

# MECÂNICA - MAC010

Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional

16 de novembro de 2009

# MECÂNICA - MAC010

Departamento de  
Mecânica  
Aplicada e  
Computacional

Centro de  
gravidade,  
centróide, centro  
de massa de um  
corpo

Coordenadas  
cartesianas

**Corpos compostos**

# Corpos Compostos

Os corpos feitos de várias partes ou formas diferentes são chamados **corpos compostos**. O centro de gravidade de um corpo composto pode ser determinado a partir dos centros de gravidade das partes individuais.

# Corpos sem furos ou cavidades

Um **corpo composto** consiste de várias partes cujos pesos e centros de gravidade são conhecidos. O centro de gravidade de um corpo composto pode ser determinado a partir da teoria de forças paralelas, já que o vetor peso de cada parte é conhecido. Por exemplo, para um corpo dividido em  $n$  partes, as coordenadas do **CG** são:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \cdots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_n}$$

$$\bar{y} = \frac{w_1y_1 + w_2y_2 + w_3y_3 + \cdots + w_ny_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_n}$$

$$\bar{z} = \frac{w_1z_1 + w_2z_2 + w_3z_3 + \cdots + w_nz_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_n}$$

## Corpos sem furos ou cavidades

Se o peso específico  $\gamma$  de todas as partes do corpo for igual e constante, então o CG do corpo coincide com o centróide, que não depende do peso:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i^n x_i V_i}{\sum_1^n V_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_i^n y_i V_i}{\sum_1^n V_i}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum_i^n z_i V_i}{\sum_1^n V_i}$$

# Corpos sem furos ou cavidades

No caso mais geral, em que o peso específico  $\gamma$  de cada uma das partes assume um valor diferente, tem-se:

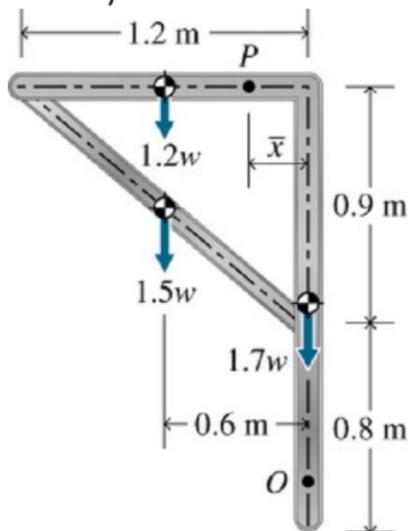
$$\bar{x} = \frac{\sum_i^n x_i \gamma_i V_i}{\sum_1^n \gamma_i V_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_i^n y_i \gamma_i V_i}{\sum_1^n \gamma_i V_i}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum_i^n z_i \gamma_i V_i}{\sum_1^n \gamma_i V_i}$$

## Exemplo já visto

Determinar a localização do centro de gravidade da estrutura abaixo, composta por barras de um mesmo material homogêneo e mesma seção transversal.



©2011 Pearson Education, Inc. Thomas' Mechanics of Materials, 8th Edition and associated items.

# Corpos com furos ou cavidades

Vários sistemas de engenharia possuem partes mecânicas que apresentam furos ou cavidades. Para determinar o CG e/ou o centróide de um corpo que contém um furo ou um vão, procede-se da seguinte forma:

# Corpos com furos ou cavidades

Vários sistemas de engenharia possuem partes mecânicas que apresentam furos ou cavidades. Para determinar o CG e/ou o centróide de um corpo que contém um furo ou um vão, procede-se da seguinte forma:

- 1 Considera-se um corpo correspondente sem o furo de calcula-se os momentos dos pesos em relação aos planos coordenados  $(\int_V x dW, \int_V y dW, \int_V z dW)$ ;

# Corpos com furos ou cavidades

Vários sistemas de engenharia possuem partes mecânicas que apresentam furos ou cavidades. Para determinar o CG e/ou o centróide de um corpo que contém um furo ou um vão, procede-se da seguinte forma:

- 1 Considera-se um corpo correspondente sem o furo de calcula-se os momentos dos pesos em relação aos planos coordenados ( $\int_V x dW$ ,  $\int_V y dW$ ,  $\int_V z dW$ );
- 2 Considera-se o volume formado pelo(s) furo(s) e calculam-se os momentos dos pesos correspondentes;

# Corpos com furos ou cavidades

Vários sistemas de engenharia possuem partes mecânicas que apresentam furos ou cavidades. Para determinar o CG e/ou o centróide de um corpo que contém um furo ou um vão, procede-se da seguinte forma:

- 1 Considera-se um corpo correspondente sem o furo de calcula-se os momentos dos pesos em relação aos planos coordenados ( $\int_V x dW$ ,  $\int_V y dW$ ,  $\int_V z dW$ );
- 2 Considera-se o volume formado pelo(s) furo(s) e calculam-se os momentos dos pesos correspondentes;
- 3 O momento do peso do corpo com furos é igual ao valor calculado no item 1 - o valor calculado no item 2;

# Corpos com furos ou cavidades

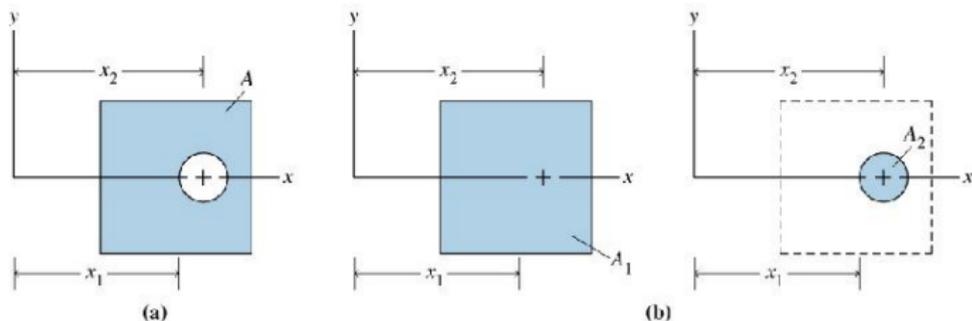
Vários sistemas de engenharia possuem partes mecânicas que apresentam furos ou cavidades. Para determinar o CG e/ou o centróide de um corpo que contém um furo ou um vão, procede-se da seguinte forma:

- 1 Considera-se um corpo correspondente sem o furo de calcula-se os momentos dos pesos em relação aos planos coordenados ( $\int_V x dW$ ,  $\int_V y dW$ ,  $\int_V z dW$ );
- 2 Considera-se o volume formado pelo(s) furo(s) e calculam-se os momentos dos pesos correspondentes;
- 3 O momento do peso do corpo com furos é igual ao valor calculado no item 1 - o valor calculado no item 2;
- 4 Divide-se o valor resultante pelo peso do corpo.

# Corpos com furos ou cavidades

O procedimento é análogo para determinar centros de gravidade, centros de massa e centróides de **volumes**, **áreas** e **linhas**.

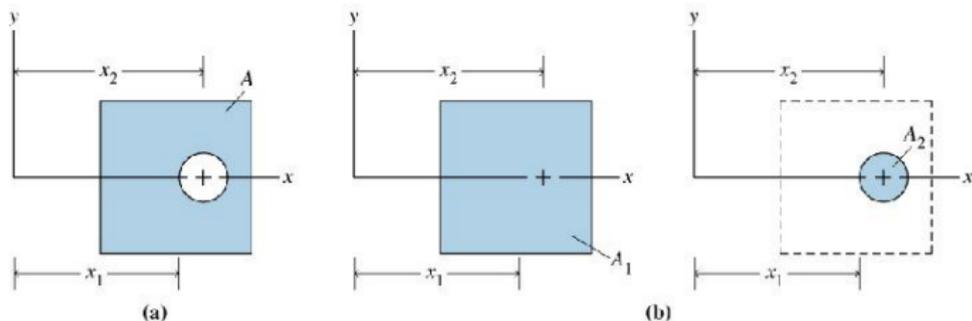
# Corpos com furos ou cavidades



DM01 - Física - Cálculo e Geometria - Prof. Dr. Roberto Corrêa - Universidade Federal do Rio de Janeiro

$$A\bar{x} = A_1x_1 - A_2x_2$$

# Corpos com furos ou cavidades

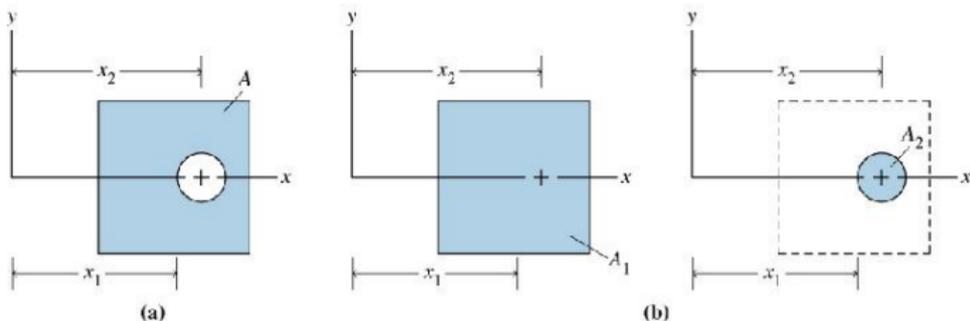


DM01 Propriedades de um corpo composto. Thomson | Mecânica | 4ª edição | 2009 | 100 páginas

$$A\bar{x} = A_1x_1 - A_2x_2$$

$$A = A_1 - A_2$$

# Corpos com furos ou cavidades



DM101: Física para Engenharia | Prof. Dr. Roberto Corrêa | Universidade Federal do Rio de Janeiro

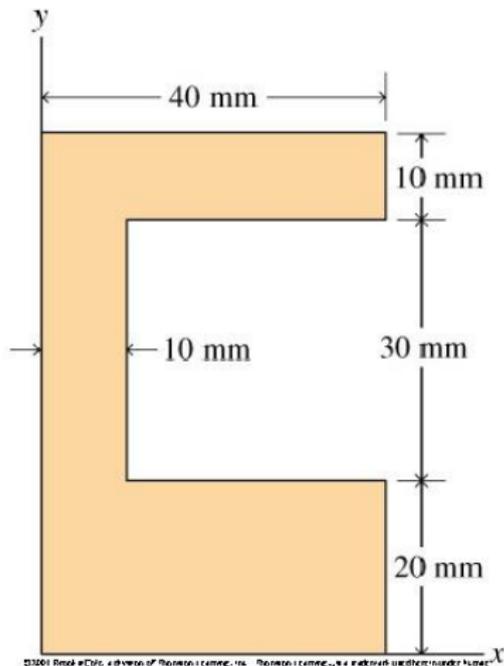
$$A\bar{x} = A_1x_1 - A_2x_2$$

$$A = A_1 - A_2$$

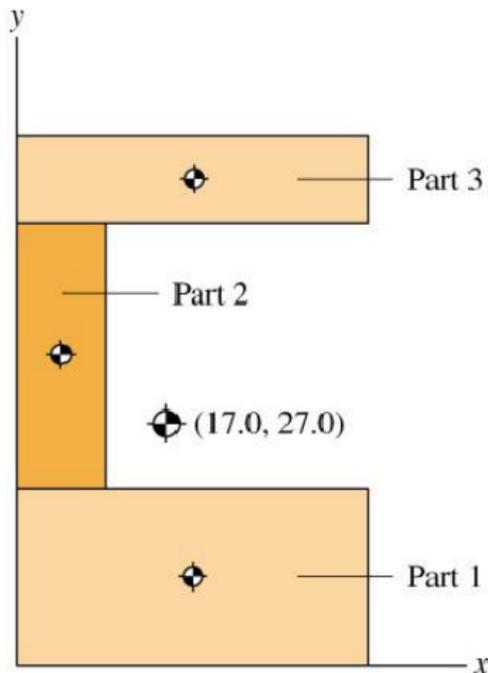
$$\bar{x} = \frac{A_1x_1 - A_2x_2}{A}$$

## Exemplo 1

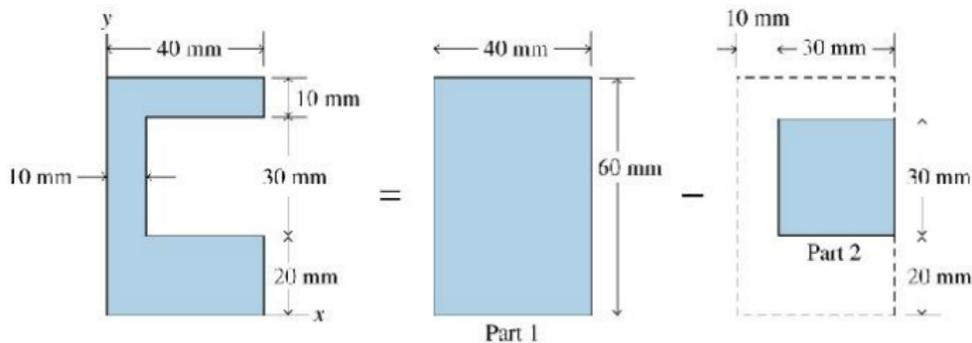
Determinar as coordenadas do centróide da área de perfil C mostrada na figura.



## Resolução considerando a decomposição em 3 partes:



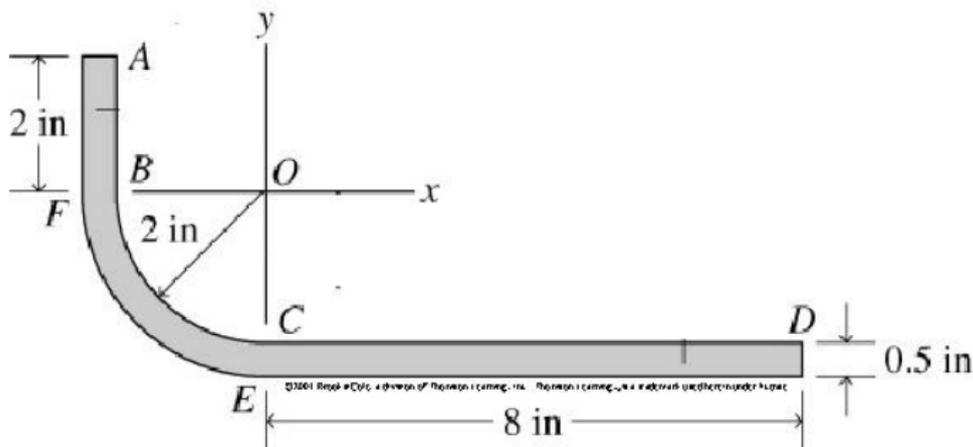
## Resolução considerando a área com furo:



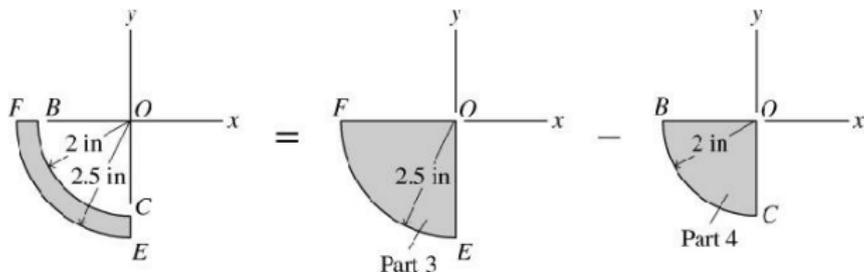
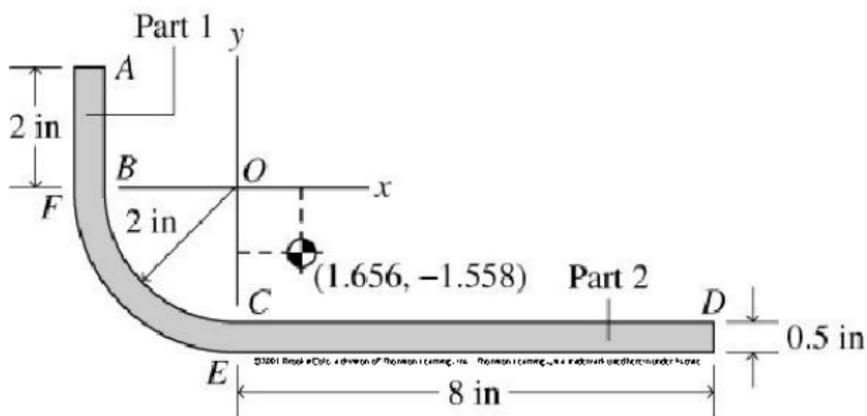
©1991 Bentley Systems, Incorporated. Bentley Systems, Incorporated and/or its subsidiaries and/or affiliates.

## Exemplo 2

Uma placa plana e longa de aço, com 0,5 pol de espessura, é vergada até tomar a forma mostrada na seção transversal da figura. Determinar as coordenadas  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  do centróide da seção transversal.



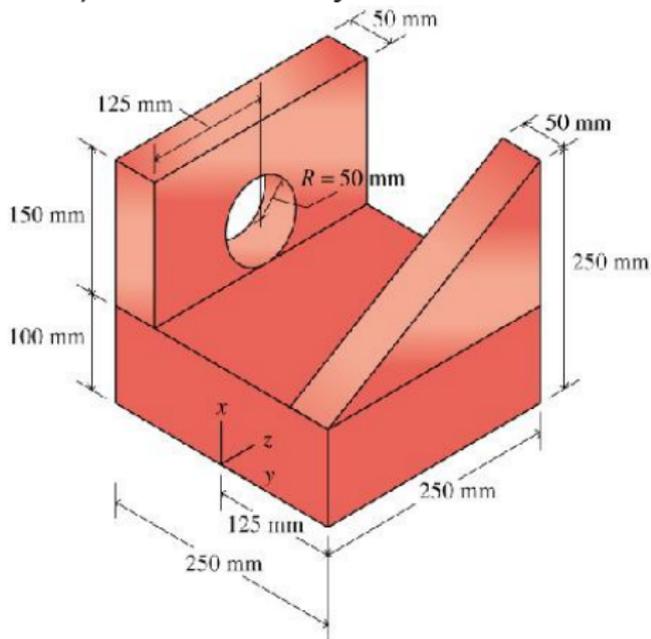
Resolução:



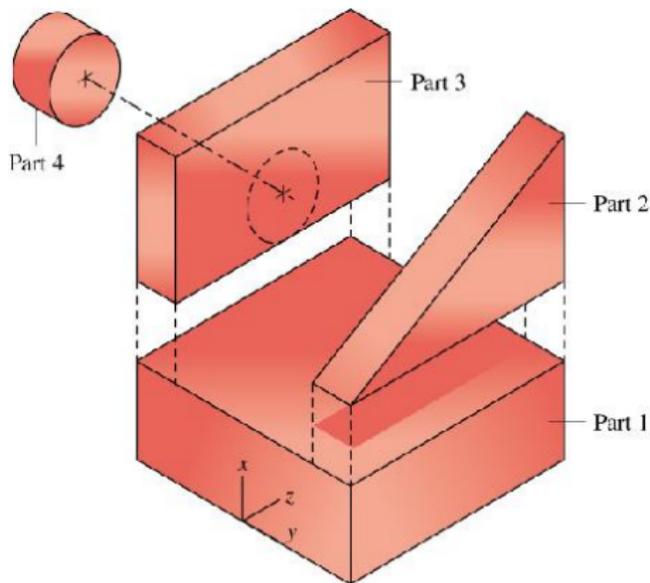
©2001 Ross & Croft, a division of Thomson Learning, Inc. Thomson Learning, Inc. All rights reserved. Under license.

### Exemplo 3

A base da peça composta de uma máquina mostrada na figura tem peso específico  $\gamma = 78 \text{ kN/m}^3$ . O restante da peça tem peso específico  $\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$ . Determinar o CG da peça em relação aos eixos  $xyz$  mostrados.



## Resolução



©2001 Reddy & Chhabra, a division of Thomson Learning, Inc. Thomson Learning, Inc. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of Thomson Learning, Inc.