamento do fio BD por ΔL_{BD} , conforme mostrado na Fig. 2-6(b). Nesse caso,

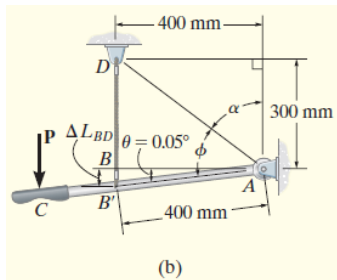


Figura: Fig. 2-6 - Exemplo 2.2.

$$\begin{aligned}\Delta L_{BD} &= \theta L_{AB} \\ &= \left[\left(\frac{0,05^\circ}{180^\circ} \right) (\pi \text{ rad}) \right] (400) \\ &= 0,3491 \text{ mm.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BD} &= \frac{\Delta L_{BD}}{L_{BD}} \\ &= \frac{0,3491}{300} \\ &= 0,00116 \text{ mm/mm.}\end{aligned}$$