



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Gráficos

Departamento de Estatística

Resumo de dados

- ▶ Tabelas de frequência proporcionam um meio eficaz de estudo de comportamento de características de interesse;
- ▶ Porém, muitas vezes, a informação contida das tabelas pode ser mais facilmente visualizada através de gráficos.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Gráficos para variáveis Qualitativas

- ▶ **Gráficos de Barras:**

- ▶ Permite a visualização da distribuição de frequência em forma de retângulos paralelos uns aos outros.

- ▶ **Gráfico de Pizza:**

- ▶ Utiliza um círculo (representando o todo – 100%) e o divide em setores representando as qualidades e suas respectivas frequências relativas.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Tabela I: Distribuição de frequências das áreas de estudo dos 898 alunos entrevistados.

Área de Estudo	Freq. Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)
Ciências da Saúde	358	39,87
Ciências Exatas	265	29,51
Ciências Humanas	55	6,12
Ciências Sociais Aplicadas	220	24,50
Total	898	100

Fonte: Elaborada pela autora



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Gráficos para a Variável Área de Estudo (Qualitativa/Nominal)

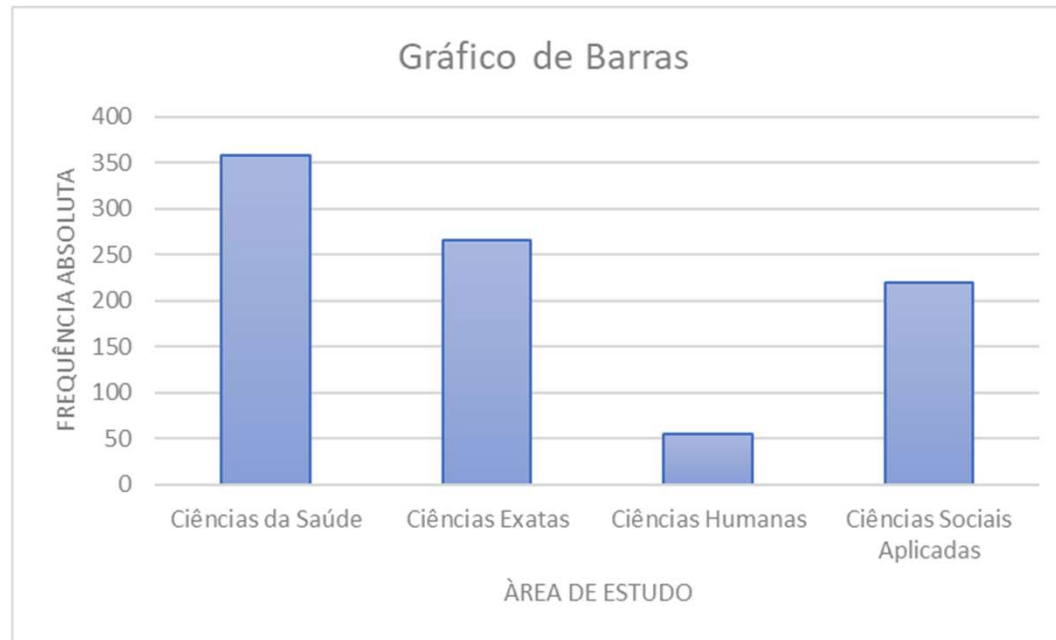


Gráfico de Pizza



Exemplo

Tabela 2: Distribuição de frequências dos graus de depressão dos 898 alunos entrevistados.

Grau de Depressão	Freq. Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)	Freq. Rel. Ac. (%) ($\sum_{j=1}^i f_j \times 100\%$)
Mínima	591	65,81	65,81
Leve	186	20,71	65,81 + 20,71 = 86,52
Moderada	107	11,92	86,52 + 11,92 = 98,44
Grave	14	1,56	98,44 + 1,56 = 100
Total	898	100	

Fonte: Elaborada pela autora

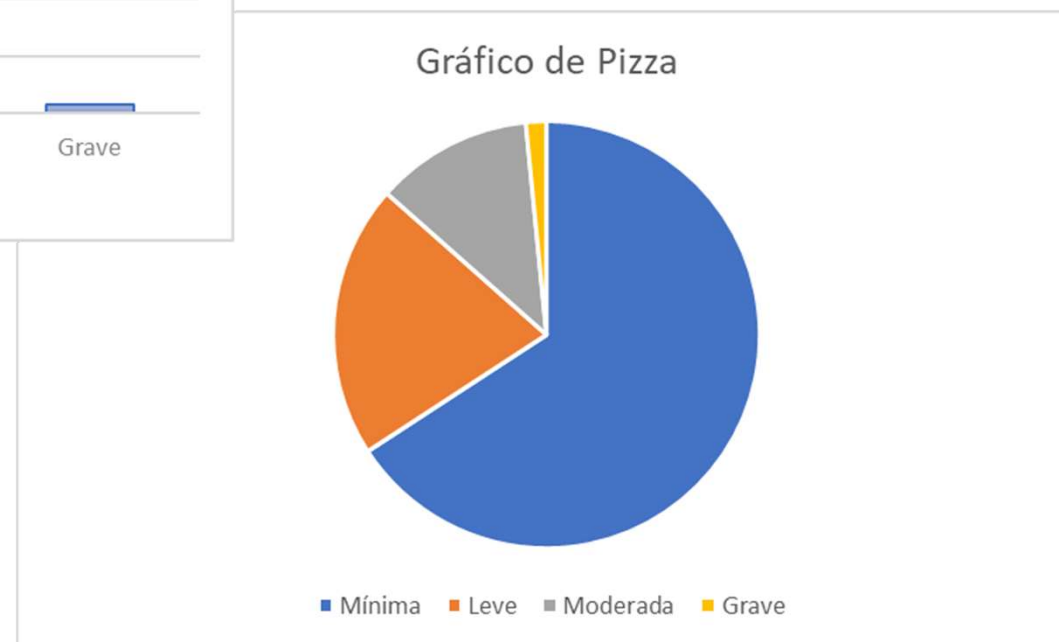
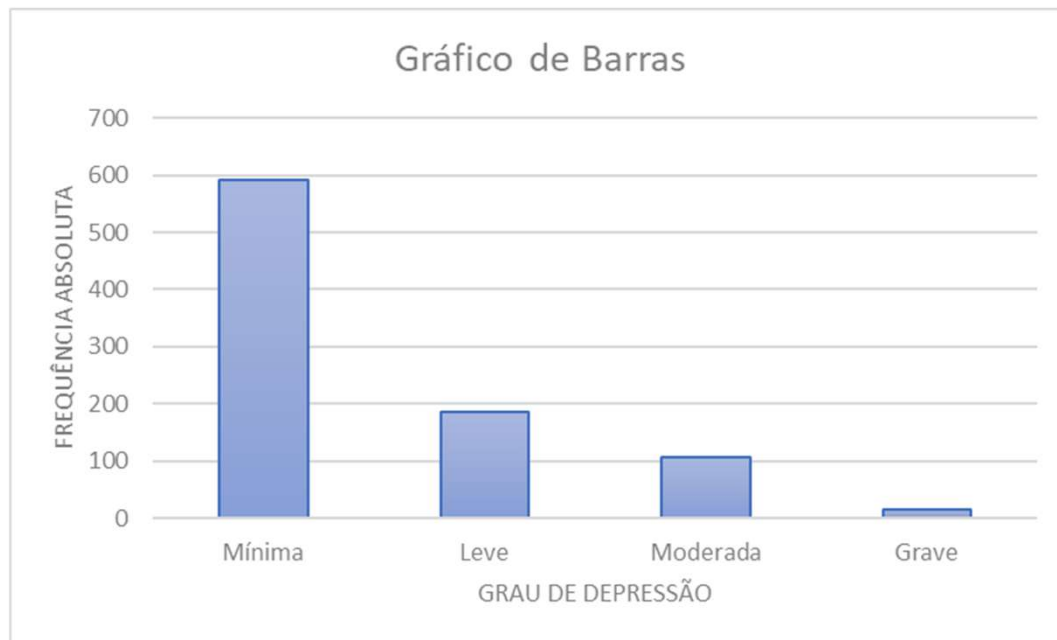


Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Gráficos para a Variável Depressão (Qualitativa/Ordinal)



Exercício 1

- Um nutricionista deseja comparar os efeitos de duas dietas, que ele identifica por dietas A e B. Um total de 100 pessoas é submetido à dieta A e outras 100 pessoas são submetidas à dieta B. O nutricionista percebeu que 46% das pessoas submetidas à dieta A tiveram redução de peso, e o mesmo aconteceu com 41% das pessoas submetidas à dieta B. Para uma apresentação em um evento científico, ele esboçou dois gráficos para esses dados, exibidos a seguir

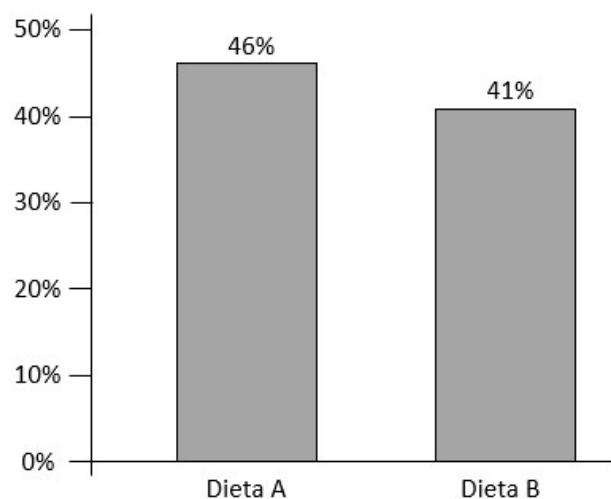


Gráfico A

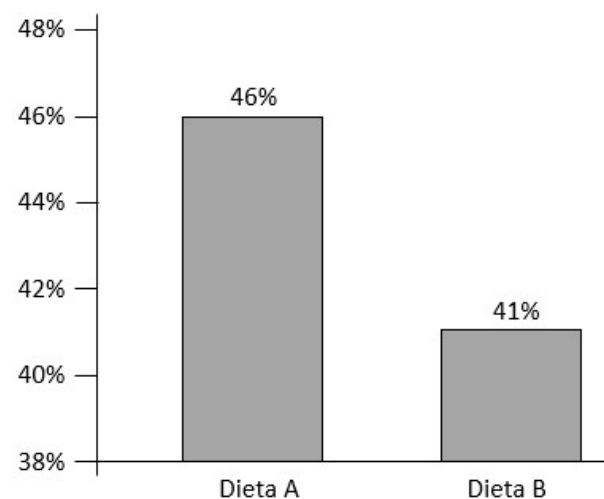


Gráfico B

- Porém, somente um desses gráficos é adequado. Identifique o gráfico adequado (A ou B), e explique o erro cometido no gráfico que é inadequado.

Histogramas

- ▶ Muito úteis na exibição da distribuição de frequência de determinada variável;
- ▶ Apresentam a frequência de observações relativas (ou absolutas) a determinada faixa de valores.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Tabela 3: Distribuição de frequências das idades dos 898 alunos entrevistados.

Idade	Freq.Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)	Freq. Rel.Ac. (%) ($\sum_{j=1}^i f_j \times 100\%$)
16 ┆ 20	366	40,76	$366/898 = \mathbf{40,76}$
20 ┆ 24	424	47,22	$(366 + 424)/898 = 790/898 = \mathbf{87,97}$
24 ┆ 28	83	9,24	$(790 + 83)/898 = 873/898 = \mathbf{97,22}$
28 ┆ 32	14	1,56	$(873 + 14)/898 = 887/898 = \mathbf{98,78}$
32 ┆ 36	2	0,22	$(887 + 2)/898 = 889/898 = \mathbf{99}$
36 ┆ 40	2	0,22	$(889 + 2)/898 = 891/898 = \mathbf{99,22}$
40 ┆ 44	3	0,33	$(891 + 3)/898 = 894/898 = \mathbf{99,55}$
44 ┆ 48	2	0,22	$(894 + 2)/898 = 896/898 = \mathbf{99,78}$
48 ┆ 52	1	0,11	$(896 + 1)/898 = 897/898 = \mathbf{99,89}$
52 ┆ 56	1	0,11	$(897 + 1)/898 = 898/898 = \mathbf{100}$
Total	898	100	

* O total da Frequência relativa difere da soma dos valores apresentados por conta do arredondamento utilizado.

Fonte: Elaborada pela autora

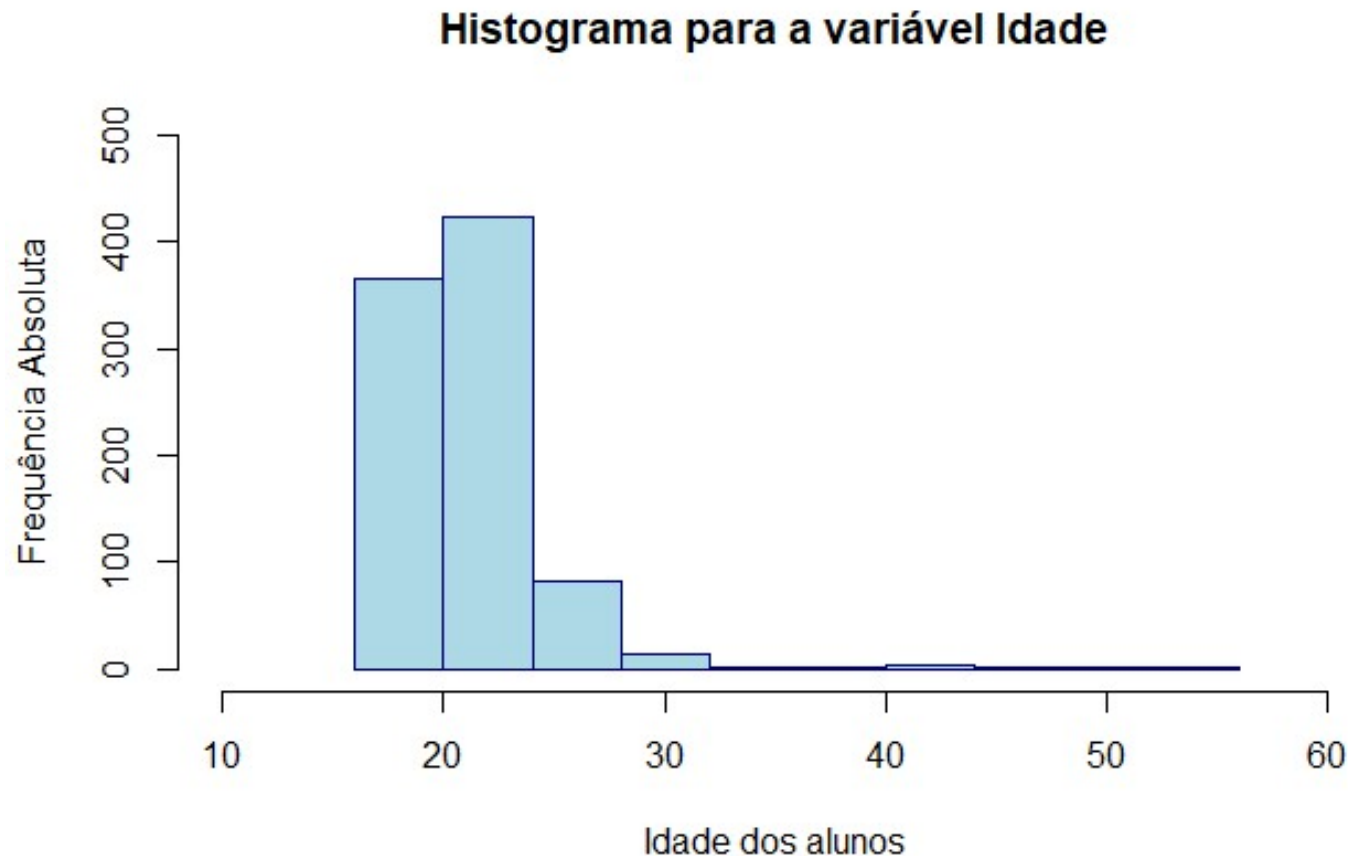


Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Histograma para a Variável Idade (Quantitativa/Discreta)



Exemplo

Tabela 4: Distribuição de frequências dos IMCs dos 898 alunos entrevistados.

IMC	Freq.Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)	Freq. Rel.Ac. (%) ($\sum_{j=1}^i f_j \times 100\%$)
15,7 – 17,9	41	4,57	$41/898 = 4,57$
17,9 – 20,1	234	26,05	$(41 + 234)/898 = 275/898 = 30,62$
20,1 – 22,3	297	33,07	$(275 + 297)/898 = 572/898 = 63,70$
22,3 – 24,5	178	19,82	$(572+178)/898 = 750/898 = 83,52$
24,5 – 26,7	92	10,24	$(750+92)/898 = 842/898 = 93,76$
26,7 – 28,9	28	3,12	$(842+28)/898 = 870/898 = 96,88$
28,9 – 31,1	12	1,34	$(870+12)/898 = 882/898 = 98,22$
31,1 – 33,3	11	1,22	$(882+11)/898 = 893/898 = 99,44$
33,3 – 35,5	2	0,02	$(893+2)/898 = 895/898 = 99,67$
35,5 – 37,7	3	0,03	$(895+3)/898 = 898/898 = 100$
Total	898	100,00	

Fonte: Elaborada pela autora

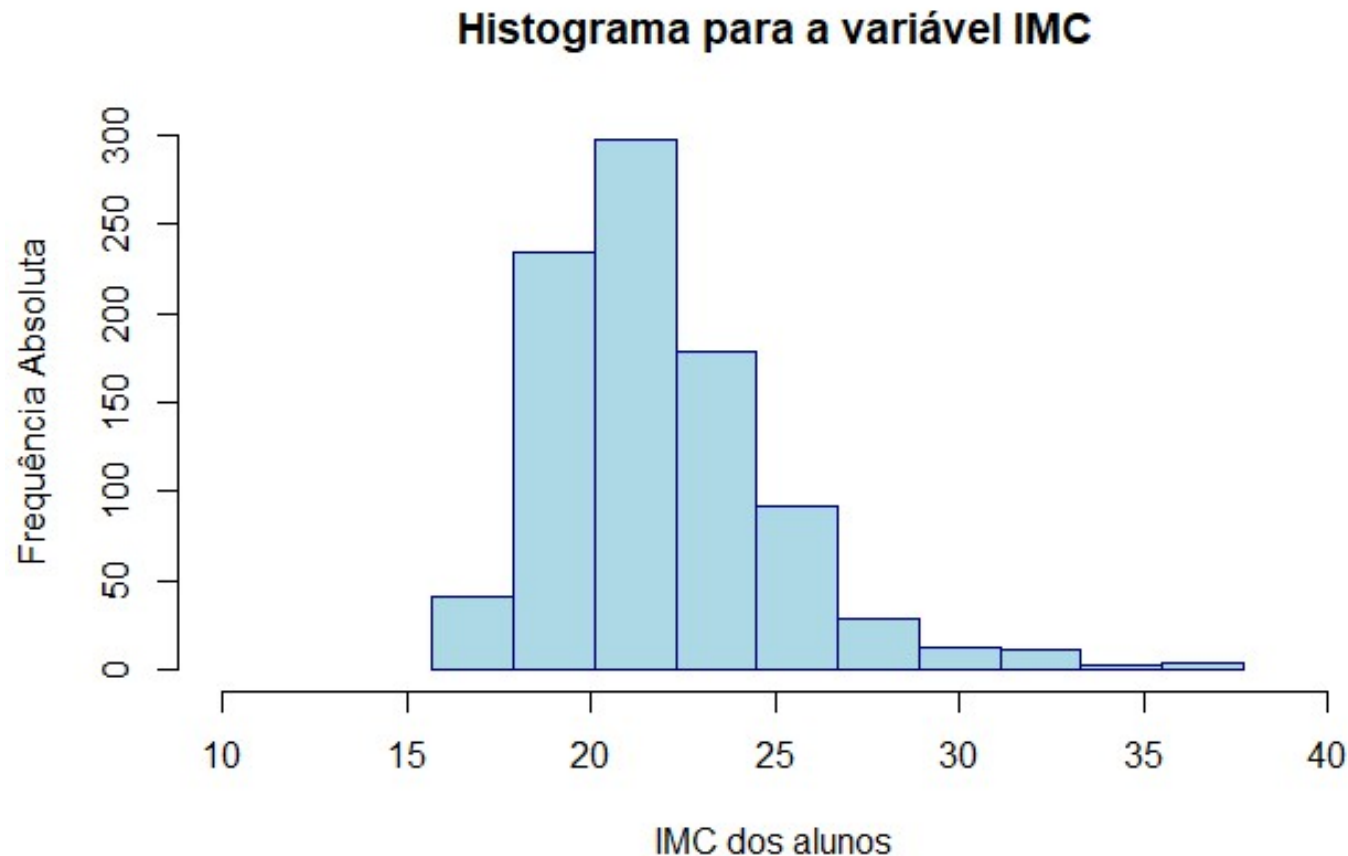


Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Histograma para a Variável IMC (Quantitativa/Contínua)



Exemplo – Variável Quantitativa Contínua tratada como Qualitativa Ordinal

Tabela 6: Distribuição de frequências dos IMCs dos 898 alunos entrevistados.

IMC	Freq. Abs.	Freq. Rel. (%)	Freq. Rel. Ac. (%)
Muito abaixo do peso	13	1,45	1,45
Abaixo do peso	76	8,46	$1,45 + 8,46 = \mathbf{9,91}$
Peso normal	688	76,61	$9,91 + 76,61 = \mathbf{86,52}$
Acima do peso	100	11,14	$86,52 + 11,14 = \mathbf{97,66}$
Obesidade grau 1	17	1,89	$97,66 + 1,89 = \mathbf{99,55}$
Obesidade grau 2	4	0,45	$99,55 + 0,45 = \mathbf{100}$
Obesidade grau 3	0	0,00	$100 + 0 = \mathbf{100}$
Total	898	100	

Fonte: Elaborada pela autora

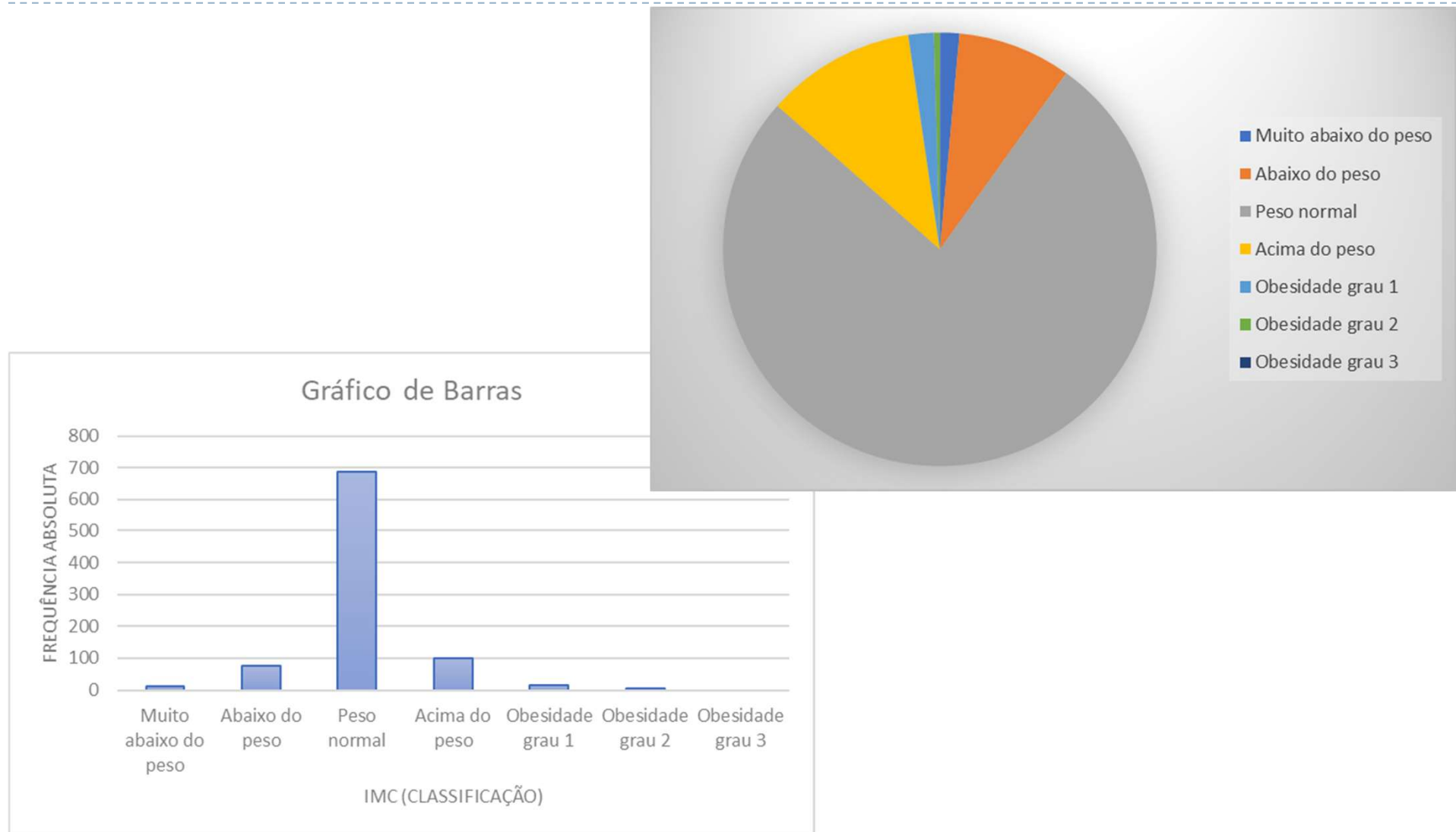


Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

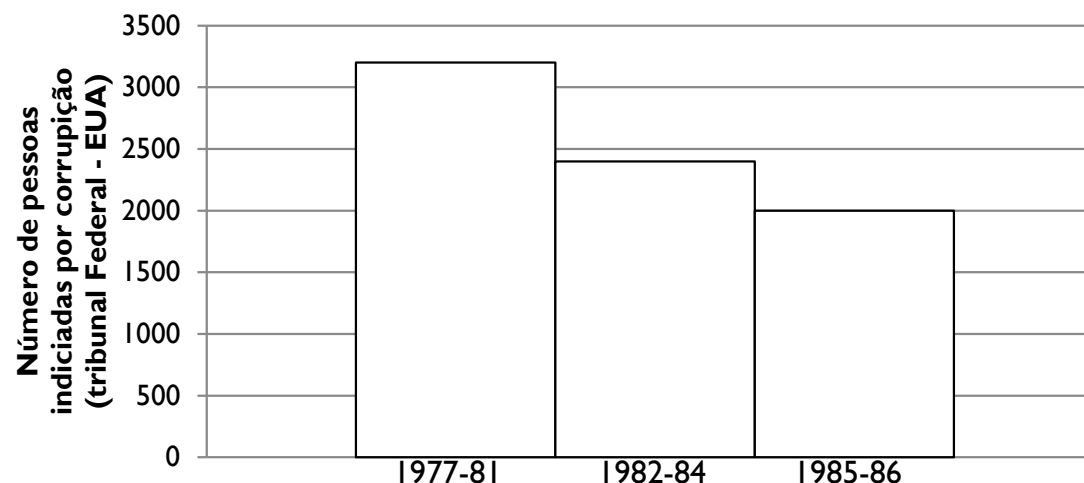


Histograma – Variável Quantitativa Contínua tratada como Qualitativa Ordinal



Exercício 2

- ▶ Considere o Histograma abaixo



- ▶ Quais das sentenças abaixo são verdadeiras?
 - ▶ O número de indiciados por corrupção diminuiu de maneira constante de 1977 a 1986.
 - ▶ Apesar do número de indiciados por corrupção ter diminuído de ano a ano, essa diminuição desacelerou com o passar dos anos.
 - ▶ A escala utilizada no eixo horizontal resultou em uma figura enganosa.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Polígonos de Frequência

- ▶ Pode ser utilizado para relacionar uma variável contínua com sua frequência relativa (ou absoluta), semelhante ao histograma;
- ▶ Apresenta apenas os pontos centrais de cada classe e uma reta ligará esses pontos, sendo que:
 - ▶ o primeiro ponto deve ser proveniente de uma nova classe criada logo abaixo da menor classe e deve estar ligado ao valor zero e;
 - ▶ o último ponto deve ser proveniente de uma nova classe criada logo acima da maior classe e deve estar ligado ao valor zero.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Tabela 3: Distribuição de frequências das idades dos 898 alunos entrevistados.

Idade	Freq.Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)	Freq. Rel.Ac. (%) ($\sum_{j=1}^i f_j \times 100\%$)
16 ┆ 20	366	40,76	$366/898 = \mathbf{40,76}$
20 ┆ 24	424	47,22	$(366 + 424)/898 = 790/898 = \mathbf{87,97}$
24 ┆ 28	83	9,24	$(790 + 83)/898 = 873/898 = \mathbf{97,22}$
28 ┆ 32	14	1,56	$(873 + 14)/898 = 887/898 = \mathbf{98,78}$
32 ┆ 36	2	0,22	$(887 + 2)/898 = 889/898 = \mathbf{99}$
36 ┆ 40	2	0,22	$(889 + 2)/898 = 891/898 = \mathbf{99,22}$
40 ┆ 44	3	0,33	$(891 + 3)/898 = 894/898 = \mathbf{99,55}$
44 ┆ 48	2	0,22	$(894 + 2)/898 = 896/898 = \mathbf{99,78}$
48 ┆ 52	1	0,11	$(896 + 1)/898 = 897/898 = \mathbf{99,89}$
52 ┆ 56	1	0,11	$(897 + 1)/898 = 898/898 = \mathbf{100}$
Total	898	100	

* O total da Frequência relativa difere da soma dos valores apresentados por conta do arredondamento utilizado.

Fonte: Elaborada pela autora



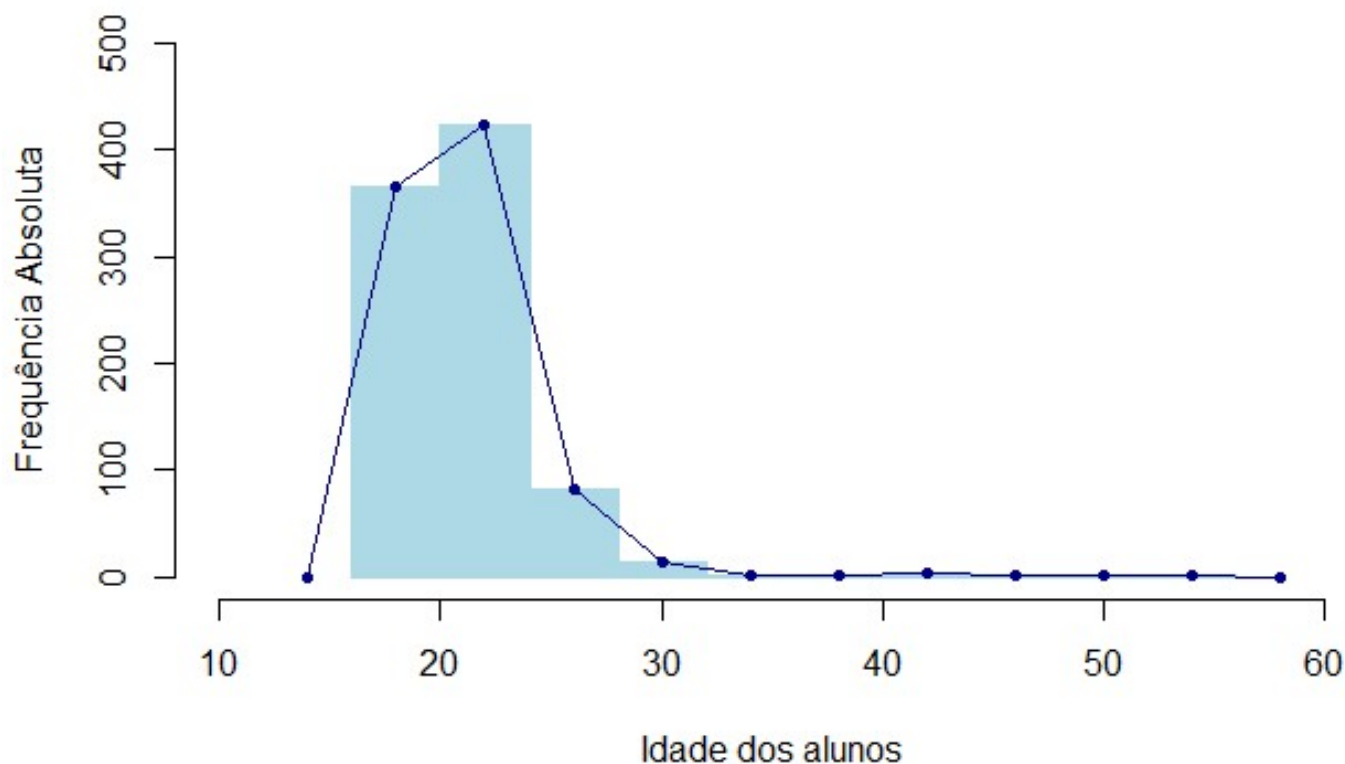
Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



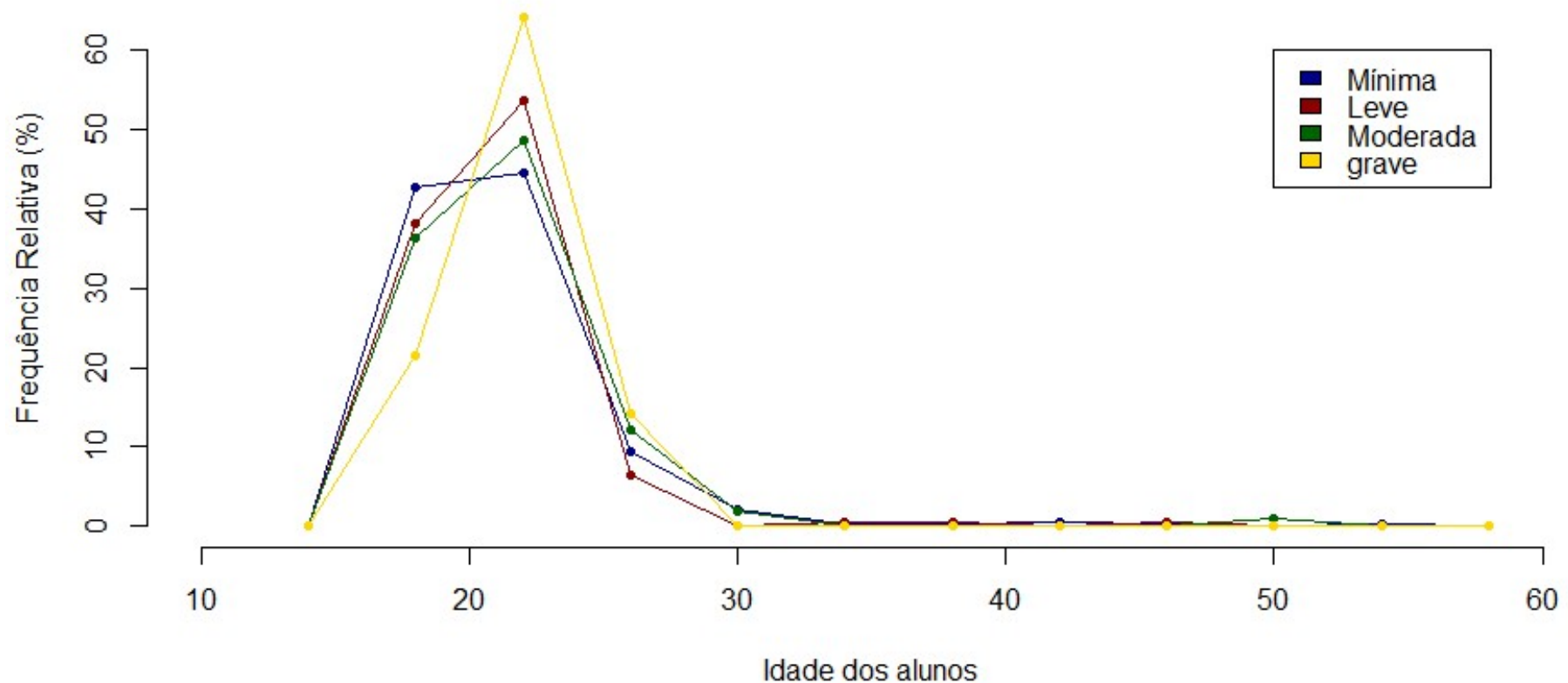
Exemplo

Polígono de frequência para a variável Idade



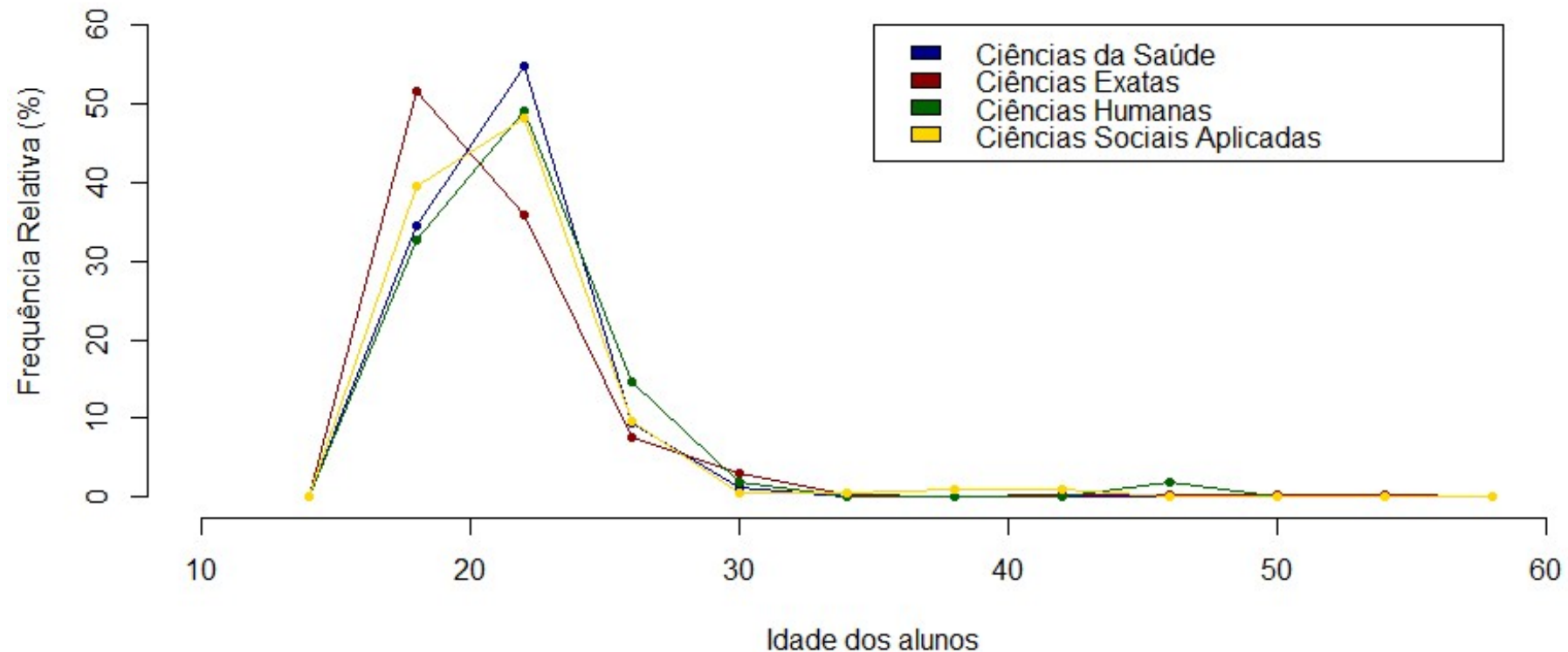
Polígono de Frequências Comparativo

Distribuição das idades dos alunos de acordo com os níveis de depressão estudados.



Polígono de Frequências Comparativo

Distribuição das idades dos alunos de acordo com as áreas de estudo consideradas.



Polígonos de Frequência Acumulada

- ▶ Pode ser utilizado para relacionar uma variável contínua com sua frequência relativa acumulada;
- ▶ Deve ser utilizado um ponto para relacionar o limite final de cada classe com a sua frequência relativa acumulada, de maneira que:
 - ▶ O primeiro ponto deve relacionar o valor mínimo com a frequência zero e;
 - ▶ O último ponto deverá relacionar o valor máximo com a frequência 100%.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Tabela 3: Distribuição de frequências das idades dos 898 alunos entrevistados.

Idade	Freq.Abs. (n_i)	Freq. Rel. (%) ($f_i \times 100\%$)	Freq. Rel.Ac. (%) ($\sum_{j=1}^i f_j \times 100\%$)
16 ┆ 20	366	40,76	$366/898 = \mathbf{40,76}$
20 ┆ 24	424	47,22	$(366 + 424)/898 = 790/898 = \mathbf{87,97}$
24 ┆ 28	83	9,24	$(790 + 83)/898 = 873/898 = \mathbf{97,22}$
28 ┆ 32	14	1,56	$(873 + 14)/898 = 887/898 = \mathbf{98,78}$
32 ┆ 36	2	0,22	$(887 + 2)/898 = 889/898 = \mathbf{99}$
36 ┆ 40	2	0,22	$(889 + 2)/898 = 891/898 = \mathbf{99,22}$
40 ┆ 44	3	0,33	$(891 + 3)/898 = 894/898 = \mathbf{99,55}$
44 ┆ 48	2	0,22	$(894 + 2)/898 = 896/898 = \mathbf{99,78}$
48 ┆ 52	1	0,11	$(896 + 1)/898 = 897/898 = \mathbf{99,89}$
52 ┆ 56	1	0,11	$(897 + 1)/898 = 898/898 = \mathbf{100}$
Total	898	100	

* O total da Frequência relativa difere da soma dos valores apresentados por conta do arredondamento utilizado.

Fonte: Elaborada pela autora



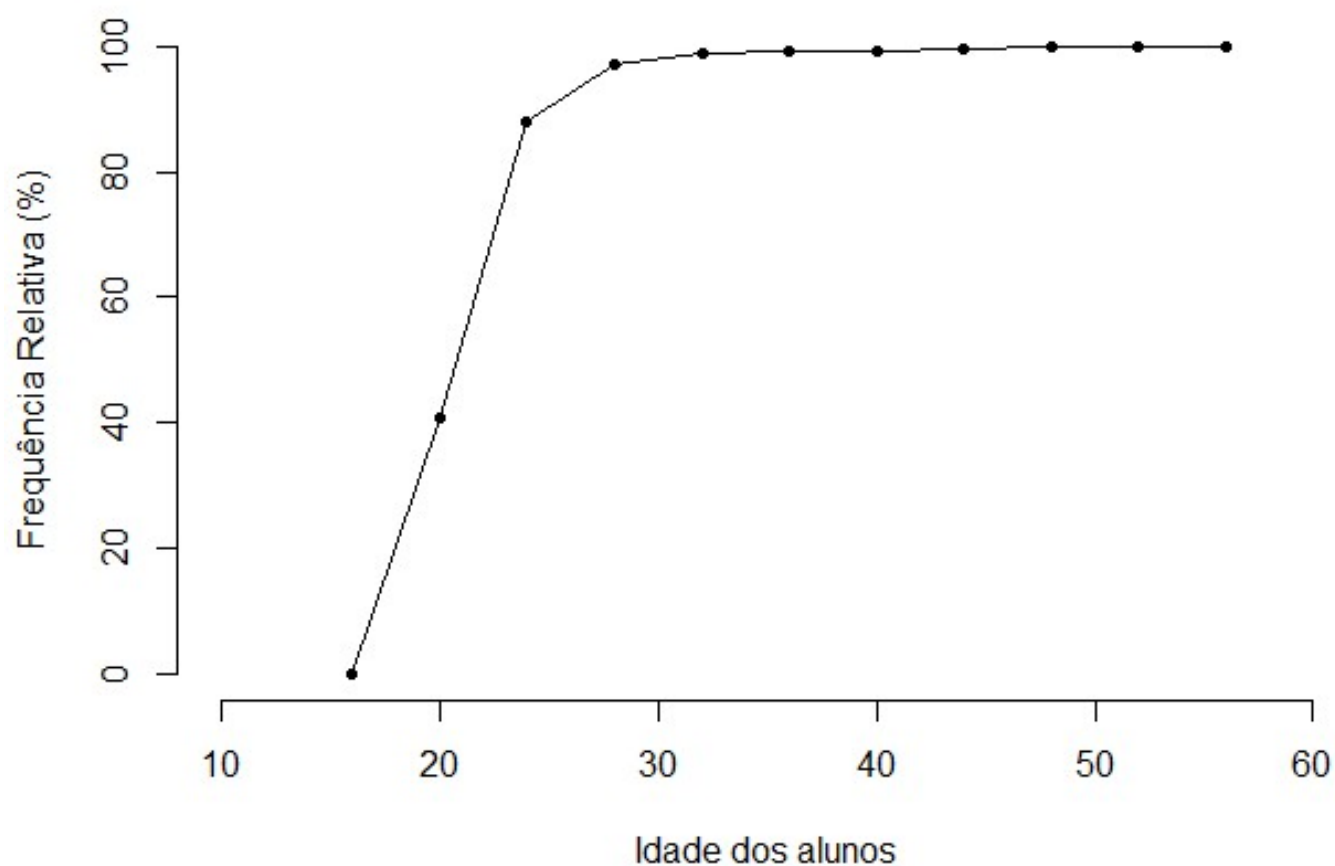
Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Polígono de frequência acumulada para a variável Idade



Gráficos de Dispersão Bidimensional

- ▶ Utilizado quando se deseja visualizar a relação entre duas variáveis;
- ▶ Para montar esse tipo de gráfico deve-se colocar uma das variáveis no eixo vertical (variável dependente) e a outra no eixo horizontal (variável independente).



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo – Gráfico de Dispersão

	A	B	C	D	E	F
1	Área de Estudo	Idade	Peso	Altura	IMC	Depressão
2	Ciências da Saúde	21	73	1,85	21,33	leve
3	Ciências da Saúde	22	57	1,66	20,69	mínima
4	Ciências da Saúde	23	49	1,51	21,49	moderada
5	Ciências da Saúde	20	78	1,83	23,29	leve
6	Ciências da Saúde	21	53	1,61	20,45	moderada
7	Ciências da Saúde	24	64	1,65	23,51	mínima
8	Ciências da Saúde	22	57	1,66	20,69	mínima
9	Ciências Exatas	21	60	1,65	22,04	mínima
10	Ciências Exatas	18	80	1,78	25,25	mínima
11	Ciências Exatas	19	72	1,79	22,47	leve
12	Ciências Exatas	18	63	1,79	19,66	mínima
13	Ciências Exatas	23	77	1,85	22,5	moderada
14	Ciências Exatas	18	70	1,71	23,94	mínima
15	Ciências Exatas	21	62	1,84	18,31	mínima
16	Ciências Exatas	18	62	1,72	20,96	mínima
17	Ciências Exatas	18	56,8	1,67	20,37	mínima
18	Ciências Exatas	18	57	1,64	21,19	mínima
19	Ciências Exatas	19	82	1,77	26,17	mínima
20	Ciências Exatas	18	50	1,63	18,82	mínima
21	Ciências Exatas	18	50	1,6	19,53	mínima
22	Ciências Exatas	17	60	1,7	20,76	mínima
23	Ciências Exatas	19	54	1,69	18,91	mínima



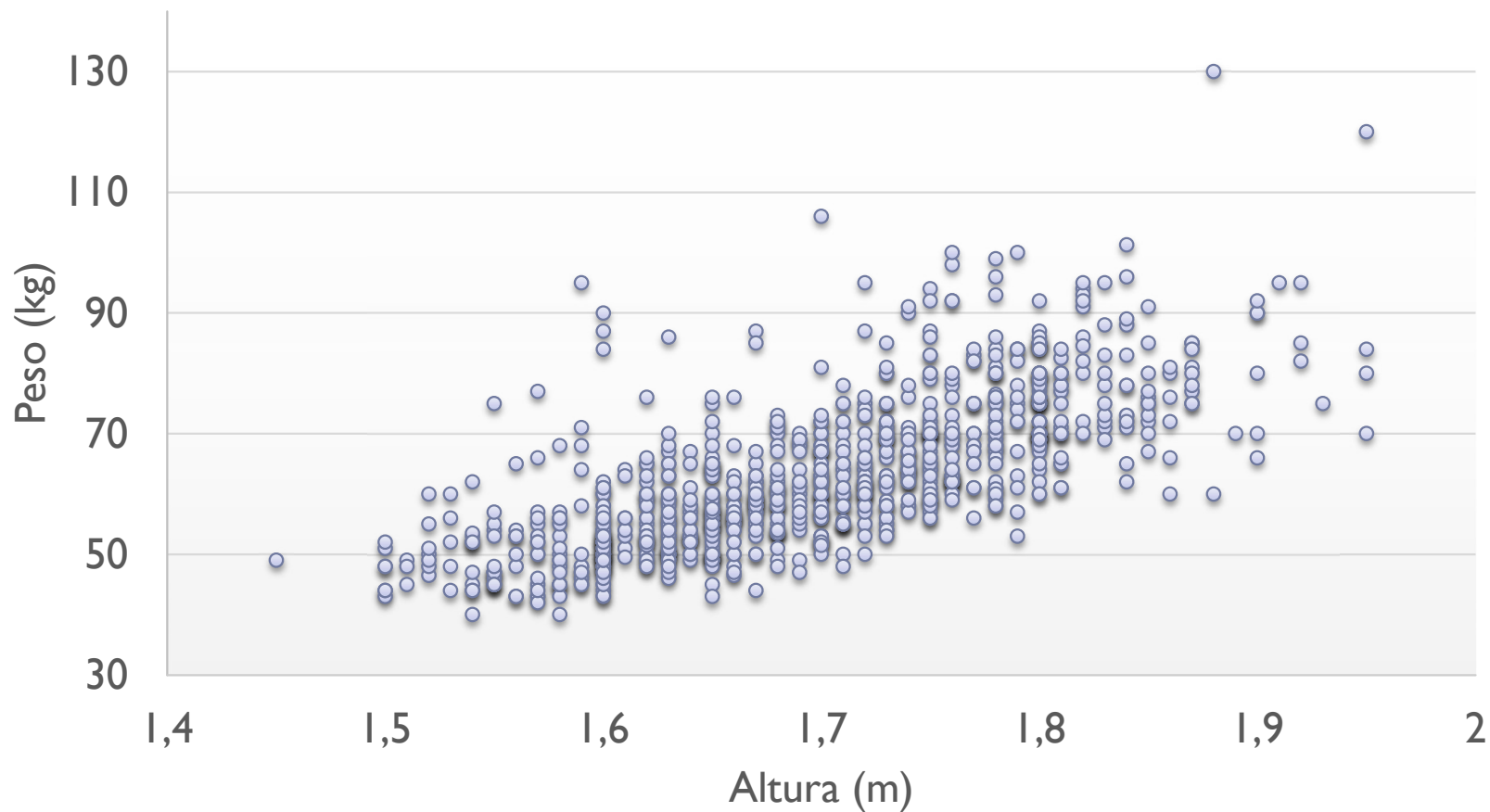
Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Exemplo

Gráfico de Dispersão



Exercício 3

- Use um gráfico de dispersão para representar os dados da tabela, que são as horas trabalhadas e o salário por hora (em dólares) para uma amostra de 12 trabalhadores da produção. Descreva quaisquer tendências presentes.

Horas	Salário por hora	Horas	Salário por hora
33	13,16	40	13,65
37	9,98	33	12,05
34	10,79	28	10,54
40	11,71	45	10,33
35	11,80	37	11,57
33	11,51	28	10,17



Gráficos de Linha

- ▶ Relaciona duas variáveis, porém não pode haver mais de um valor possível no eixo y para cada valor do eixo x;
- ▶ Muito útil para estudar a evolução de uma variável no tempo, por exemplo.

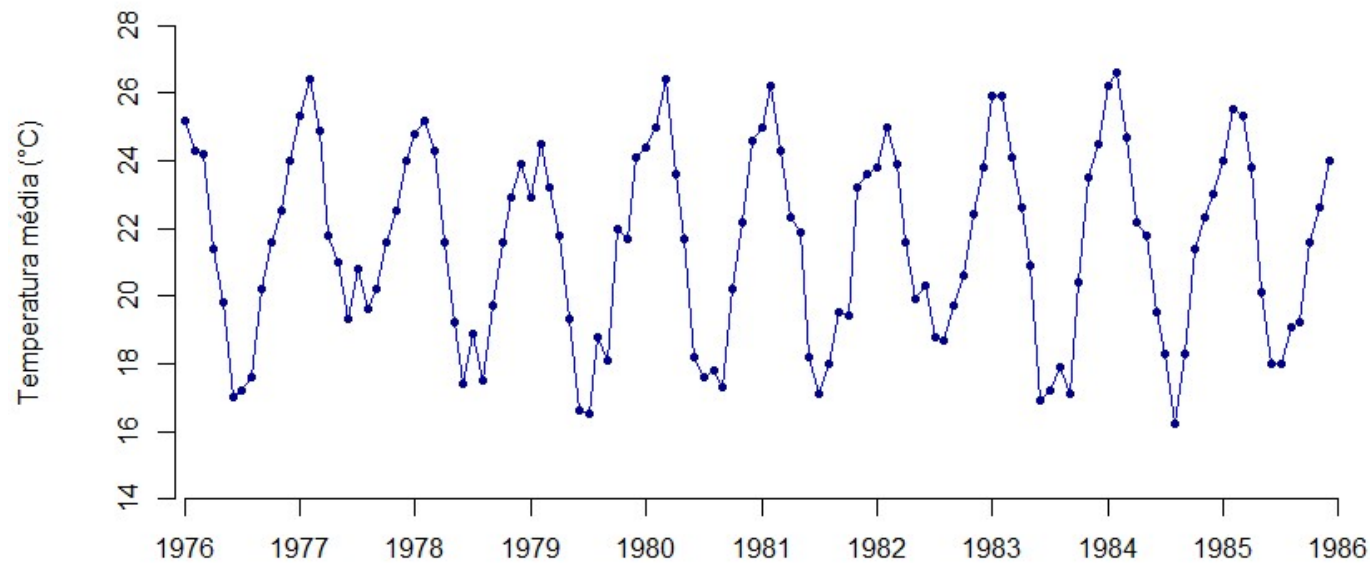


Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



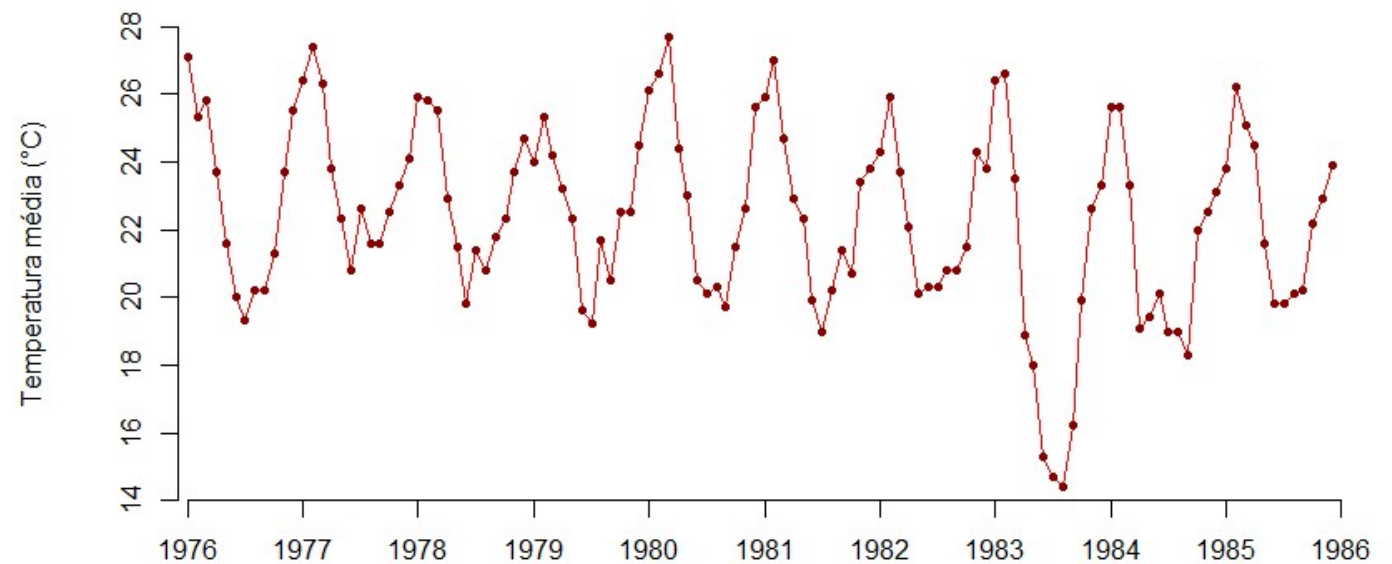
Dez anos de temperatura média mensal em Cananéia



Período Jan/1976 à Dez/1985

Exemplo

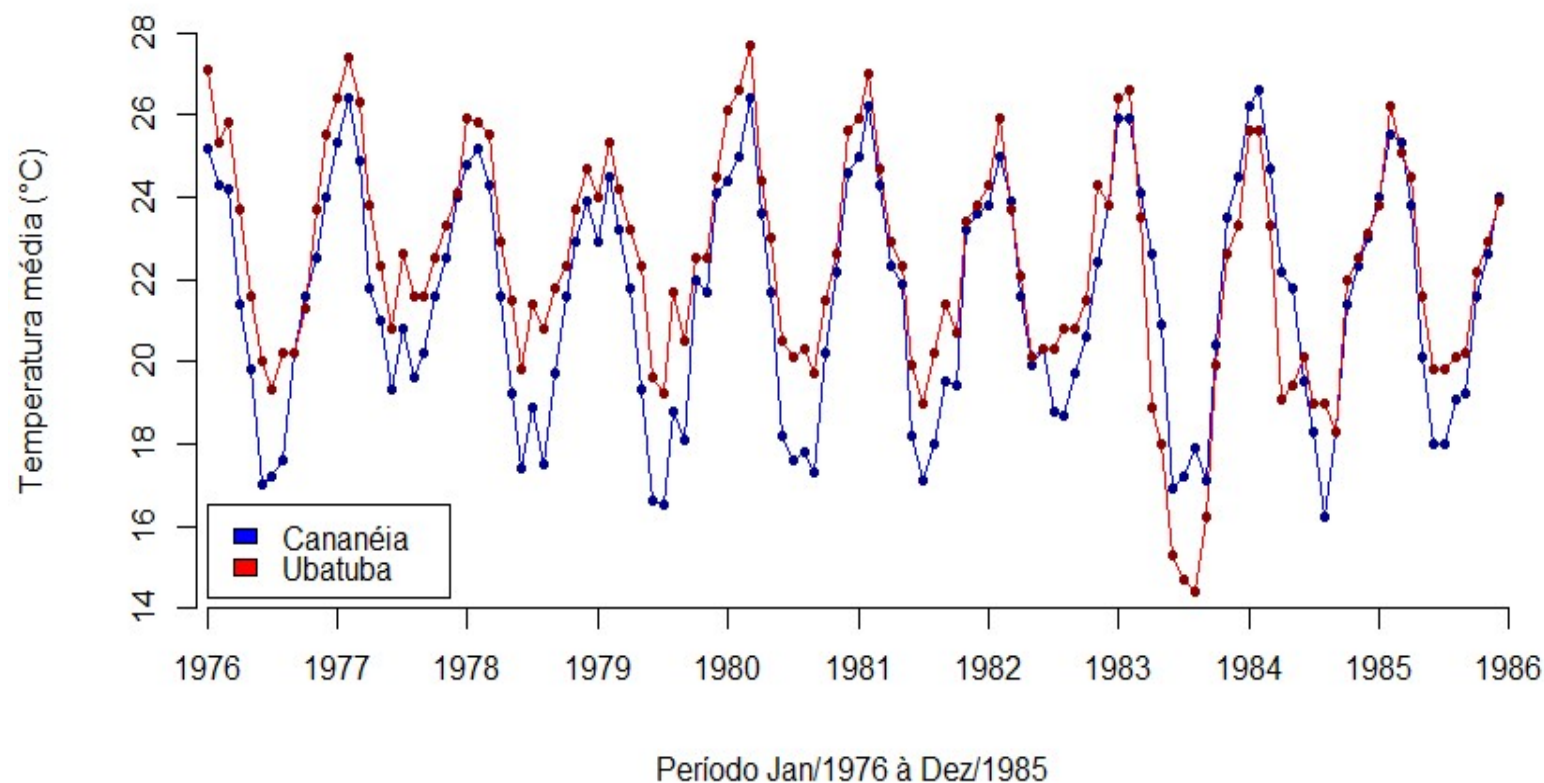
Dez anos de temperatura média mensal em Ubatuba



Período Jan/1976 à Dez/1985

Exemplo

Dez anos de temperatura média mensal em Cananéia e Ubatuba



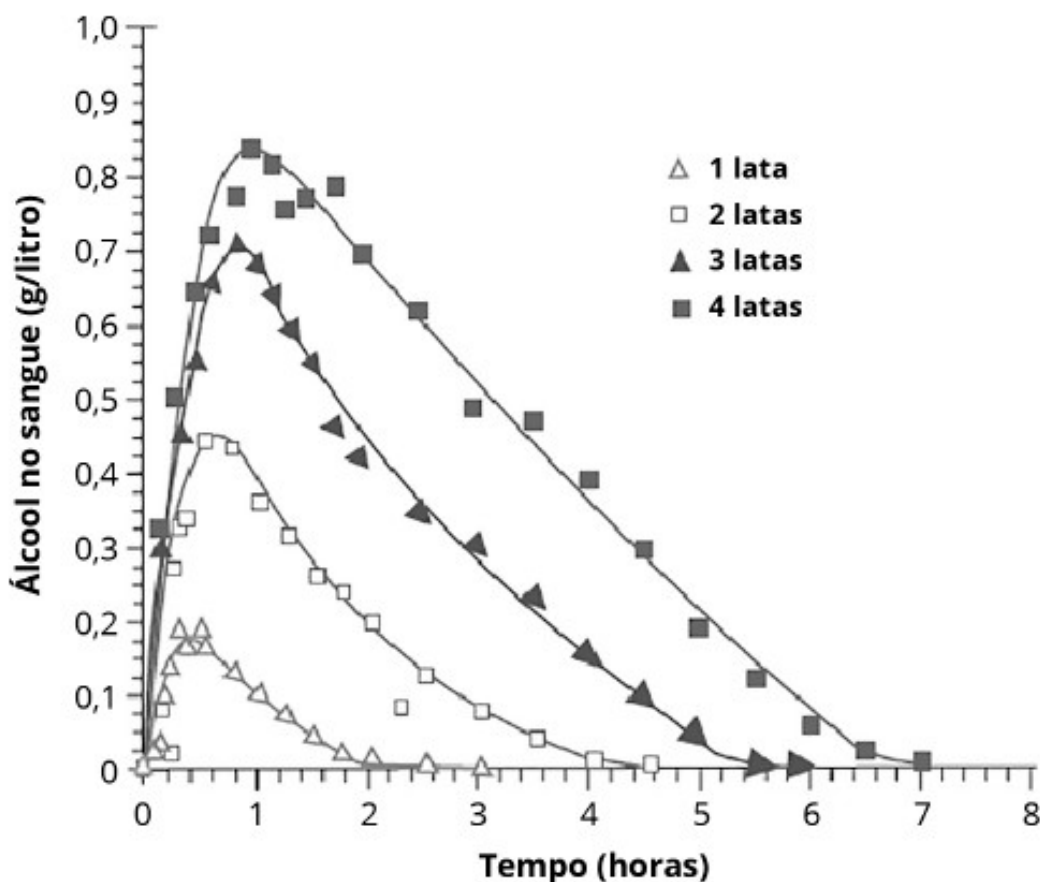
Exercício 4

- ▶ A legislação de trânsito brasileira, em 2006, considerava que o condutor de um veículo estava dirigindo alcoolizado quando o teor alcoólico de seu sangue excedia 0,6 gramas de álcool por litro de sangue. O gráfico abaixo mostra o processo de absorção e eliminação do álcool quando um indivíduo bebe, em um curto espaço de tempo, de uma a quatro latas de cerveja.
- ▶ Classifique as afirmativas a seguir em verdadeiras ou falsas:

I – O álcool é absorvido pelo organismo muito mais lentamente do que é eliminado.

II – De acordo com a legislação vigente em 2006, uma pessoa que fosse dirigir imediatamente após a ingestão da bebida poderia consumir, no máximo, duas latas de cerveja.

III – Se uma pessoa toma rapidamente quatro latas de cerveja, o álcool contido na bebida só é completamente eliminado após se passarem cerca de sete horas da ingestão.



Cuidados que devem ser tomados

- ▶ Para a visualização dos cuidados que devem ser utilizados ao se construir gráficos, utilizei as imagens apresentadas no trabalho:
- ▶ “O ensino de gráficos estatísticos no contexto da Educação Crítica” apresentado por:
 - ▶ Campos, C. R.; Jacobini, O. R.; Ferreira, D. H. L.; e Wodewotzki M. L. L.
- ▶ Na XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática, ocorrida de 3 a 7 de maio de 2015 no México.



Departamento de Estatística

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Cuidados que devem ser tomados



Figura 1. Gráfico em colunas como mostrado na tela de uma televisão.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 1. Gráfico em colunas como mostrado na tela de uma televisão.

Eixo vertical deveria iniciar em zero

Escala errada, leva a interpretação errada



Departamento de Estatística
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Cuidados que devem ser tomados



Figura 2. Gráfico em colunas referente a índices de inflação no Brasil em 2013 como mostrado na tela de uma televisão.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 2. Gráfico em colunas referente a índices de inflação no Brasil em 2013 como mostrado na tela de uma televisão.

Ordem cronológica invertida e escala utilizada levam a achar que houve um grande aumento na inflação, quando na verdade houve uma queda de 0,23%.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 3. Duas imagens capturadas de uma emissora de TV aberta do Brasil.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 3. Duas imagens capturadas de uma emissora de TV aberta do Brasil.

Escala utilizada leva a acreditar que a diferença no gráfico da esquerda (11,8) é inferior à do gráfico da direita (0,8) – o que leva a erros de interpretação quando vistos rapidamente.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 4. Gráfico em colunas mostrado em um *site* de uma emissora de TV venezuelana.



Cuidados que devem ser tomados



Figura 4. Gráfico em colunas mostrado em um *site* de uma emissora de TV venezuelana.

Mais uma vez a escala escolhida faz uma diferença pequena (1,59%), que dependendo do erro assumido pela pesquisa pode nem ser significativa, pareça enorme.



Cuidados que devem ser tomados

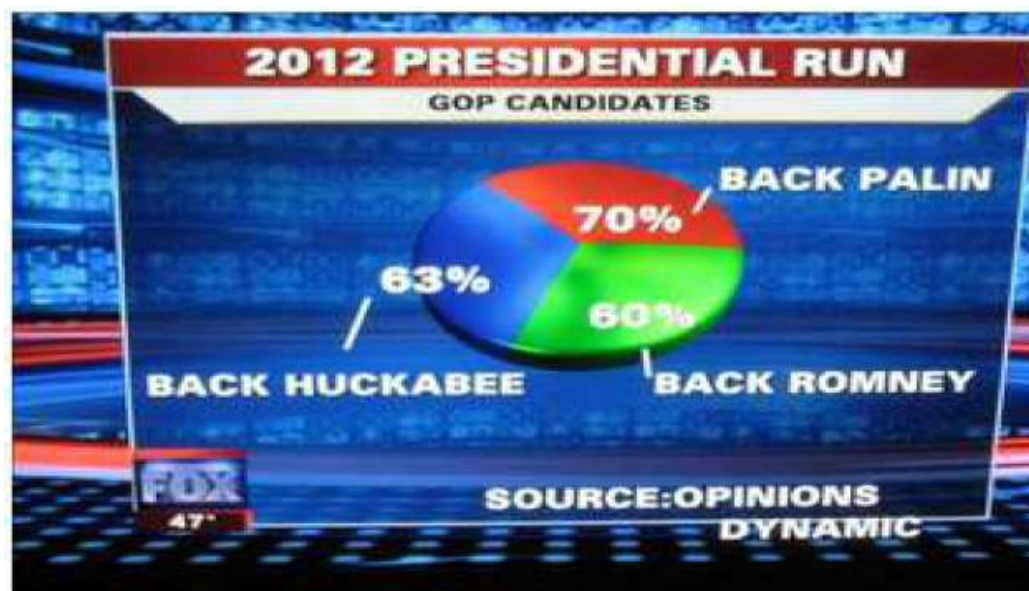


Figura 5. Exemplo de gráfico em setores veiculado em uma emissora de TV norte-americana.



Cuidados que devem ser tomados

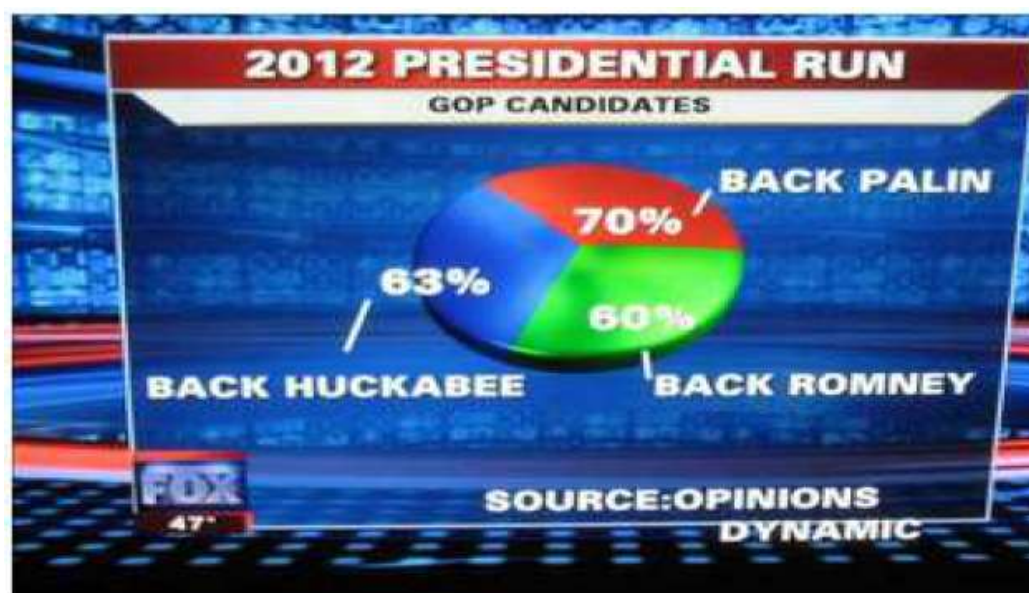


Figura 5. Exemplo de gráfico em setores veiculado em uma emissora de TV norte-americana.

Soma das fatias do gráfico é igual à 193%, fazendo com que não seja possível fazer uma interpretação correta do mesmo.

