

# MECÂNICA

MAC010

26 de outubro de 2009

1

2

3

4

5. Equilíbrio de Corpos Rígidos

6. Treliças

7. Esforços internos

# Esforços internos em vigas

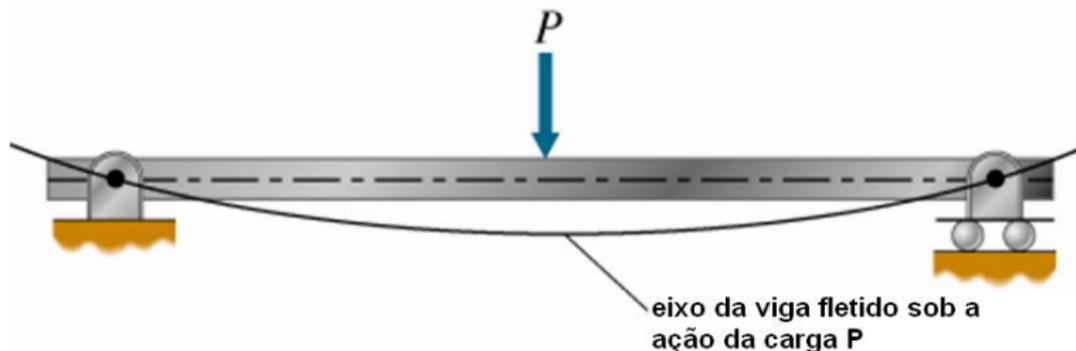
**VIGA** é um elemento estrutural longo e delgado que é apoiado em determinadas posições ao longo do seu comprimento e é submetido principalmente a **cargas perpendiculares ao eixo formado pelo eixo central**.

# Vigas

Uma viga é um elemento estrutural submetido principalmente a cargas que provocam **flexão**. Por exemplo, uma viga reta torna-se curva sob a ação de uma carga perpendicular ao seu eixo.

# Vigas

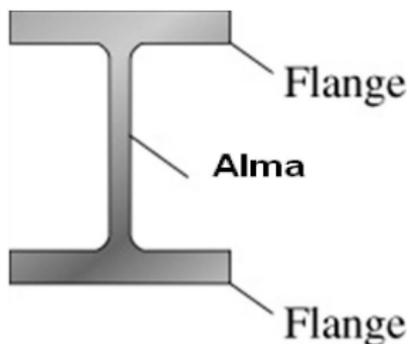
Uma viga é um elemento estrutural submetido principalmente a cargas que provocam **flexão**. Por exemplo, uma viga reta torna-se curva sob a ação de uma carga perpendicular ao seu eixo.



©2001 Enock/Cole, a division of Thomson Learning Inc. Thomson Learning, is a trademark used herein under license.

# Vigas

Uma viga pode ser reta ou curva. Em estruturas de madeira, as vigas são freqüentemente retas. Em aeronaves há muitas vigas curvas. Em estruturas de aço modernas, vigas retas com flanges largos são muito empregadas, uma vez que apresentam alta resistência à flexão (como veremos mais adiante no curso).



seção transversal em forma de I

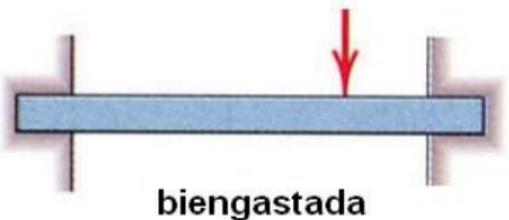
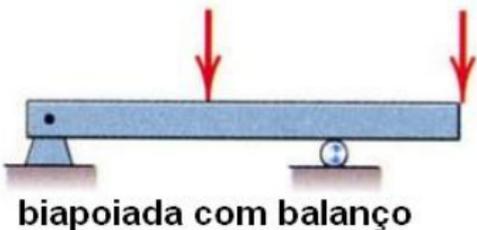
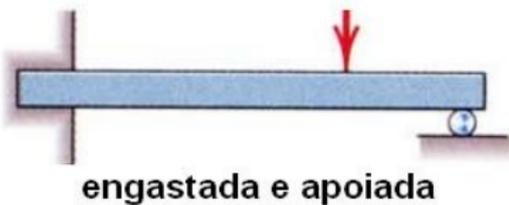
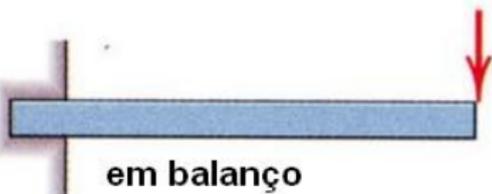
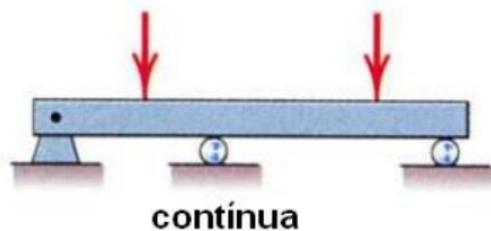
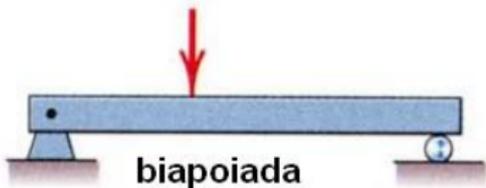
## Vigas: exemplos de classificação quanto aos apoios

Vigas apoiadas de modo que as reações aos apoios externos possam ser calculadas usando apenas as equações de equilíbrio são chamadas **isostáticas** ou **estaticamente determinadas**.

## Vigas: exemplos de classificação quanto aos apoios

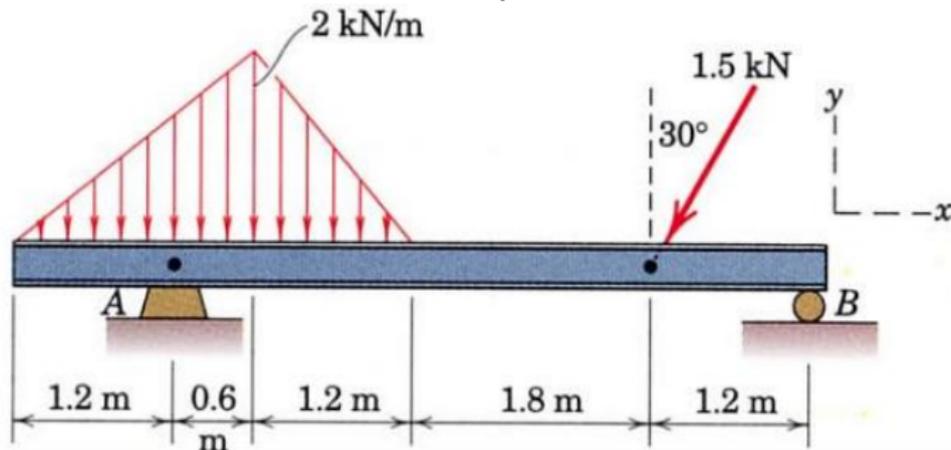
Vigas apoiadas de modo que as reações aos apoios externos possam ser calculadas usando apenas as equações de equilíbrio são chamadas **isostáticas** ou **estaticamente determinadas**. Vigas que apresentem mais apoios do que os necessários para garantir o equilíbrio denominam-se **hiperestáticas** ou **estaticamente indeterminadas**, e sua análise demanda, além das equações de equilíbrio, o emprego de relações entre carga e deformação.

## Vigas: exemplos de classificação quanto aos apoios



## Efeitos externos em vigas

Ao analisar o equilíbrio de corpos rígidos, vimos como determinar as reações de apoio em vigas sujeitas a cargas concentradas e cargas distribuídas, como no exemplo abaixo:



Resp.  $A_x = 750 \text{ N}$ ,  $A_y = 3.07 \text{ kN}$ ,  $B_y = 1.224 \text{ kN}$

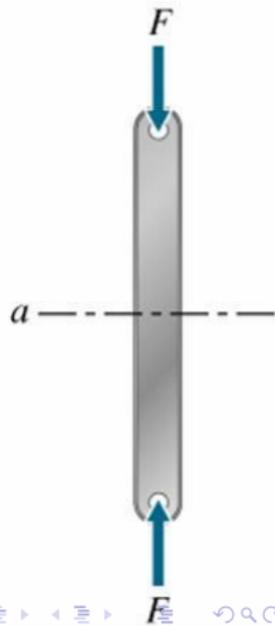
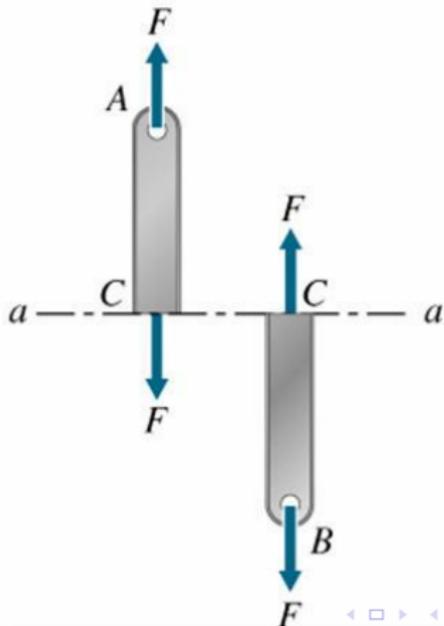
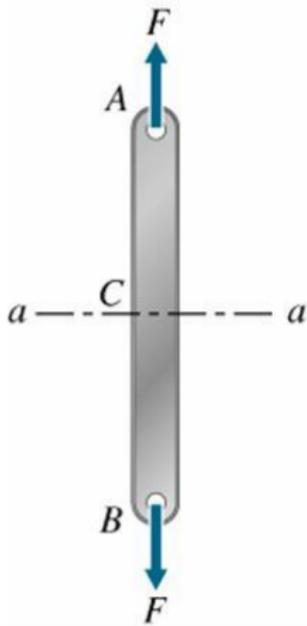
# Vigas: esforços internos

Vamos agora definir os **esforços internos** gerados ao longo de uma barra submetida a **forças externas**.

# O que é um esforço interno?

Ao analisar uma **treliça**, calculamos os valores das trações e compressões a que cada uma das barras que a compõem estão submetidas.

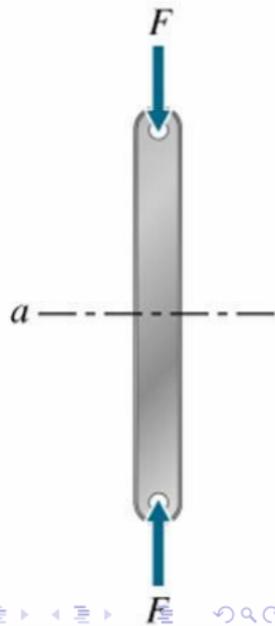
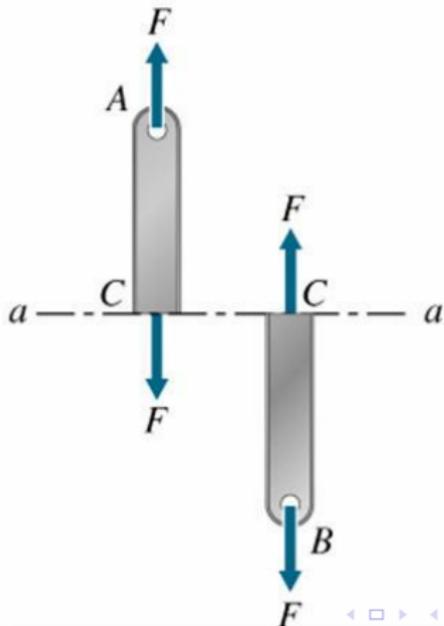
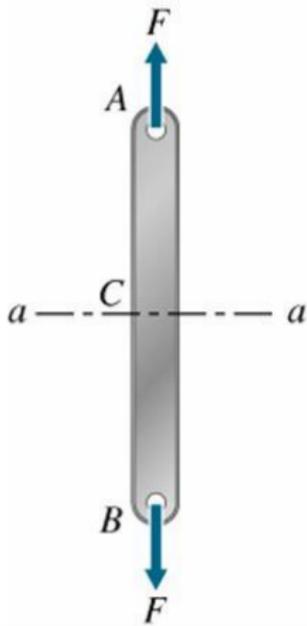
© 2001 Evox/CC, a division of Thomson Learning, Inc. Thomson Learning, é a maior editora de livros do mundo.



# O que é um esforço interno?

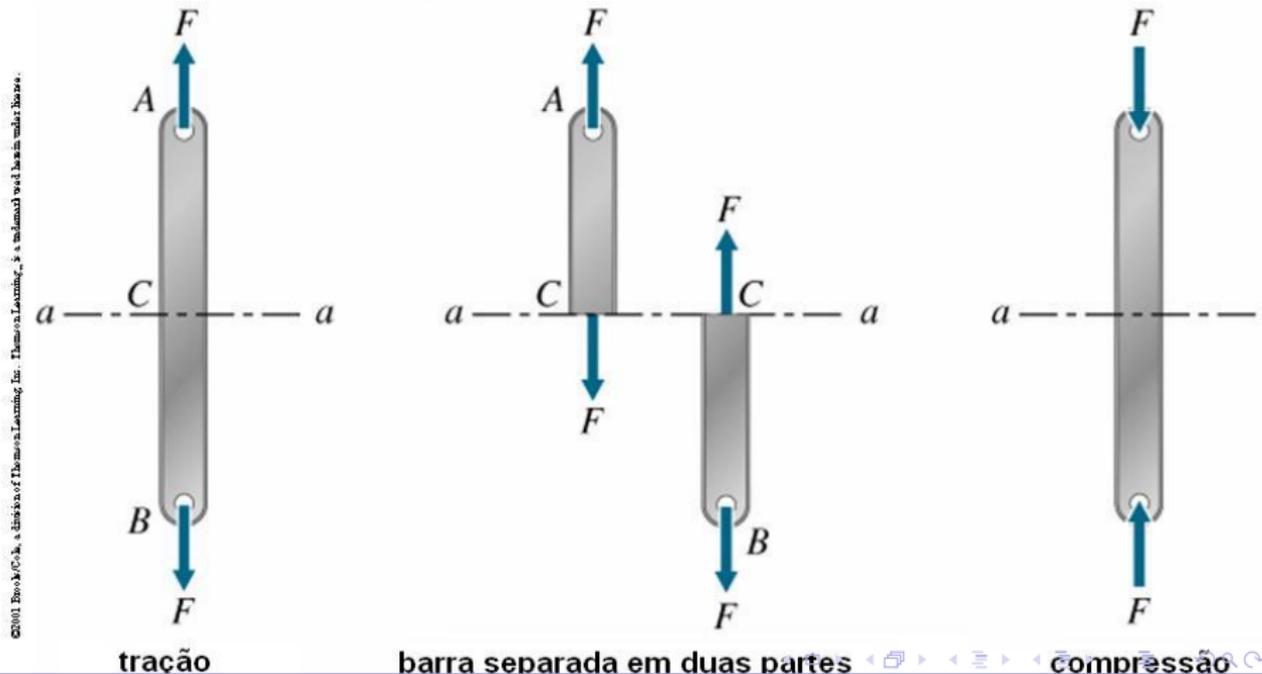
Ao analisar uma **treliça**, calculamos os valores das trações e compressões a que cada uma das barras que a compõem estão submetidas.

© 2001 Evox/CC, a division of Thomson Learning, Inc. Thomson Learning, é a maior editora de livros do mundo.



# O que é um esforço interno?

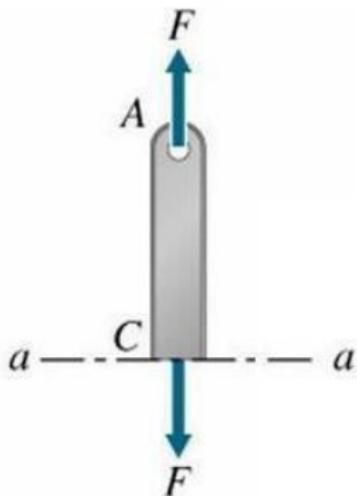
No caso da treliça ideal, o único esforço interno a que uma barra está submetida é o **esforço normal**.



# Esforço normal em uma barra de treliça

A figura abaixo mostra o significado do esforço normal calculado na seção  $C$  da barra de treliça:

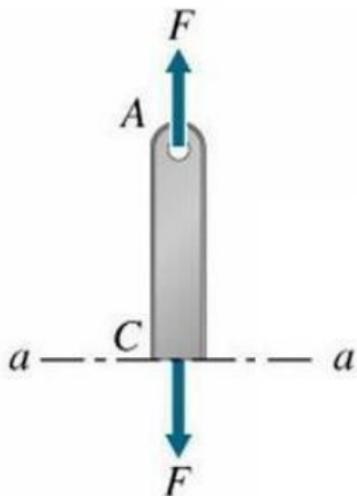
**DCL de parte da barra**



# Esforço normal em uma barra de treliça

A tração representada na seção  $C$  consiste em forças de ligação distribuídas na área da seção transversal:

**DCL de parte da barra**



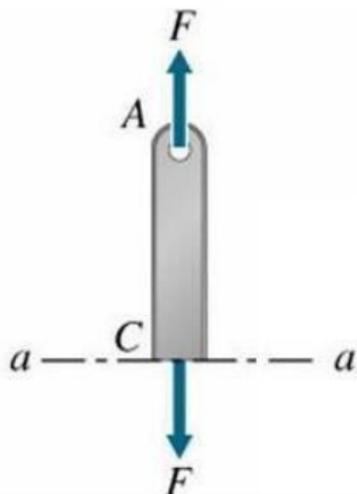
**Representação das forças de ligação na seção transversal da barra**



## Esforço normal em uma barra de treliça

A tração representada na seção  $C$  consiste em forças de ligação distribuídas na área da seção transversal, que pode ser representada através de um sistema equivalente consistindo na resultante  $F$  aplicada no centróide da seção, que coincide com o eixo da barra.

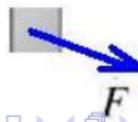
**DCL de parte da barra**



**Representação das forças de ligação na seção transversal da barra**



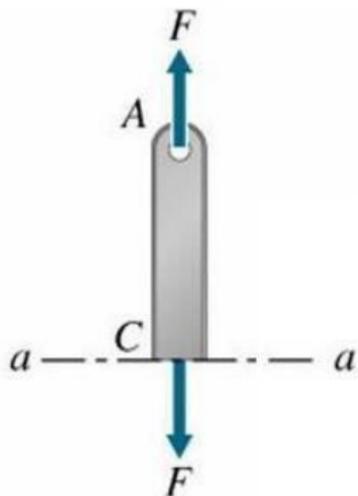
**Resultante das forças de ligação aplicada no centróide da seção transversal da barra**



# Esforço normal em uma barra de treliça

Em uma barra de treliça, o esforço normal é **constante** ao longo do comprimento

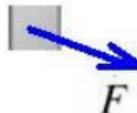
**DCL de parte da barra**



**Representação das forças de ligação na seção transversal da barra**



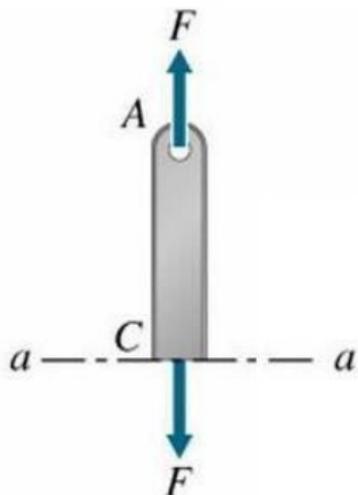
**Resultante das forças de ligação aplicada no centróide da seção transversal da barra**



## Esforço normal em uma barra de treliça

Em uma barra de treliça, o esforço normal é **constante** ao longo do comprimento: qualquer que seja a posição da seção considerada na barra, o esforço normal será o **mesmo**.

**DCL de parte da barra**



**Representação das forças de ligação na seção transversal da barra**

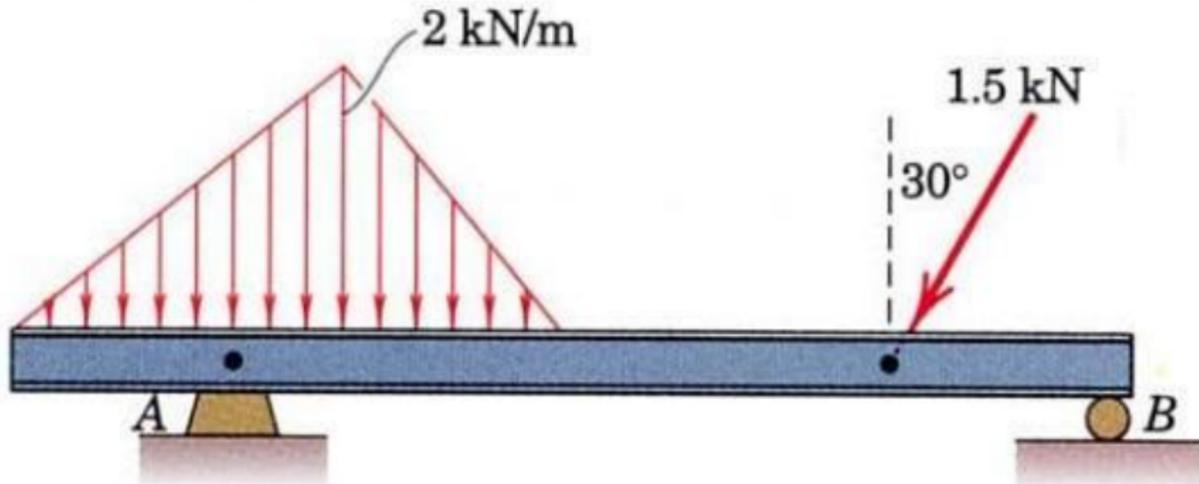


**Resultante das forças de ligação aplicada no centróide da seção transversal da barra**



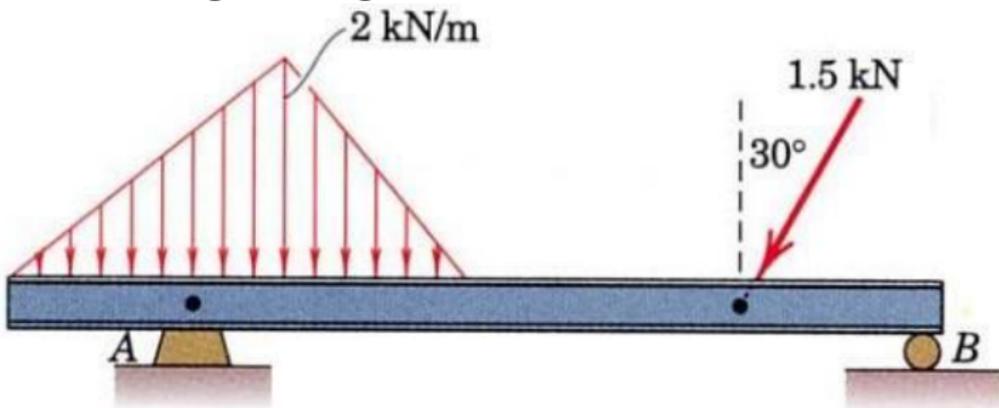
# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Consideremos agora a viga abaixo:



# Esforços internos na seção transversal de uma viga

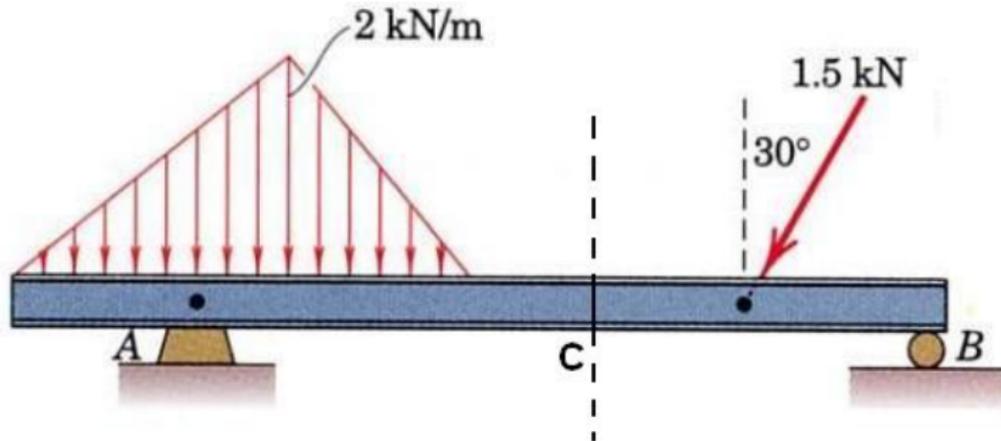
Consideremos agora a viga abaixo:



Em uma barra de viga, podem ocorrer outros esforços internos - além do esforço normal. Estes esforços podem variar de uma seção para outra da viga.

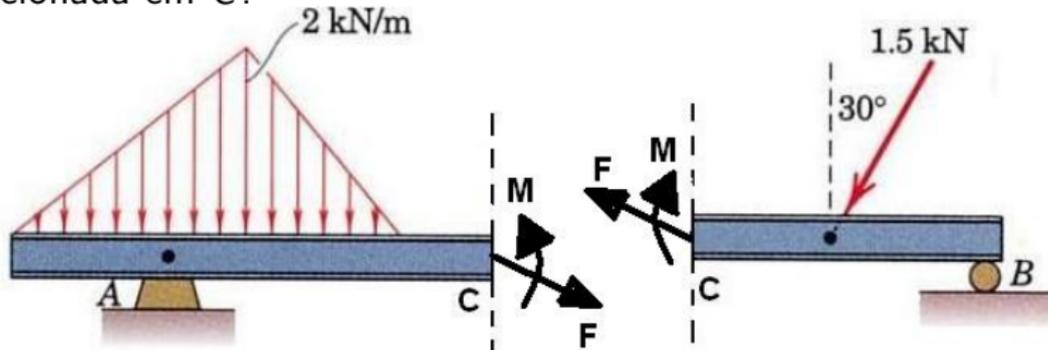
# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Consideremos a seção  $C$  da viga:



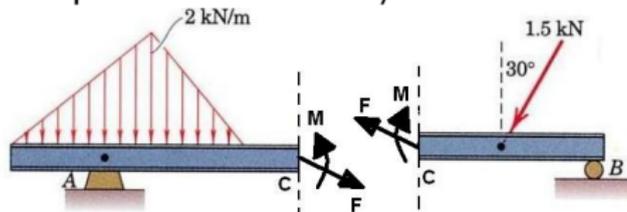
# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Representando os diagramas de corpo livre das duas partes da viga seccionada em C:



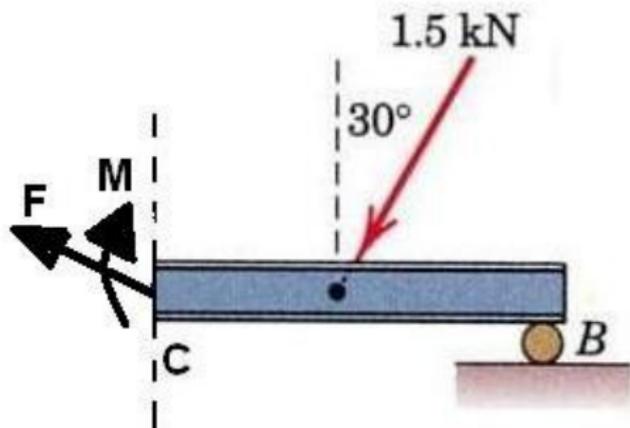
# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Vê-se que cada uma das partes da viga é mantida em equilíbrio pelo conjunto de **cargas externas** aplicadas sobre ela e pelos **esforços internos** representados na seção transversal considerada.



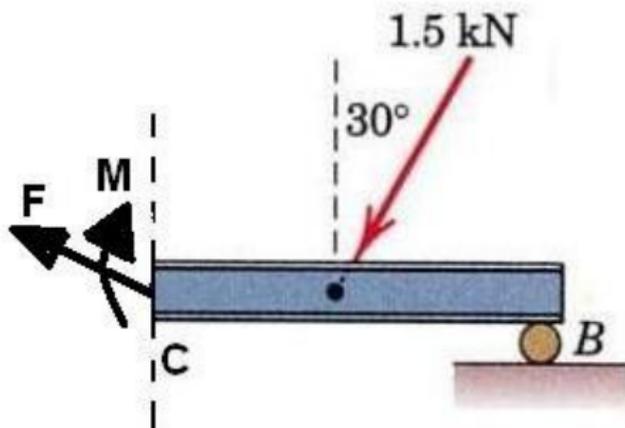
## Esforços internos na seção transversal de uma viga

Na figura abaixo, as forças de ligação na seção  $C$  da viga são representadas através de um sistema equivalente reduzido ao **centróide** da seção transversal, mas cabe lembrar que tais forças são distribuídas na área da seção.



## Esforços internos na seção transversal de uma viga

Ao contrário do que ocorre em uma barra de treliça, os esforços internos na seção de uma viga consistem em uma força  $\mathbf{F}$  que possui uma direção qualquer no plano da estrutura e em um momento  $\mathbf{M}$  perpendicular ao plano da estrutura.

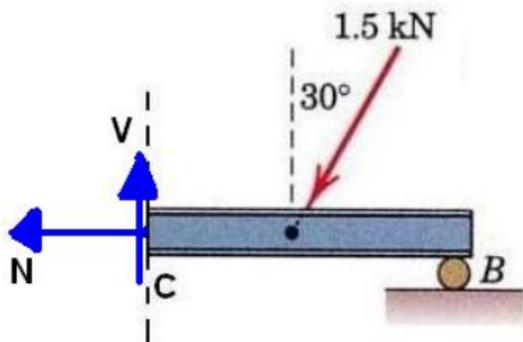


# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Decompondo  $\mathbf{F}$  nas direções normal e tangencial à seção transversal, tem-se:

Na direção normal:  $N \rightsquigarrow$  esforço normal na seção  $C$  ;

Na direção tangencial:  $V \rightsquigarrow$  esforço cortante na seção  $C$  .



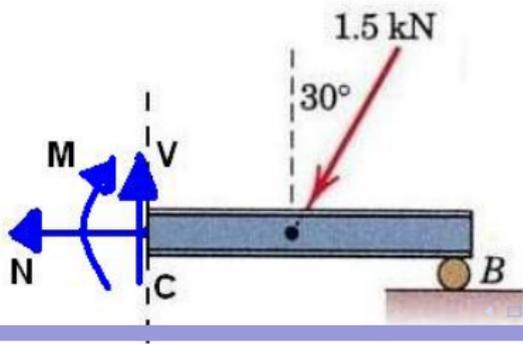
# Esforços internos na seção transversal de uma viga

Decompondo  $\mathbf{F}$  nas direções normal e tangencial à seção transversal, tem-se:

Na direção normal:  $N \rightsquigarrow$  esforço normal na seção  $C$  ;

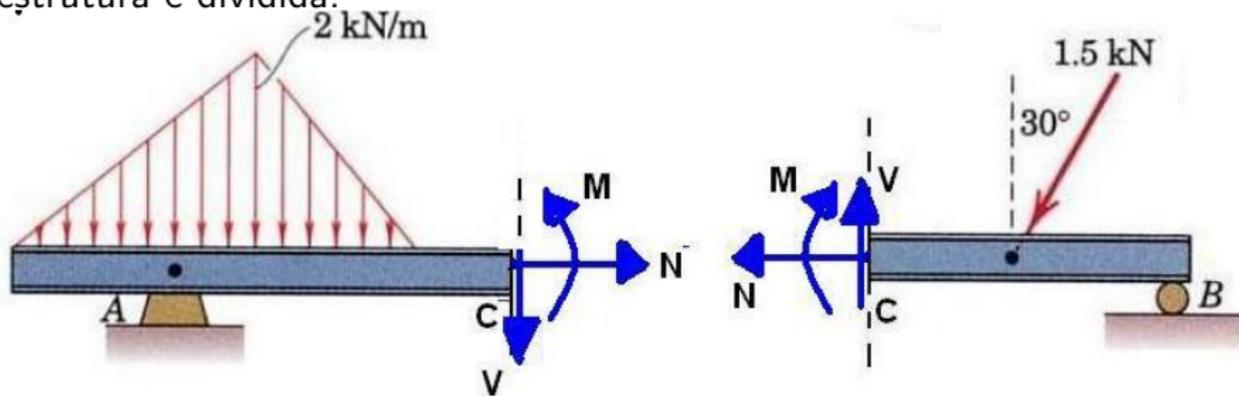
Na direção tangencial:  $V \rightsquigarrow$  esforço cortante na seção  $C$  .

E existe ainda um terceiro esforço interno na seção  $C$ : o momento fletor  $M$ .

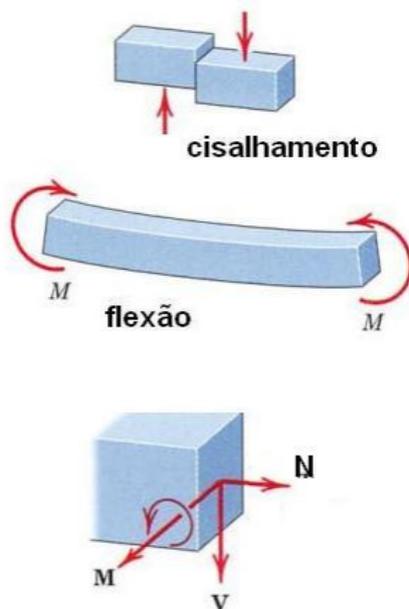


## Esforços internos na seção transversal de uma viga

Os esforços internos na seção de uma barra podem ser representados considerando-se qualquer uma das partes em que a estrutura é dividida:



## Efeitos relacionados a cada um dos esforços internos



Normal: variação no comprimento da barra.

## Efeitos relacionados a cada um dos esforços internos

No caso mais geral, quando uma barra está sujeita a forças e momentos em quaisquer direções, ocorre ainda o **momento torsor**, que é a componente do vetor de momento normal à seção transversal considerada.



## Determinação dos esforços internos em uma seção

1. Determinar as reações de apoio da estrutura;

## Determinação dos esforços internos em uma seção

1. Determinar as reações de apoio da estrutura;
2. *Cortar* a barra na seção de interesse;

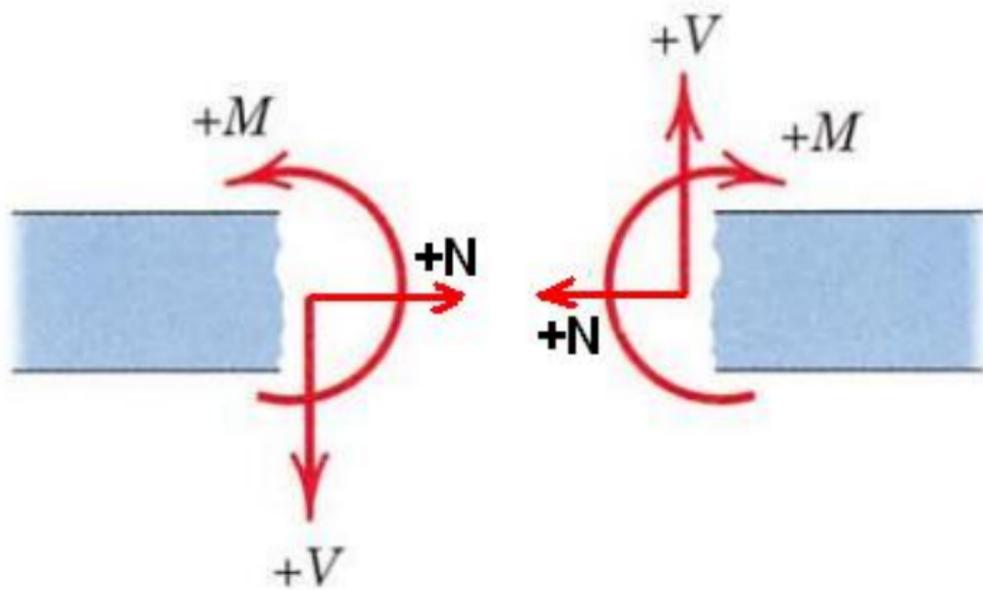
## Determinação dos esforços internos em uma seção

1. Determinar as reações de apoio da estrutura;
2. *Cortar* a barra na seção de interesse;
3. Fazer um diagrama de corpo livre de uma das partes da estrutura (a escolher), representado os esforços na seção como incógnitas;

## Determinação dos esforços internos em uma seção

1. Determinar as reações de apoio da estrutura;
2. *Cortar* a barra na seção de interesse;
3. Fazer um diagrama de corpo livre de uma das partes da estrutura (a escolher), representando os esforços na seção como incógnitas;
4. Aplicar as equações de equilíbrio para determinar os esforços internos.

## Convenção de sinais dos esforços em vigas



## Exemplo 1

Calcular os esforços internos nas seções  $S_1$  e  $S_2$  da viga.

