

MECÂNICA

MAC010

19 de outubro de 2009

1

2

3

4

5. Equilíbrio de Corpos Rígidos

6. Treliças

Introdução

Nos capítulos 4 e 5, estudamos o equilíbrio de um único corpo rígido ou de um sistema de elementos conectados tratados como um único corpo rígido. Inicialmente, desenhamos um diagrama de corpo livre mostrando todas as forças externas ao corpo isolado e, então, aplicamos as equações de equilíbrio de força e momento.

Desta forma, são calculadas: **forças a que estão submetidos barras ou cabos** e **reações de apoio em estruturas**.

Introdução

Existem diversos tipos de estrutura na Engenharia, com funções e aplicações variadas. De modo geral, uma estrutura pode ser definida como um:

Sistema de elementos conectados construído para suportar ou transferir forças e resistir de forma segura às cargas a ele aplicadas.

Para alguns tipos estruturais, é possível determinar as forças que agem em cada uma das partes (membros) que os compõem desmembrando-os e analisando diagramas de corpos livres separados dos elementos individuais ou de combinações de elementos.

Introdução

Algumas estruturas apresentam geometrias e carregamentos mais complexos... e a análise estrutural tem que ser realizada com o emprego de formulações (às vezes, aproximadas) aliadas a recursos computacionais.

Introdução

Algumas estruturas apresentam geometrias e carregamentos mais complexos... e a análise estrutural tem que ser realizada com o emprego de formulações (às vezes, aproximadas) aliadas a recursos computacionais.

Exemplos: concha acústica (Guggenheim, EUA)



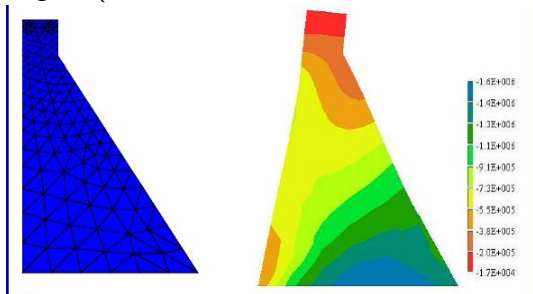
Introdução

Exemplos: Hidroelétrica de Itaipu



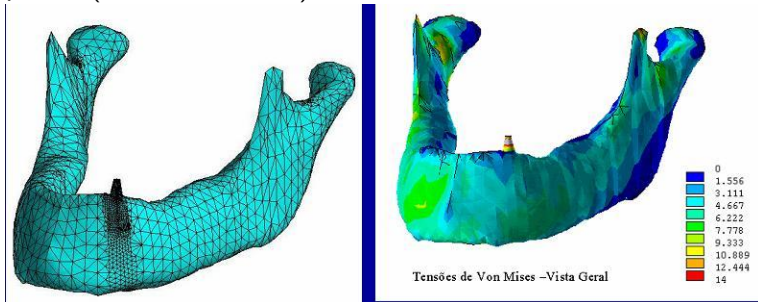
Introdução

Exemplos: distribuição de tensões e deformações em um modelo de muro de barragem (TCC de Anna Paula G. Ferreira, 2008)



Introdução

Exemplos: análise estrutural de um modelo de mandíbula com implante (NUMEC - UFJF)



Introdução

Nós vamos tratar aqui de um tipo particular de estruturas, as **estruturas reticuladas**, que podem ser decompostas em barras, as quais podem ser analisadas em conjunto ou individualmente.

Dentre as estruturas reticuladas, um tipo muito empregado na Engenharia são as:

TRELIÇAS

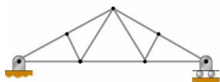
Treliças

Uma treliça é uma montagem de membros retilíneos e delgados que suporta cargas primariamente axiais (tração e compressão) nas barras. O arranjo de barras em uma traliça torna-a um sistema eficiente para suportar cargas elevadas em relação ao seu peso-próprio.

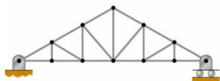
Treliças

A figura a seguir mostra vários tipos de treliças usados em estruturas de sustentação de telhados (tesouras) e em pontes. Trata-se de exemplos de treliças **planas**.

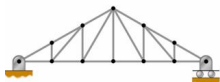
Roof trusses



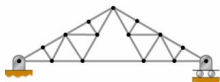
(a) Fink truss



(b) Howe truss



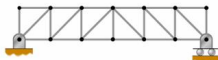
(c) Pratt truss



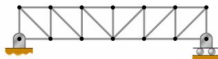
(d) Compound Fink truss

©2013 The McGraw-Hill Companies. All rights reserved. This material is protected by copyright. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without the prior written permission of The McGraw-Hill Companies.

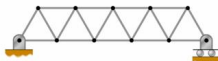
Bridge trusses



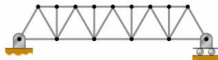
(e) Howe truss



(f) Pratt truss



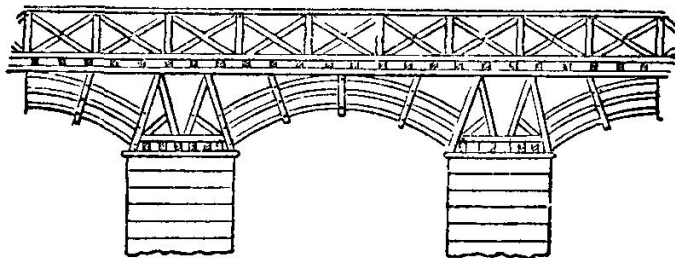
(g) Warren truss



(h) Modified Warren truss

Ponte de Apollodorus - 105D.C.

Ilustração de trecho da ponte construída em madeira sobre alvenaria, sobre o Rio Danúbio.



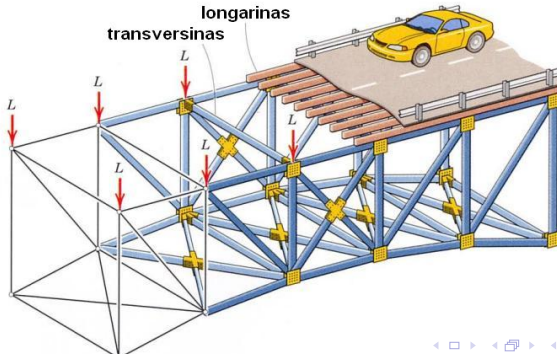
Ponte de Apollodorus - 105D.C.

Relevos em coluna Trajana (Roma).



Estrutura típica de ponte treliçada

O peso combinado do pavimento e dos veículos é transferido para as traves longitudinais (longarinas), daí para as vigas cruzadas (transversinas) e, finalmente, levando em conta o peso-próprio dos membros, para os nós superiores das duas treliças planas que formam as laterais da estrutura.



Treliça

Apesar de serem empregadas há milênios, para cobrir distâncias relativamente longas, o projeto de treliças para utilização de pontes nem sempre foi baseado em princípios gerais da física e da matemática. Nos primórdios da Engenharia, empregavam-se técnicas baseadas na experiência - obtida por tentativas e erros. Foi na Revolução Industrial (séc. XIX) que a disponibilidade de ferro batido na Europa e a expansão das rodovias nos Estados Unidos pressionaram os engenheiros a desenvolver projetos de treliças mais racionais para pontes de grande comprimento e baixo peso.

Hoje, as configurações das treliças levam os nomes dos indivíduos que as aperfeiçoaram.

Treliça



Treliça



Treliça ideal: hipóteses

1. Todas as barras de uma treliça são retilíneas e podem ser representadas por linhas;
2. Os nós aparecem apenas nas extremidades das barras, podendo ser representados por pontos (sem dimensão);
3. Todos os nós são articulados (pinos sem atrito);
4. O peso de cada elemento é considerado como aplicado nas suas extremidades - ou é desprezível em relação às demais solicitações;
5. Existem apenas cargas concentradas, aplicadas nos nós;
6. Para uma treliça plana, todas as barras e cargas estão no mesmo plano. Treliças espaciais possuem barras não coplanares e cargas com direções arbitrárias.

Conceitos básicos

Uma treliça real geralmente pode ser analisada como uma treliça ideal

A treliça ideal é um sistema composto por barras retas solicitadas por duas forças.

Conceitos básicos

Uma treliça real geralmente pode ser analisada como uma treliça ideal

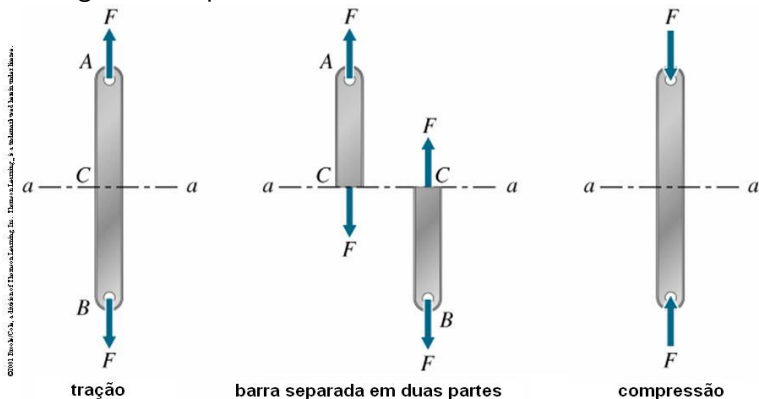
A treliça ideal é um sistema composto por barras retas solicitadas por duas forças.

Para que haja equilíbrio, as duas forças devem ser **colineares iguais em magnitude** e **possuir sentidos opostos**.

Os nós de uma treliça ideal são articulações ou pinos sem atrito, que não resistem a conjugados - as cargas são aplicadas nos nós e, portanto, cada barra é um sistema solicitado por duas forças.

Barras de treliça

Cada barra de treliça é um elemento submetido a duas forças. A força ao longo da barra - de tração ou de compressão - é constante ao longo do comprimento.



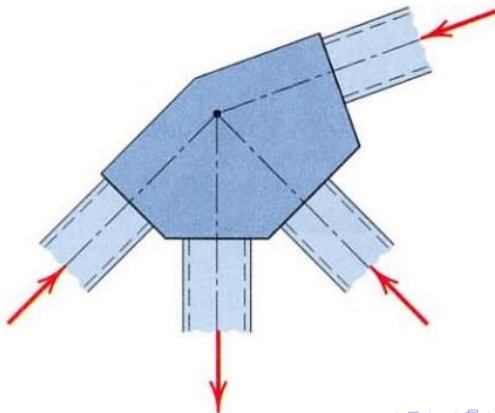
Treliça real x Treliça ideal

A análise uma treliça *real* empregando-se a definição de treliça *ideal* é uma **aproximação** que vai gerar resultados mais ou menos próximos dos exatos, dependendo da validade das hipóteses empregadas.

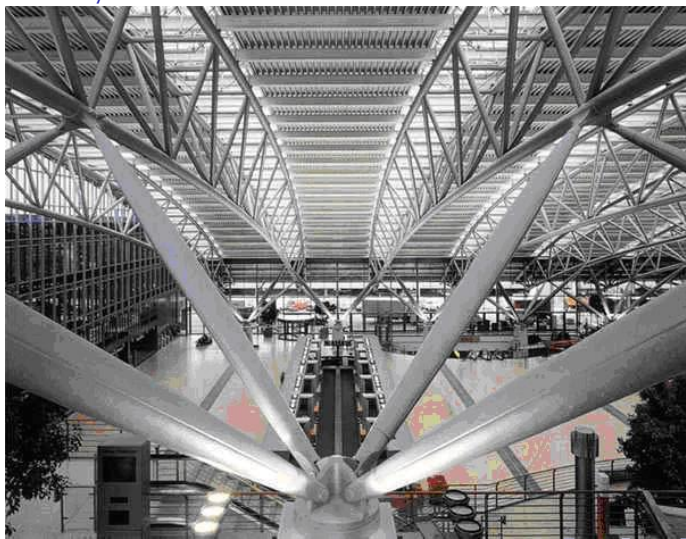
Quanto mais próxima de uma treliça ideal for a estrutura, melhor a qualidade dos resultados obtidos na análise aproximada.

Conexões de treliças

Quando os nós das treliças são conexões soldadas ou rebitadas, pode-se, normalmente, considerar que a conexão é do tipo pino se as linhas centrais dos elementos forem concorrentes na junta.



Conexões de treliças



Ponte Hercílio Luz, Florianópolis



Ponte Hercílio Luz, Florianópolis

Detalhe de nó no vão central:

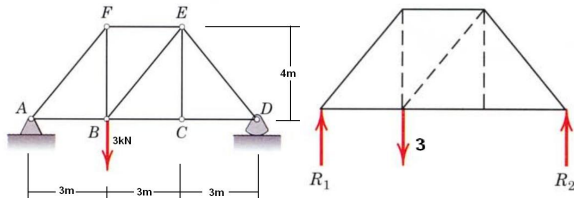


Métodos para análise de treliças simples

Serão apresentados dois métodos para análise de treliças simples:

- ▶ método dos nós e
- ▶ método das seções

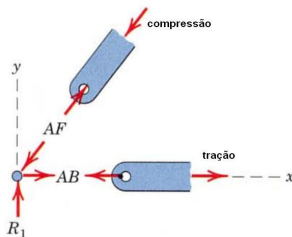
Ambos serão explicados através da análise da treliça mostrada abaixo, cujo diagrama de corpo livre já é apresentado.



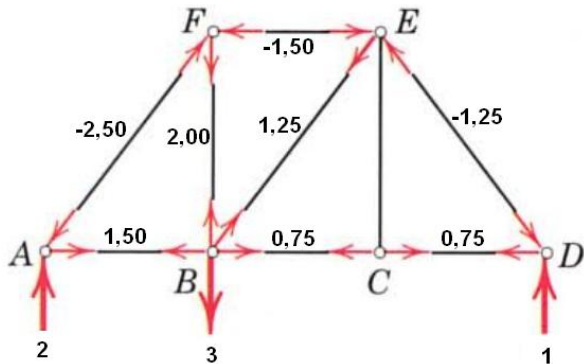
Método dos nós

Este método consiste em atender às condições de equilíbrio para as forças que atuam no pino de conexão de cada nó. Trata-se, portanto, **equilíbrio de forças concorrentes**.

No caso plano, dispõe-se de duas equações de equilíbrio independentes para a análise de cada nó, enquanto em 3D, há três equações independentes.



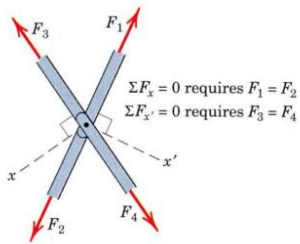
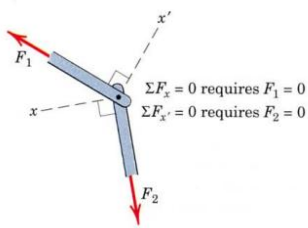
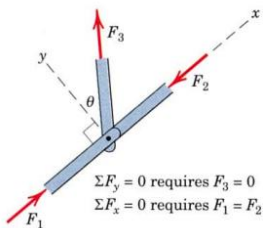
Resultado



Observações

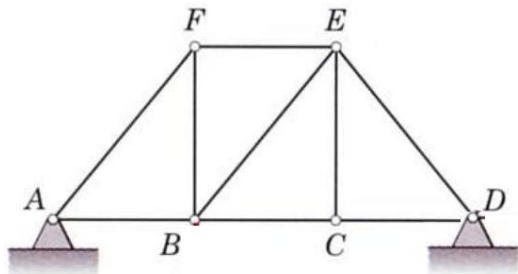
- ▶ Nem sempre é possível determinar *a priori* o sentido correto do esforço normal que atua em uma barra. Pode-se arbitrar um sentido, que será correto caso o resultado obtido tenha sinal positivo.
- ▶ Há certas situações particulares que, quando observadas, facilitam a análise de treliças (ver o próximo slide)

Condições Especiais



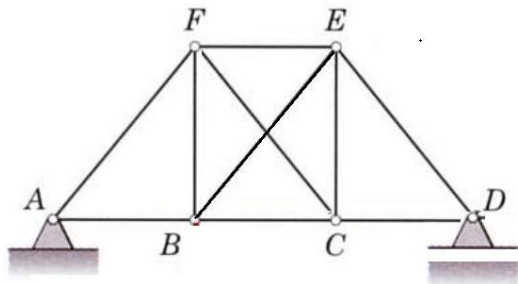
Redundância externa e externa

Se uma treliça plana tem mais apoios externos do que os necessários para garantir uma configuração de equilíbrio estável (para qualquer tipo de carregamento), a treliça como um todo é estaticamente indeterminada (hiperestática) e os apoios extras constituem **redundância externa**.



Redundância externa e externa

Se uma treliça plana tem mais elementos internos do que os necessários para evitar o colapso quando algum dos vínculos é removido, trata-se de uma estrutura estaticamente indeterminada (hiperestática) e os elementos extras constituem **redundância interna**.



Condição de estaticidade para treliças planas simples

Para uma treliça plana simples que seja externamente determinada, existe uma relação específica entre o número de barras e o número de nós necessária para a estabilidade interna sem redundância:

Considere-se uma treliça com j nós e m barras:

- ▶ **número de incógnitas do problema:** 3 reações de apoio + 1 esforço normal para cada barra;

Condição de estaticidade para treliças planas simples

Para uma treliça plana simples que seja externamente determinada, existe uma relação específica entre o número de barras e o número de nós necessária para a estabilidade interna sem redundância:

Considere-se uma treliça com j nós e m barras:

- ▶ **número de incógnitas do problema:** 3 reações de apoio + 1 esforço normal para cada barra;
- ▶ **número de equações de equilíbrio:** 2 por nó

$$3 + m = 2j$$

Uma treliça formada inicialmente a partir de um triângulo e adicionando-se dois novos elementos para posicionar cada novo nó em relação à estrutura existente, satisfaz a relação acima automaticamente.

Condição de estaticidade para treliças espaciais

Com base no exposto, qual é a condição para que uma treliça espacial que possua o número exato de reações necessário para garantir o equilíbrio estável seja isostática?

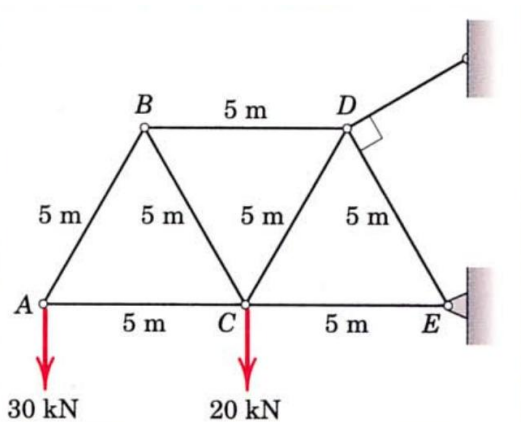
Condição de estaticidade para treliças espaciais

Com base no exposto, qual é a condição para que uma treliça espacial que possua o número exato de reações necessário para garantir o equilíbrio estável seja isostática?

$$6 + m = 3j$$

Exercício proposto 1

Calcular pelo método dos nós a força em cada elemento da treliça em balanço abaixo.



Exercício proposto 2

A treliça espacial mostrada possui 9 barras e é ancorada por uma junta articulada em A e é impedida de girar em torno dos eixos x , y e z pelas conexões 1, 2 e 3, respectivamente. A carga $L = 3\text{kN}$ é aplicada à junta E . Calcular as forças nas barras da treliça.

