Exercícios da Unidade 2

Departamento de Estatística

Exercício 1

- Jane e David jogam dois jogos de golfe. A probabilidade de que Jane vença o primeiro jogo é 5/6. Se Jane vencer o primeiro jogo, a probabilidade de que ela ganhe o segundo jogo é 6/7. Se Jane perder o primeiro jogo, a probabilidade de ela ganhar o segundo jogo é de 3/4.
  - Descreva os eventos de interesse e represente as informações dadas utilizando um diagrama de árvore ou linguagem probabilística;
  - Encontre a probabilidade de que Jane vença o primeiro jogo e David vença o segundo jogo;
  - Encontre a probabilidade de que David vença pelo menos um jogo;
  - Dado que David vence pelo menos um jogo, encontre a probabilidade de ele ganhar os dois jogos.

Exercício 2

- Verifique se são validas as afirmações seguintes:
  - Se $P(A) = 1/3$ e $P(B|A) = 3/5$ então A e B não podem ser disjuntos.
  - Se $P(A) = 1/2$ e $P(B|A) = 1$ e $P(A|B) = 1/2$ então A não pode estar contido em B.

Exercício 3

- Numa cidade do interior de São Paulo, estima-se que cerca de 20% dos habitantes têm algum tipo de alergia. Sabe-se que 50% dos alérgicos praticam esporte, enquanto que essa porcentagem entre os não alérgicos é de 40%. Para um indivíduo escolhido aleatoriamente nessa cidade, obtenha a probabilidade de:
- Não praticar esporte;
- Ser alérgico dado que não pratica esportes.

Exercício 4

- Uma máquina produz 5% de itens defeituosos. Cada item produzido passa por um teste de qualidade que o classifica como "bom", "defeituoso" ou "suspeito". Este teste classifica 20% dos itens defeituosos como bons e 30% como suspeitos. Ele também classifica 15% dos itens não defeituosos como defeituosos e 25% como suspeitos:
  - Qual é a proporção de itens classificados como defeituosos?
  - Ao selecionar um item produzido por esta máquina, qual é a probabilidade do item NÃO ser defeituoso dado que foi classificado como bom?

Exercício 5

- Você entrega a seu amigo uma carta, destinada à sua namorada, para ser colocada no correio. Entretanto, ele pode se esquecer com probabilidade 0,1. Se ele não se esquecer, a probabilidade de que o correio extravie a carta é de 0,1. Finalmente, se foi enviada pelo correio a probabilidade de que a namorada não receba é de 0,1.
  - Sua namorada não recebeu a carta, qual a probabilidade de seu amigo ter esquecido de colocá-la no correio?
  - Avalie as possibilidade desse namoro continuar, se a comunicação depender das cartas enviadas.

Exercício 6

- A tabela a seguir apresenta informações de alunos de uma universidade quanto às variáveis: Período, Sexo e Opinião sobre a Reforma Agrária. Determine a probabilidade de escolhermos:
  - Uma pessoa do sexo masculino e sem opinião sobre a reforma agrária?
  - Uma mulher contrária a reforma agrária?
  - Dentre os estudantes do noturno, um que seja a favor da reforma agrária?
  - Uma pessoa sem opinião, sabendo-se que ela é do sexo feminino?

Período	Sexo	Reforma Agrária		
		Contra	A Favor	Sem opinião
Diurno	Feminino	2	8	2
	Masculino	8	9	8
Noturno	Feminino	4	8	2
	Masculino	12	10	1

Exercício 7

- Numa certa população, a probabilidade de gostar de teatro é 1/3, enquanto que a de gostar de cinema é 1/2. Determine a probabilidade de gostar de teatro e não de cinema, nos seguintes casos:
  - Gostar de teatro e gostar de cinema são eventos disjuntos;
  - Gostar de teatro e gostar de cinema são eventos independentes;
  - Todos que gostam de teatro gostam de cinema;
  - A probabilidade de gostar de teatro e de cinema é 1/8;
  - Dentre os que não gostam de cinema, a probabilidade de não gostar de teatro é 3/4.

Exercício 8

- Seja X uma variável aleatória tal que $E(X) = 6$ e $Var(X) = 4$. Se $Y = 3X + 2$, então:
  a) $E(Y) = 14$ e $Var(Y) = 36$
  b) $E(Y) = 6$ e $Var(Y) = 4$
  c) $E(Y) = 20$ e $Var(Y) = 36$
  d) $E(Y) = 14$ e $Var(Y) = 38$
  e) $E(Y) = 14$ e $Var(Y) = 42$

Exercício 9

- Seja X uma variável aleatória discreta que representa o número de caras obtidas ao se lançar 3 moedas. Logo, a distribuição de probabilidades de X é dada por:

(a)

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	1/4	1/4	1/4	1/4

(b)

x_i	1	2	3	4
$p(x_i)$	1/4	1/4	1/4	1/4

(c)

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	1/2	1/8	1/8	1/4

(d)

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

(e)

x_i	1	2	3	4
$p(x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

Exercício 10

- Um certo equipamento é expedido em lotes de 500 unidades. Antes que uma remessa seja aprovada, um inspetor escolhe 5 desses equipamentos (com reposição) e os inspeciona. Se nenhum dos equipamentos inspecionados for defeituoso, o lote é aprovado. Se um ou mais equipamentos forem defeituosos, todas as unidades são inspecionadas. Suponha que existam, de fato, dez equipamentos defeituosos no lote.
- Qual é a probabilidade de que seja necessário testar todos os equipamentos?

Exercício 11

- Uma clínica de emagrecimento recebe pacientes adultos com peso seguindo uma distribuição Normal de média 130kg e desvio padrão 20kg. Para efeito de determinar o tratamento mais adequado, os 25% pacientes de menor peso são classificados como "magros", enquanto os 25% de maior peso de "obesos".
- Determine os valores que delimitam cada uma dessas classificações.

Exercício 12

- A durabilidade de um tipo de pneu da marca *Rodabem* é descrita por uma variável aleatória Normal de média 60.000km e desvio padrão 8.300km.
  - Se a *Rodabem* garante os pneus pelos primeiros 48.000km, qual a proporção de pneus que deverão ser trocados pela garantia?
  - O que aconteceria com a proporção do item anterior, se a garantia fosse para os primeiros 45.000km?
  - Qual deveria ser a garantia (em km) de tal forma a assegurar que o fabricante trocaria sob garantia no máximo 2% dos pneus?
  - Se você comprar 4 pneus *Rodabem*, qual será a probabilidade de que você utilizará a garantia (45.000km) para trocar um ou mais destes pneus?

Exercício 13

- Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?
  I. A probabilidade de um evento é, sempre, no mínimo 0 e no máximo 1.
  II. A probabilidade de que um evento ocorrerá é, sempre, 1 menos a probabilidade de que ele não ocorrerá.
  III. Se dois eventos não podem ocorrer simultaneamente, a probabilidade de que ao menos um deles ocorrerá é a soma das probabilidades respectivas aos dois eventos.

a) I e II
b) I e III
c) II e III
d) I, II e III
e) Nenhuma das alternativas acima fornece o conjunto completo das afirmações verdadeiras.

Exercício 14

- Uma fábrica produz peças para bicicletas que podem ser classificadas ao final do processo de produção como: aprovada (A), remanufaturada (R) ou defeituosa (D). As primeiras, classificadas como aprovadas (A), serão diretamente comercializadas. As remanufaturadas (R) serão recuperadas dentro dos padrões de qualidade exigidos e avaliadas novamente e classificadas apenas como aprovadas (A) e, portanto, comercializadas, ou defeituosas (D). Qualquer peça classificada como defeituosa (D) será descartada.

Distribuição de probabilidade das peças produzidas no primeiro estágio de produção (Y1)

y_1	aprovada	remanufaturada	defeituosa
$P(Y_1 = y_1)$	0,9	p	0,03

Exercício 14

Distribuição de probabilidade das peças produzidas no segunda estágio de produção (Y2) - apenas para as peças classificadas como “remanufaturadas” no primeiro estágio de produção.

y_2	aprovada	defeituosa
$P(Y_2 = y_2)$	0,8	0,2

Considere que, se a peça foi comercializada ao final de qualquer um dos dois estágios, ela produzirá uma lucro igual a 10 unidades monetárias (UM) e se foi classificada como defeituosa, um prejuízo de 3 UM

- Qual o valor de p?
- Seja L a variável relativa ao lucro por peça, forneça a distribuição de probabilidade da variável L.
- Qual o lucro esperado por peça?