

# 1 Condições de Equilíbrio no Plano

A definição de equilíbrio é a condição na qual a resultante de todas as forças e momentos atuantes em um corpo é nula, o que é descrito nas equações vetoriais:  $\sum \mathbf{F} = 0$  e  $\sum \mathbf{M} = 0$  que, para duas dimensões, podem ser escritas em forma escalar como:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

A terceira equação representa o somatório dos momentos de todas as forças em relação a qualquer ponto  $O$  no corpo ou fora dele.

As equações acima são condições necessárias e suficientes para o equilíbrio total em duas dimensões. Necessárias porque, se não forem satisfeitas, não pode existir equilíbrio de força ou de momento. Suficientes porque, uma vez satisfeitas, o equilíbrio é garantido.

## 1.1 Categorias de equilíbrio

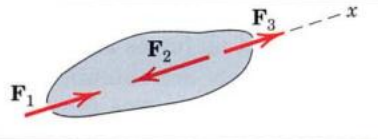
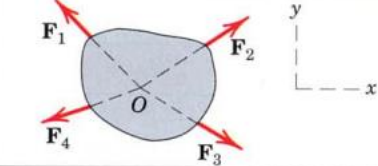
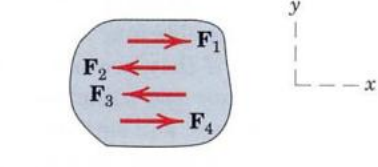
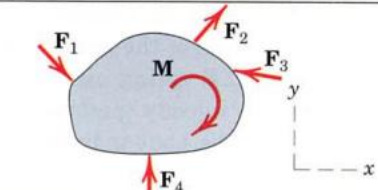
Aplicações das equações de equilíbrio caem, naturalmente, em diversas categorias que são facilmente identificáveis. As categorias dos sistemas de forças que agem sobre corpos em equilíbrio bidimensional estão resumidas na figura abaixo e explicadas a seguir:

*Categoria 1:* equilíbrio de forças colineares, requer, claramente, apenas uma equação de força na direção das forças, pois todas as outras equações estão automaticamente satisfeitas.

*Categoria 2:* equilíbrio de forças que atuem em um plano (plano  $xy$ ) e sejam concorrentes em um ponto  $O$ , requer apenas as equações de força, pois o somatório dos momentos em relação a  $O$ , ou seja, em torno do eixo  $Z$  que passa por  $O$ , é automaticamente satisfeita. Nessa categoria está incluída a situação do equilíbrio de uma partícula.

*Categoria 3:* equilíbrio de forças paralelas que atuam em um plano, requer a equação de forças na direção das forças ( $x$ ) e uma equação de momento em relação a um eixo normal ao plano das forças (eixo  $z$ ).

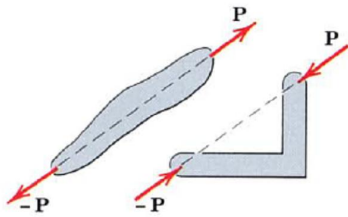
*Categoria 4:* equilíbrio de um sistema geral de forças em um plano  $xy$ , requer as duas equações de força no plano e uma equação de momento em relação a um eixo (eixo  $z$ ) normal ao plano.

Categorias de equilíbrio em 2D		
Force System	Free-Body Diagram	Independent Equations
1. Collinear		$\Sigma F_x = 0$
2. Concurrent at a point		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$
3. Parallel		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$
4. General		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$ $\Sigma F_y = 0$

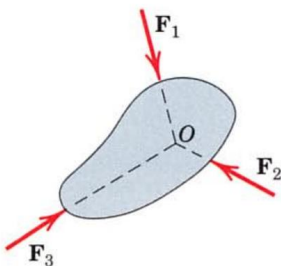
## 1.2 Elementos com duas e três forças

Existem duas condições particulares de equilíbrio que podem ocorrer:

*Corpo sob a ação de apenas 2 forças:* as forças devem ser iguais, opostas e colineares.



*Corpo sob a ação de apenas 3 forças:* o equilíbrio requer que as linhas de ação das 3 forças sejam concorrentes. Caso contrário, uma das forças exerceria um momento resultante em torno do ponto de interseção das outras duas, o que violaria a condição do equilíbrio de momentos. A única exceção ocorre quando as 3 forças são paralelas.



## 1.3 Restrições e determinação estática

Sabe-se que as equações de equilíbrio são condições necessárias e suficientes para estabelecer o equilíbrio de um corpo. O que garante o equilíbrio de um corpo são as restrições aos deslocamentos, impostas pelos apoios.

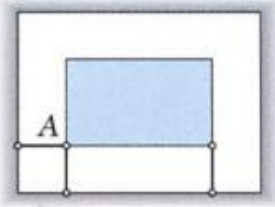
Um corpo rígido que possui mais apoios externos ou restrições do que os necessários para manter uma posição de equilíbrio é chamado **estaticamente indeterminado** ou **hiperestático**. Existem mais restrições (reações) do que equações de equilíbrio. Restrições que podem ser removidas sem destruir a condição de equilíbrio são denominados **redundantes**. O número de restrições redundantes corresponde ao **grau de indeterminação estática**.

Um corpo que é apoiado pelo número mínimo de restrições necessário para assegurar uma configuração de equilíbrio é denominado **estaticamente determinado** ou **isostático**. O número de restrições (reações) é igual ao número de equações de equilíbrio.

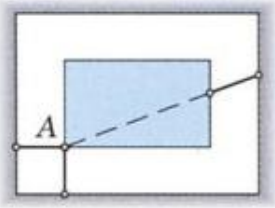
Caso haja menos restrições do que as necessárias para garantir o equilíbrio, o corpo é denominado **hipostático**, e só pode se manter em equilíbrio em condições bem particulares, conhecidas como **equilíbrio instável**.

## 1.4 Validade das restrições

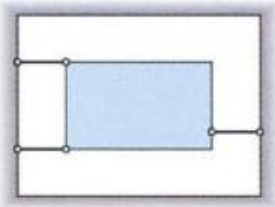
Em sistemas planos, a existência de três restrições para um corpo **nem sempre garante uma configuração de equilíbrio**, como se pode observar na figura abaixo.



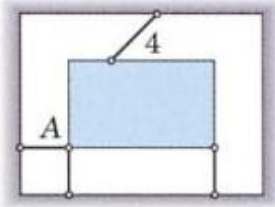
(a) Complete fixity  
Adequate constraints



(b) Incomplete fixity  
Partial constraints



(c) Incomplete fixity  
Partial constraints



(d) Excessive fixity  
Redundant constraint