

CAPÍTULO 1 - AULA 1

TENSÕES

4 de setembro de 2026

Objetivos do capítulo

- Neste capítulo, revisaremos alguns dos princípios importantes da estática e mostraremos como aplicá-los para determinar as cargas internas resultantes em um corpo. Em seguida, os conceitos de tensão normal e de cisalhamento serão introduzidos, e aplicações específicas da análise e do projeto de elementos sujeitos a uma carga axial ou a um cisalhamento direto serão discutidas.

Introdução

- A **Resistência dos Materiais** é um ramo da mecânica que estuda os efeitos internos da tensão e da deformação em um corpo sólido. A tensão está associada à resistência do material do qual o corpo é feito, enquanto a deformação é uma medida da deformação do corpo.
- Uma compreensão completa dos fundamentos deste assunto é de vital importância para o projeto de qualquer máquina ou estrutura, pois muitas das fórmulas e regras de projeto citadas nas normas de engenharia baseiam-se nos princípios desta área.

Conceitos importantes

- **Estabilidade**: toda estrutura deverá atender às equações universais de equilíbrio estático.
- **Resistência**: toda estrutura deverá resistir às tensões internas geradas pelas ações solicitantes.
- **Rigidez**: além de resistir às tensões internas geradas pelas ações solicitantes, as estruturas não podem se deformar excessivamente.

Pressupostos da Resistência dos Materiais

- A Resistência dos Materiais é uma ciência desenvolvida a partir de *ensaios experimentais* e de *análises teóricas*.
- Os ensaios ou testes experimentais em laboratório visam determinar as características físicas dos materiais, tais como as propriedades de resistência e rigidez, utilizando corpos de prova de dimensões adequadas.
- As análises teóricas determinam o comportamento mecânico das peças em modelos matemáticos idealizados, que devem apresentar correlação razoável com a realidade. Algumas hipóteses e pressupostos são admitidos nestas deduções e são eles:

Pressupostos da Resistência dos Materiais

1. **Continuidade física** A matéria apresenta uma estrutura contínua, ou seja, desconsideram-se todos os vazios e as porosidades.
2. **Homogeneidade** O material apresenta as mesmas características mecânicas, de elasticidade e de resistência em todos os pontos.
3. **Isotropia**: O material apresenta as mesmas características mecânicas elásticas em todas as direções. As madeiras, por exemplo, apresentam nas direções das fibras características mecânicas e resistentes distintas daquelas em direção perpendicular e, portanto, não são consideradas materiais isotrópicos.

Pressupostos da Resistência dos Materiais

4. **Equilíbrio:** Se uma estrutura está em equilíbrio, cada uma de suas partes também está em equilíbrio.
5. **Pequenas deformações:** As deformações são muito pequenas em relação às dimensões da estrutura.
6. **Saint-Venant:** Sistemas de forças estaticamente equivalentes causam efeitos idênticos em pontos suficientemente afastados da região de aplicação das cargas.
7. **Seções planas:** A seção transversal, após a deformação, permanece plana e normal à linha média (eixo deslocado).

Pressupostos da Resistência dos Materiais

- 8. **Conservação das áreas:** A seção transversal, após a deformação, mantém as suas dimensões primitivas.
- 9. **Lei de Hooke:** A força aplicada é proporcional ao deslocamento.

$$F = kd$$

onde: F é a força aplicada; k é a constante elástica de rigidez e d é o deslocamento;

- 10. **Princípio da superposição de efeitos:** Os efeitos causados por um sistema de forças externas são a soma dos efeitos produzidos por cada força, considerada agindo isoladamente e independentemente das demais.

Equilíbrio de um corpo deformável

- Como a mecânica (estática) desempenha um papel importante tanto no desenvolvimento quanto na aplicação da mecânica dos materiais, é fundamental ter um bom domínio de seus fundamentos. Por essa razão, revisaremos agora alguns dos principais princípios da estática que serão utilizados ao longo do texto.

Equilíbrio de um corpo deformável

Cargas

- Um corpo pode estar sujeito tanto a cargas superficiais quanto a forças internas. Cargas superficiais que atuam em uma pequena área de contato são representadas por forças concentradas, enquanto cargas distribuídas atuam sobre uma área superficial maior do corpo. Quando a carga é coplanar, como na Figura 1–1a, a força resultante $\mathbf{F}_R$ de uma carga distribuída é igual à área sob o diagrama de carga distribuída e atua pelo centro geométrico (ou centroide) dessa área.

Equilíbrio de um corpo deformável

Cargas

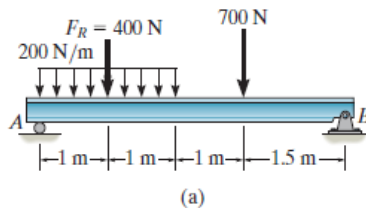


Figura: Fig. 1-1a.

Equilíbrio de um corpo deformável

Cargas

- Uma **força de corpo** é exercida quando um corpo exerce uma força sobre outro, sem contato físico direto entre os corpos. Exemplos incluem os efeitos causados pela gravitação da Terra ou seu campo eletromagnético. Embora essas forças afetem todas as partículas que compõem o corpo, elas são normalmente representadas por uma única força concentrada que atua sobre o corpo como um todo. No caso da gravitação, essa força é chamada de peso W do corpo e atua por meio do centro de gravidade do corpo.

Equilíbrio de um corpo deformável

Reações de apoio

- Para corpos sujeitos a sistemas de forças coplanares, os apoios mais comuns são apresentados na Tabela 1–1.
- Como regra geral, se o apoio impede a translação em uma determinada direção, então deve ser desenvolvida uma força no elemento nessa direção.
- Da mesma forma, se a rotação for impedida, um momento binário deve ser exercido no elemento. Por exemplo, o apoio de rolete impede apenas a translação perpendicular ou normal à superfície.
- Portanto, o rolete exerce uma força normal $\mathbf{F}$ no ponto de contato do elemento. Como o elemento pode girar livremente em torno do rolete, um momento de binário não pode ser desenvolvido nele.

Equilíbrio de um corpo deformável

Reações de apoio

TABLE 1-1

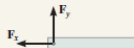
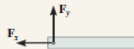
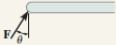
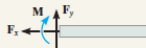
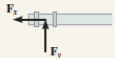
Type of connection	Reaction	Type of connection	Reaction
	 One unknown: F		 Two unknowns: F_x, F_y
	 One unknown: F		 Two unknowns: F_x, F_y
	 One unknown: F		 Three unknowns: F_x, F_y, M
	 One unknown: F		 Two unknowns: F_x, F_y

Figura: Tabela 1-1.

Equilíbrio de um corpo deformável

Equações de equilíbrio

- O equilíbrio de um corpo requer um equilíbrio de forças para impedir que o corpo se desloque ou apresente movimento acelerado ao longo de uma trajetória reta ou curva, e um equilíbrio de momentos para impedir que o corpo gire. Essas condições são expressas matematicamente pelas equações de equilíbrio:

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$\sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$

Equilíbrio de um corpo deformável

Equações de equilíbrio

- Aqui, $\mathbf{F}$ representa a soma de todas as forças que atuam sobre o corpo, e $\mathbf{M}_O$ é a soma dos momentos de todas as forças em relação a qualquer ponto O no interior ou sobre o corpo.
- Se um sistema de coordenadas x, y, z for estabelecido com a origem no ponto O , os vetores de força e momento podem ser decompostos em componentes ao longo de cada eixo coordenado, e as duas equações acima podem ser escritas na forma escalar como seis equações, a saber,

$$\begin{array}{lll} \sum F_x = 0 & \sum F_y = 0 & \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 & \sum M_y = 0 & \sum M_z = 0 \end{array}$$

Equilíbrio de um corpo deformável

Equações de equilíbrio

- Frequentemente, na prática da engenharia, o carregamento em um corpo pode ser representado como um sistema de forças coplanares no plano $x - y$. Nesse caso, o equilíbrio do corpo pode ser especificado com apenas três equações de equilíbrio escalares, ou seja,

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

Equilíbrio de um corpo deformável

- A aplicação bem-sucedida das equações de equilíbrio deve considerar todas as forças conhecidas e desconhecidas que atuam sobre o corpo, e a melhor maneira de considerar essas cargas é desenhar o diagrama de corpo livre do corpo antes de aplicar as equações de equilíbrio.
- Por exemplo, o diagrama de corpo livre da viga da Fig. 1–1(a) é apresentado na Fig. 1–1(b). Aqui, cada força é identificada por sua magnitude e direção, e as dimensões do corpo são consideradas para calcular os momentos das forças.

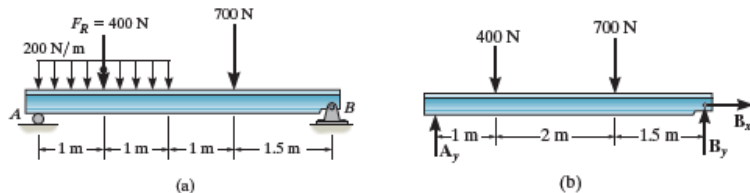


Figura: Fig 1-1(a) e Fig 1-1(b).

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- Em mecânica dos materiais, a mecânica (estática) é usada principalmente para determinar as cargas resultantes que atuam sobre um corpo. Isso é feito pelo método das seções. Por exemplo, considere o corpo mostrado na Fig. 1-2(a), que é mantido em equilíbrio por quatro forças externas (aqui, desconsidera-se o peso próprio do corpo).

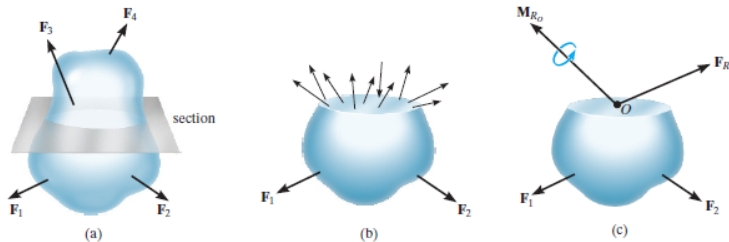


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- Para obter as cargas internas que atuam em uma região específica do corpo, é necessário traçar uma seção imaginária, ou “corte”, através da região onde as cargas internas devem ser determinadas. As duas partes do corpo são então separadas e um diagrama de corpo livre de uma delas é desenhado.

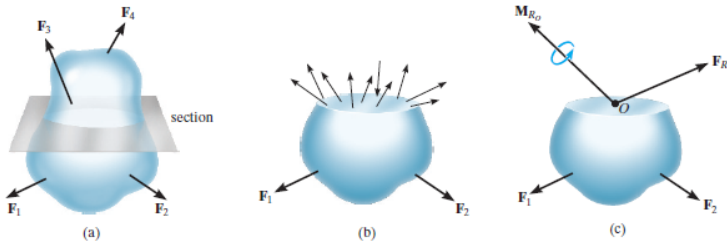


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- Quando isso é feito, haverá uma distribuição de força interna atuando na área “exposta” da seção, conforme ilustrado na Fig. 1-2(b). Essas forças, na verdade, representam os efeitos da seção superior do corpo sobre a seção inferior.

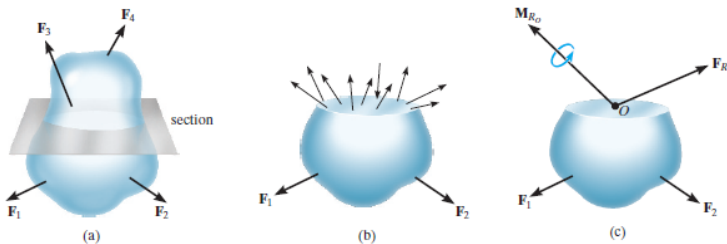


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- Embora a distribuição exata dessa carga interna possa ser desconhecida, suas resultantes $\mathbf{F}_R$ e $\mathbf{M}_{R_O}$, Fig. 1-2(c), são determinadas ao aplicar-se as equações de equilíbrio ao segmento mostrado na Fig. 1-2(c). Aqui, essas cargas atuam no ponto O ; no entanto, esse ponto é frequentemente escolhido como o centroide da área seccionada.

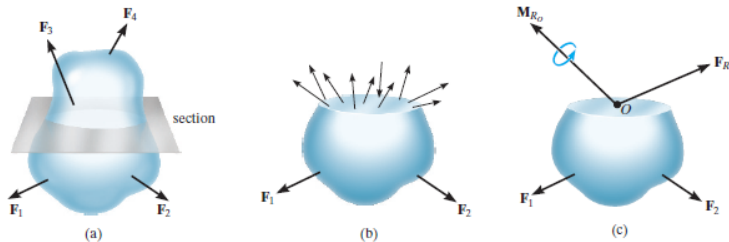


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- **Em três dimensões:** Para a posterior aplicação das fórmulas de resistência dos materiais, consideraremos os componentes de $\mathbf{F}_R$ e $\mathbf{M}_{R_O}$ que atuam tanto normalmente quanto tangencialmente à área seccionada, conforme ilustrado em Fig. 1-2(d). Quatro tipos diferentes de cargas resultantes podem então ser definidos da seguinte forma:

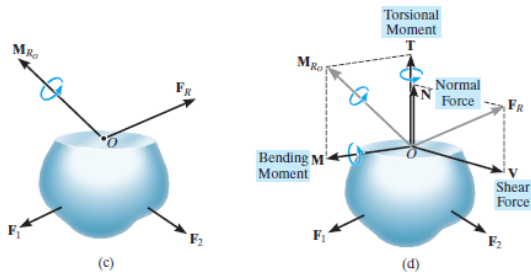


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- **Esforço normal N :** Essa força atua perpendicularmente à área. Ela é desenvolvida sempre que as cargas externas tendem a empurrar ou puxar os dois segmentos do corpo.

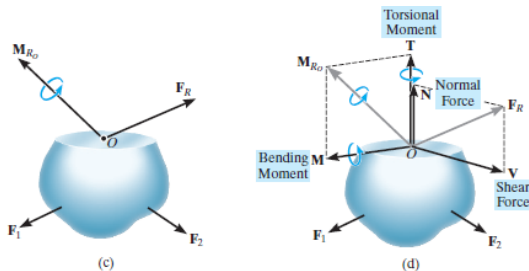


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- **Esforço cortante V :** A força de cisalhamento está localizada no plano da área e é exercida quando as cargas externas tendem a fazer com que os dois segmentos do corpo deslizem um sobre o outro.

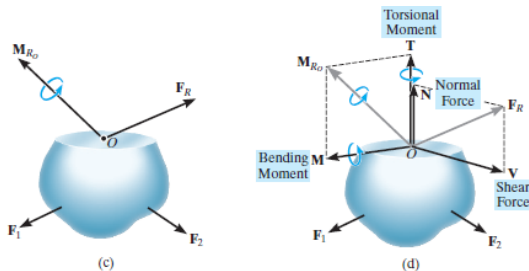


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- **Momento torsor ou torque T** : Este efeito ocorre quando as cargas externas tendem a torcer um segmento do corpo em relação ao outro em torno de um eixo perpendicular à área.

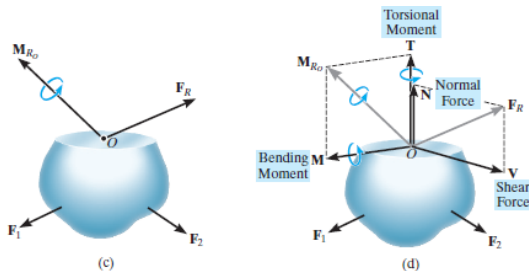


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes

- **Momento fletor M :** O momento fletor é causado pelas cargas externas que tendem a flexionar o corpo em torno de um eixo situado no plano da área.

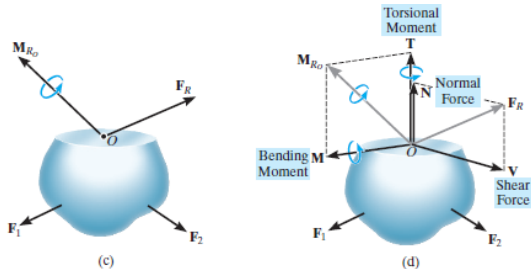


Figura: Fig 1-2.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes – Cargas coplanares

- Se o corpo estiver sujeito a um sistema coplanar de forças, como na Fig. 1–3(a), então somente componentes de força normal, de força cortante e de momento fletor existirão na seção, como na Fig. 1–3(b).

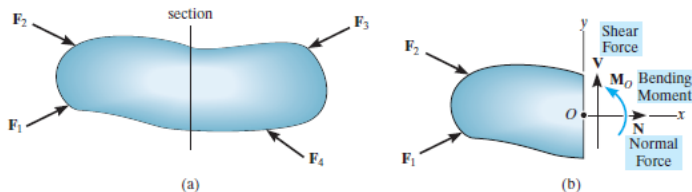


Figura: Fig 1-3.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes – Cargas coplanares

- Se usarmos os eixos de coordenadas x , y e z , como mostrado no segmento esquerdo, então $\mathbf{N}$ pode ser obtido aplicando $\sum F_x = 0$ e $\mathbf{V}$ pode ser obtido aplicando $\sum F_y = 0$.

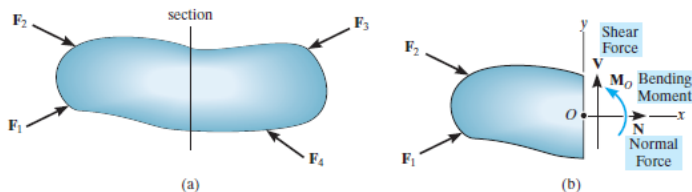


Figura: Fig 1-3.

Equilíbrio de um corpo deformável

Forças internas resultantes – Cargas coplanares

- Finalmente, o momento fletor $\mathbf{M}_O$ pode ser determinado somando os momentos em relação ao ponto O (o eixo z), $\sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$, a fim de eliminar os momentos causados pelas incógnitas $\mathbf{N}$ e $\mathbf{V}$.

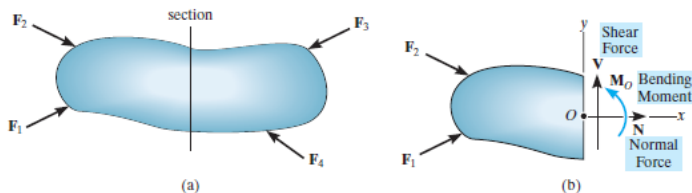


Figura: Fig 1-3.

Pontos importantes

- A mecânica dos materiais estuda a relação entre as cargas externas aplicadas a um corpo e as tensões e deformações causadas por elas no corpo.
- As forças externas podem ser aplicadas a um corpo como cargas superficiais distribuídas ou concentradas, ou como forças de corpo que atuam em todo o volume do corpo.
- As cargas lineares distribuídas produzem uma força resultante com magnitude igual à área sob o diagrama de cargas e com localização no centroide dessa área.

Pontos importantes

- Um apoio exerce uma força em uma direção específica no elemento ao qual está conectado; impedir a translação do elemento nessa direção produz um momento de binário; impedir a rotação do elemento produz um momento de binário.
- As equações de equilíbrio $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ e $\sum \mathbf{M} = \mathbf{0}$ devem ser satisfeitas para impedir que um corpo se translate com aceleração e gire.
- O método das seções é usado para determinar as cargas internas resultantes que atuam na superfície de um corpo seccionado. Em geral, essas resultantes consistem em uma força normal, uma força de cisalhamento, um momento de torção e um momento fletor.

Exemplo 1.1

Determine as cargas internas resultantes que atuam na seção transversal em C .

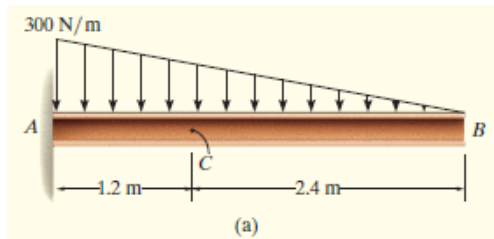


Figura: Fig 1-4(a).

Exemplo 1.1

O diagrama de corpo livre é apresentado na Fig. 1-4(b).

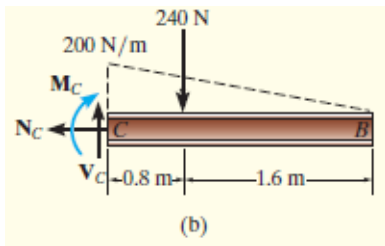


Figura: Fig 1-4(b).

Exemplo 1.1

Aplicando-se as equações de equilíbrio, temos:

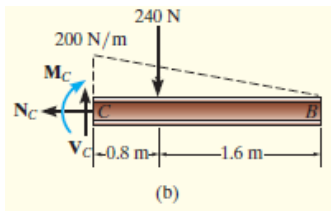


Figura: Fig. 1-4(b).

$$\rightarrow (+) \quad \sum F_x = 0 \quad - N_C = 0 \quad N_C = 0$$

$$\uparrow (+) \quad \sum F_y = 0 \quad V_C - 240 = 0 \quad V_C = 240 \text{ N}$$

$$\curvearrowright (+) \quad \sum M_C = 0 \quad - M_C - 240 \times 0,8 = 0 \quad M_C = -192 \text{ Nm}$$

Exemplo 1.2

O motor de 500 kg está suspenso na lança do guindaste, conforme mostrado na Fig. 1–5(a). Determine as cargas internas resultantes atuantes na seção transversal da lança no ponto E .

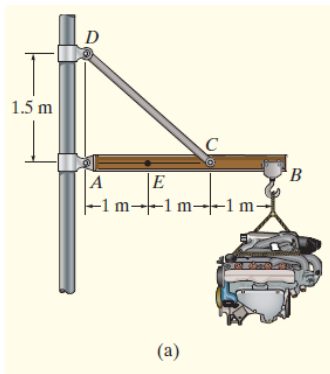


Figura: Fig 1-5(a).

Exemplo 1.2

Reações de apoio

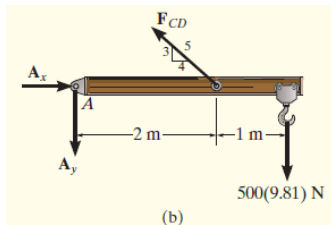


Figura: Fig 1-5(b).

$$\curvearrowright (+) \sum M_A = 0 \quad F_{CD} \left(\frac{3}{5} \right) \times 2 - [500 \times 9,81] \times 3 = 0 \quad F_{CD} = 12262,5 \text{ N}$$

$$\rightarrow (+) \sum F_x = 0 \quad A_x - (12262,5 \text{ N}) \left(\frac{4}{5} \right) = 0 \quad A_x = 9810 \text{ N}$$

Exemplo 1.2

Reações de apoio

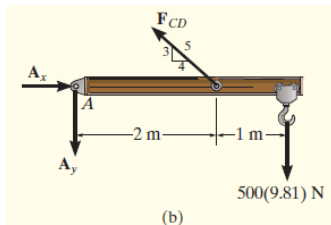


Figura: Fig 1-5(b).

$$\uparrow (+) \quad \sum F_y = 0 \quad - A_y + (12262,5) \times \left(\frac{3}{5}\right) - 500(9,81) = 0 \quad A_y = 2452,5 \text{ N}$$

Exemplo 1.2

Diagrama de corpo livre

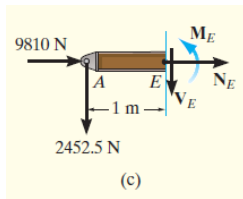


Figura: Fig 1-5(c).

$$\rightarrow (+) \quad \sum F_x = 0 \quad N_E + 9810 = 0 \quad N_E = -9810 \text{ N} = -9,81 \text{ kN}$$

$$\uparrow (+) \quad \sum F_y = 0 \quad -V_E - 2452,5 = 0 \quad V_E = -2452,5 \text{ N} = -2,45 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright (+) \quad \sum M_E = 0 \quad M_E + (2452,5) \times 1 = 0 \quad M_E = -2452,5 \text{ Nm} = -2,45 \text{ kNm}$$

Exemplo 1.3

Determine os esforços internos resultantes atuantes na seção transversal G da viga mostrada na Fig. 1–6(a). Todas as conexões são do tipo pino.

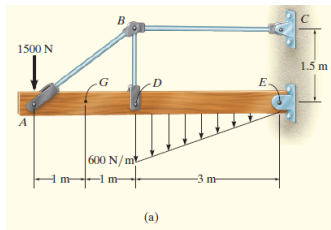


Figura: Fig 1-6(a).

Exemplo 1.3

Reações de apoio

- Aqui, consideraremos o segmento AG . O diagrama de corpo livre de toda a estrutura é apresentado na Fig. 1–6(b). Verifique as reações calculadas em E e C . Em particular, observe que BC é um elemento submetido a duas forças, uma vez que apenas duas atuam sobre ele. Por esse motivo, a força em C deve atuar ao longo de BC , que é horizontal, conforme ilustrado.

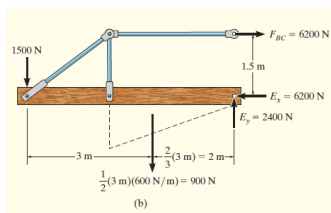


Figura: Fig 1-6(b).

Exemplo 1.3

Reações de apoio

- Como BA e BD também são elementos sujeitos a apenas duas forças, o diagrama de corpo livre do nó B é apresentado na Fig. 1-6(c). Novamente, verifique as intensidades das forças F_{BA} e F_{BD} .

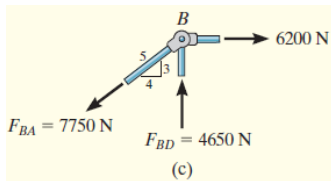


Figura: Fig 1-6(c).

Exemplo 1.3

Diagrama de corpo livre

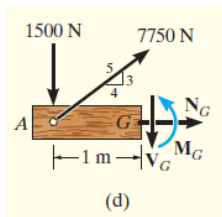


Figura: Fig 1-6(d).

$$\rightarrow (+) \quad \sum F_x = 0; \quad (7750) \left(\frac{4}{5} \right) + N_G = 0 \quad N_G = -6200 \text{ N} = -6,2 \text{ kN}$$

$$\uparrow (+) \quad \sum F_y = 0; \quad -1500 + (7750) \left(\frac{3}{5} \right) - V_G = 0 \quad V_G = 3150 \text{ N} = 3,15 \text{ kN}$$

Exemplo 1.3

Diagrama de corpo livre

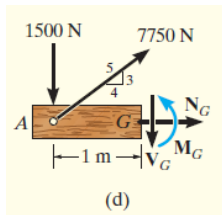


Figura: Fig 1-6(d).

$$\curvearrowright (+) \sum M_G = 0; \quad M_G - (7750) \left(\frac{3}{5} \right) (1) + (1500)(1) = 0$$
$$M_G = 3150 \text{ Nm} = 3,15 \text{ kNm}$$

Exemplo 1.4

Determine os esforços internos resultantes atuantes na seção transversal em B do tubo mostrado na Fig. 1-7(a). A extremidade A está sujeita a uma força vertical de 50 N, a uma força horizontal de 30 N e a um momento de binário de 70 N·m. Despreze a massa do tubo.

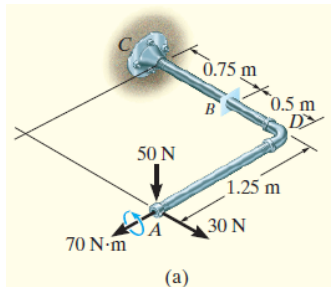


Figura: Fig 1-7(a).

Exemplo 1.4

Diagrama de corpo livre

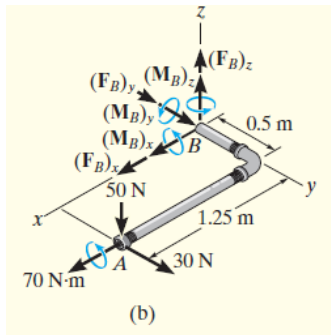
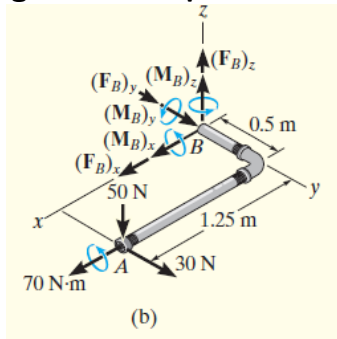


Figura: Fig 1-7(a).

Exemplo 1.4

Diagrama de corpo livre



$$\sum F_x = 0; \quad (F_B)_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; \quad (F_B)_y + 30 = 0 \quad (F_B)_y = -30 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0; \quad (F_B)_z - 50 = 0 \quad (F_B)_z = 50 \text{ N}$$

Figura: Fig 1-7(a).

Exemplo 1.4

Diagrama de corpo livre

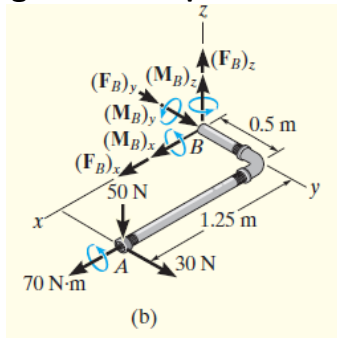


Figura: Fig 1-7(a).

$$\sum (M_B)_x = 0; \quad (M_B)_x + 70 - (50)(0,5) = 0$$

$$(M_B)_x = -45 \text{ Nm}$$

$$\sum (M_B)_y = 0; \quad (M_B)_y + (50)(1,25) = 0$$

$$(M_B)_y = -62,5 \text{ Nm}$$

$$\sum (M_B)_z = 0; \quad (M_B)_z + (30)(1,25) = 0$$

$$(M_B)_z = -37,5 \text{ Nm}$$