MECÂNICA - MAC010

Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional

25 de novembro de 2009

Momentos de inércia de áreas

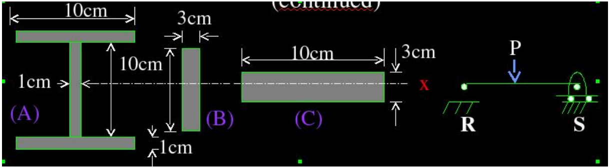
Muitos elementos estruturais, como vigas e colunas, têm seção transversal na forma de I, H, C, etc....

Momentos de inércia de áreas

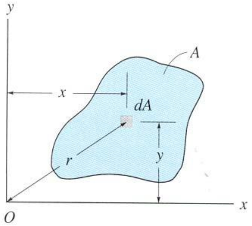
Qual propriedade influencia na escolha da melhor seção transversal a empregar em um determinado elemento?

Momentos de inércia de áreas

Qual das 3 seções transversais abaixo, com a mesma área, é a mais adequada para a viga representada?



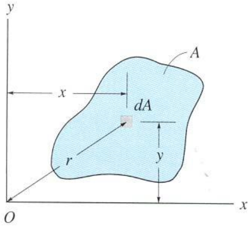
Definição



Para a área diferencial dA mostrada na figura,

$$dI_x = y^2 dA$$

Definição

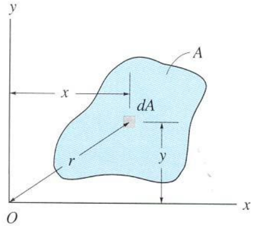


Para a área diferencial dA mostrada na figura,

$$dI_x = y^2 dA$$

$$dI_y = x^2 dA$$

Definição



Para a área diferencial dA mostrada na figura,

$$dI_x = y^2 dA$$

$$dI_y = x^2 dA$$

$$dJ_O = r^2 dA$$

J_O é o momento de inércia polar em relação ao pólo O ou eixo z.

Definição

Os momentos de inércia da área inteira são obtidos por integração:

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

$$J_O = \int_A r^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y$$

Definição

O momento de inércia é também conhecido como momento de segunda ordem de uma área e tem unidade de comprimento elevado à quarta potência.

Exemplos

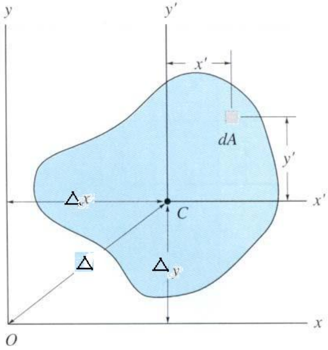
1. Determinar os momentos de inércia de um retângulo de base b e altura h em relação ao eixo x que coincide com a base e ao eixo y que coincide com a aresta esquerda (considerando a origem no vértice inferior esquerdo).

2. Determinar os momentos de inércia de um retângulo de base b e altura h em relação aos eixos que passam pelo centróide da seção.

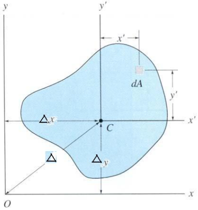
Obs: pode-se resolver empregando integral dupla ou integral simples.

Teorema de Steiner

O momento de inércia em relação a um eixo paralelo a um eixo que passe pelo centróide de uma seção pode ser calculado pelo Teorema de Steiner ou Teorema dos eixos paralelos.

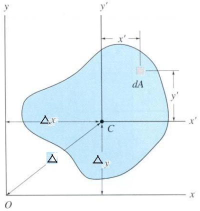


Teorema de Steiner



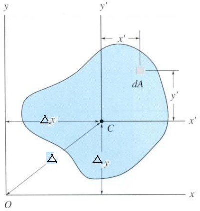
$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA$$

Teorema de Steiner



$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

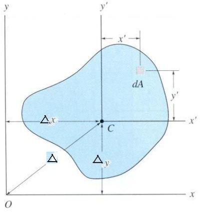
Teorema de Steiner



$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

$$I_x = \int_A y'^2 dA + \int_A 2y'\Delta_y dA + \int_A \Delta_y^2 dA$$

Teorema de Steiner

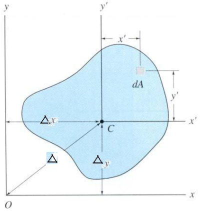


$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

$$I_x = \int_A y'^2 dA + \int_A 2y'\Delta_y dA + \int_A \Delta_y^2 dA$$

$$I_x = I'_x$$

Teorema de Steiner

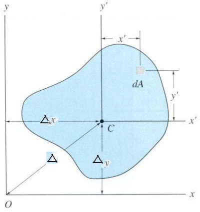


$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

$$I_x = \int_A y'^2 dA + \int_A 2y'\Delta_y dA + \int_A \Delta_y^2 dA$$

$$I_x = I_x' + 0 +$$

Teorema de Steiner

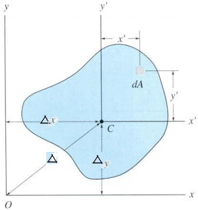


$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

$$I_x = \int_A y'^2 dA + \int_A 2y'\Delta_y dA + \int_A \Delta_y^2 dA$$

$$I_x = I'_x + 0 + \Delta_y^2 A$$

Teorema de Steiner



$$I_x = \int_A (y' + \Delta_y)^2 dA = \int_A (y'^2 + 2y'\Delta_y + \Delta_y^2) dA$$

$$I_x = \int_A y'^2 dA + \int_A 2y'\Delta_y dA + \int_A \Delta_y^2 dA$$

$$I_x = I'_x + 0 + \Delta_y^2 A$$

$$I_x = I'_x + \Delta_y^2 A$$

Exemplo

1. Determinar os momentos de inércia de um retângulo de base b e altura h em relação ao eixo x que coincide com a base e ao eixo y que coincide com a aresta esquerda (considerando a origem no vértice inferior esquerdo).