



# Intervalos de Confiança

Departamento de Estatística

# Estimação por intervalo

---

- ▶ Até agora vimos estimadores pontuais, que fornecem um único valor numérico para o parâmetro de interesse;
- ▶ Como os estimadores são variáveis aleatórias, pode-se apresentar uma estimativa mais informativa para o parâmetro de interesse, uma que inclua uma medida de precisão do valor obtido;
- ▶ Esse método é denominado *intervalo de confiança*, e incorpora, à estimativa pontual do parâmetro, informações a respeito de sua variabilidade.



# Intervalos de Confiança

---

- ▶ Pode-se utilizar o conhecimento da distribuição da média amostral para construir um intervalo de confiança para a média  $\mu$  de uma população;
- ▶ Dada uma variável aleatória  $X$  com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida, tem-se que:
- ▶  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ ;
- ▶ Dado que  $X$  siga uma distribuição normal ou que  $n$  seja suficientemente grande (Teorema Central do Limite).



# Intervalos de Confiança

---

- ▶ Seja  $z_{\alpha/2}$  o valor que limita uma área de  $\alpha/2$  na extremidade superior da distribuição normal padrão, e  $-z_{\alpha/2}$  o valor que limita uma área de  $\alpha/2$  na extremidade inferior da distribuição normal padrão;
- ▶ Então a forma geral para um intervalo de confiança de  $100(1 - \alpha)\%$  para  $\mu$  é dada por:
- ▶  $\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ .



# Intervalos de Confiança

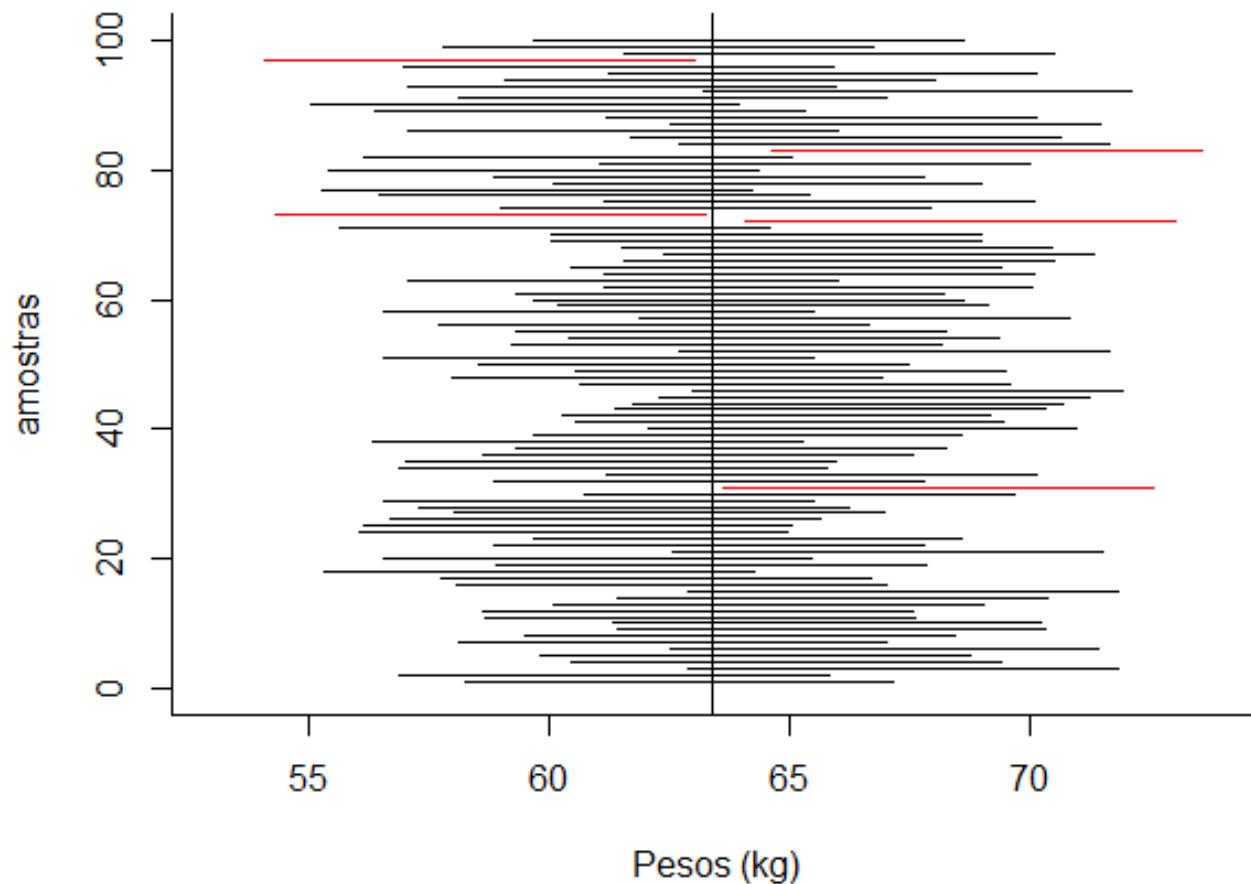
---

- ▶ Se, por exemplo, tomarmos  $\alpha = 0,05$ , teríamos  $-z_{\alpha/2} = -z_{0,05/2} = -z_{0,025} = -1,96$  e  $z_{0,05/2} = z_{0,025} = 1,96$ .
- ▶  $\left(\bar{X} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$
- ▶ O intervalo de 95% de confiança para a média  $\mu$ ;
- ▶ Se forem retiradas 100 amostras independentes e construídos 100 intervalos de confiança, espera-se que, em média, 95 desses intervalos contenham o valor de  $\mu$  e 5 deles não.



# Exemplo 1

Intervalos de 95% de confiança para a média



Intervalos de 95% de confiança para a média de peso obtidos para 100 amostras aleatórias simples de tamanho 30 retiradas da população de 898 alunos da UFJF ( $\mu = 63,42$  kg).



# Intervalos de Confiança

---

- ▶ É importante ressaltar que apesar de procurarmos tirar conclusões sobre a média populacional  $\mu$ , essa média é um valor fixo, embora desconhecido, e não uma variável aleatória;
- ▶ O intervalo de confiança mais comum é o que considera um nível de confiança de 95%, porém esse não é o único, pode-se montar intervalos de confiança de qualquer tamanho, dependendo do interesse do pesquisador, no entanto, intervalos de menos de 90% de confiança são de pouca utilidade.



## Exemplo 2

---

- ▶ Um provedor de acesso à internet está monitorando a duração do tempo das conexões de seus clientes, com o objetivo de dimensionar seus equipamentos. São desconhecidas a média e a distribuição de probabilidade desse tempo, mas o desvio padrão, por analogia a outros serviços, é considerado igual a  $\sqrt{50}$  minutos.
- ▶ Uma amostra de 500 conexões resultou num valor médio observado de 25 minutos.
- ▶ O que dizer da verdadeira média, com confiança 92%?



# Exemplo 2

- ▶ Valores importantes:
- ▶  $\bar{x} = 25$
- ▶  $\sigma^2 = 50$
- ▶  $n = 500$
- ▶  $\alpha = 8\%$
- ▶  $z_{0,04} = 1,75$

$$\left( 25 - 1,75 \sqrt{\frac{50}{500}}; 25 + 1,75 \sqrt{\frac{50}{500}} \right)$$

$$(24,45; 25,55)$$

$P(Z \geq z_c)$	Segunda decimal de $z_c$						
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392
1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314

ra decimal de  $z_c$



# Intervalos de Confiança

- ▶ O tamanho de um intervalo de confiança varia de acordo com o nível de confiança do mesmo ou de acordo com o tamanho da amostra:
- ▶ Para uma amostra de tamanho  $n$  fixo:

$\alpha$	$z_{\alpha/2}$	Limites de confiança de $100(1 - \alpha)\%$ para $\mu$	Amplitude do Intervalo
0,1	1,645	$\left( \bar{X} - 1,645 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1,645 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$	$3,29 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
0,05	1,96	$\left( \bar{X} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$	$3,92 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
0,01	2,576	$\left( \bar{X} - 2,576 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 2,576 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$	$5,152 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$



# Intervalos de Confiança

- ▶ O tamanho de um intervalo de confiança varia de acordo com o nível de confiança do mesmo ou de acordo com o tamanho da amostra:
- ▶ Para  $\alpha = 0,05$ :

$\alpha$	$n$	Limites de confiança de $100\%(1 - \alpha)$ para $\mu$	Amplitude do Intervalo
0,05	10	$\left( \bar{X} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{10}}, \bar{X} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{10}} \right)$	$1,239\sigma$
0,05	100	$\left( \bar{X} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{100}}, \bar{X} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{100}} \right)$	$0,392\sigma$
0,05	1000	$\left( \bar{X} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{1000}}, \bar{X} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{1000}} \right)$	$0,124\sigma$



## Exemplo 3

---

- ▶ A vida média de baterias automotivas de uma certa marca está sendo estudada. Baseado em estudos similares, com outras marcas, é possível admitir que a vida dessas baterias segue a distribuição normal com desvio padrão de 4,5 meses.
- ▶ De qual tamanho deverá ser a amostra, para que a amplitude do intervalo de 90% de confiança para a vida média seja de 3 meses?



# Exemplo 3

► Valores importantes:

$$\sigma^2 = 4,5^2$$

$$n = ?$$

$$\alpha = 10\%$$

$$z_{0,05} = 1,645$$

► Amplitude = 3 meses

$$\left( \bar{x} - 1,645 \frac{4,5}{\sqrt{n}}; \bar{x} + 1,645 \frac{4,5}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\bar{x} + 1,645 \frac{4,5}{\sqrt{n}} - \left( \bar{x} - 1,645 \frac{4,5}{\sqrt{n}} \right) = 3$$

$$2 \times 1,645 \frac{4,5}{\sqrt{n}} = 3 \Rightarrow 3\sqrt{n} = 14,805 \Rightarrow \sqrt{n} = 4,935 \Rightarrow n = 24,35 \Rightarrow n = 25$$

$P(Z \geq z_c) = \alpha$	Segunda decimal de $z_c$					
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495

Imagem de  $z_c$



# Intervalos de Confiança

- ▶ O Teorema Central do Limite também nos diz que a distribuição de probabilidade do estimador da proporção de determinada característica, quando  $n$  é grande o suficiente se aproxima de uma distribuição normal:

$$\frac{\hat{\pi} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(0,1)$$

- ▶ Logo, analogamente ao que foi feito para a média, pode-se construir um intervalo de confiança para a proporção em uma população com base na proporção amostral:

$$\left( \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}, \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}} \right)$$



# Intervalos de Confiança

- ▶ Não é possível utilizar o intervalo de confiança encontrado, já que não conhecemos o valor de  $\pi$ . Sendo assim, são propostas as soluções abaixo:
- ▶ Substituir  $\pi$  por  $\hat{\pi}$  (intervalo otimista)

$$\left( \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})}{n}}, \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})}{n}} \right)$$

- ▶ Substituir  $\pi(1 - \pi)$  por  $\frac{1}{4}$ , valor máximo que  $\pi(1 - \pi)$  pode alcançar (intervalo conservador)

$$\left( \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}}, \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}} \right)$$



## Exemplo 4

---

- ▶ Pretende-se estimar a proporção  $\pi$  de cura, através do uso de um certo medicamento em doentes contaminados com cercária, que é uma das formas do verme da esquistossomose. Um experimento consistiu em aplicar o medicamento em 200 pacientes, escolhidos ao acaso, e observar que 160 deles foram curados.
- ▶ O que podemos dizer da proporção  $\pi$  na população em geral, a um nível de 99% de confiança (utilize ambos os intervalos: otimista e conservador)?
- ▶ Como os dois intervalos calculados se comparam?



Par	2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	
2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	
2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	
3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	
3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	
3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	
3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	
3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	
3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	
3,6	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>P(Z <math>\geq</math> z<sub>c</sub>) = <math>\alpha</math></b>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
		Segunda decimal de z <sub>c</sub>								

## Exemplo 4

- Valores importantes:

- $\hat{\pi} = \frac{160}{200} = 0,8$

- $n = 200$

- $\alpha = 1\%$

- $z_{0,005} = 2,575$

- $\sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}} = \sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{200}} = 0,028$  (otimista)

$$\left( \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}}, \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}} \right) = (0,8 - 2,575 \times 0,028 ; 0,8 + 2,575 \times 0,028)$$

$$(0,8 - 0,0721 ; 0,8 + 0,0721) = (0,7279 ; 0,8721)$$



## Exemplo 4

### ► Valores importantes:

$$\hat{\pi} = \frac{160}{200} = 0,8$$

$$n = 200$$

$$\alpha = 1\%$$

$$z_{0,005} = 2,575$$

$$\sqrt{\frac{1}{4n}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times 200}} = 0,035 \text{ (conservador)}$$

$$\left( \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}}, \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}} \right) = (0,8 - 2,575 \times 0,035 ; 0,8 + 2,575 \times 0,035)$$

$$(0,8 - 0,09 ; 0,8 + 0,09) = (0,71 ; 0,89)$$

Par1	2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	
	2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	
	2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	
	2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	
	2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	
	3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	
	3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	
	3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	
	3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	
	3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	
	3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	
	3,6	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
	3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
	3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	
	3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	$P(Z \geq z_c) = \alpha$		0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
	Segunda decimal de $z_c$										



# Intervalo de Confiança ( $\sigma$ desconhecido)

- ▶ Suponha que uma amostra aleatória  $X_1, X_2, \dots, X_n$  obtida de uma população com distribuição normal com média e variância desconhecidas, temos:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n - 1)$$

- ▶  $T$  segue uma distribuição t de Student com  $n - 1$  graus de liberdade,
- ▶  $\bar{X}$  representa a média amostral
- ▶  $\mu$  é a média que se deseja conhecer,
- ▶  $s$  é o desvio padrão amostral;
- ▶  $n$  é o tamanho amostral.



# Intervalo de Confiança ( $\sigma$ desconhecido)

- ▶ Fixando o coeficiente de confiança  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) e utilizando a tabela da distribuição t de student com  $(n - 1)$  graus de liberdade, podemos obter o valor  $t_{\gamma/2}$  tal que:

$$P\left(-t_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} < t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

- ▶ Logo, o intervalo de  $(1 - \gamma)\%$  confiança para  $\mu$ , com variância desconhecida, será dado por:

$$\left(\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$



## Tabla 1 de Student

$P(t > t_{obs}) = \alpha$	Probabilidades da cauda direita ( $\alpha$ )										
	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,01	0,005
1	0,3249	0,7265	1,3764	3,0777	6,3138	7,9158	10,579	12,706	15,895	31,821	63,657
2	0,2887	0,6172	1,0607	1,8856	2,92	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	6,9646	9,9248
3	0,2767	0,5844	0,9785	1,6377	2,3534	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	4,5407	5,8409
4	0,2707	0,5686	0,941	1,5332	2,1318	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,7469	4,6041
5	0,2672	0,5594	0,9195	1,4759	2,015	2,191	2,4216	2,5706	2,7565	3,3649	4,0321
6	0,2648	0,5534	0,9057	1,4398	1,9432	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	3,1427	3,7074
7	0,2632	0,5491	0,896	1,4149	1,8946	2,046	2,2409	2,3646	2,5168	2,998	3,4995
8	0,2619	0,5459	0,8889	1,3968	1,8595	2,0042	2,1892	2,306	2,449	2,8965	3,3554
9	0,261	0,5435	0,8834	1,383	1,8331	1,9727	2,1504	2,2622	2,3984	2,8214	3,2498
10	0,2602	0,5415	0,8791	1,3722	1,8125	1,9481	2,1202	2,2281	2,3593	2,7638	3,1693
11	0,2596	0,5399	0,8755	1,3634	1,7959	1,9284	2,0961	2,201	2,3281	2,7181	3,1058
12	0,259	0,5386	0,8726	1,3562	1,7823	1,9123	2,0764	2,1788	2,3027	2,681	3,0545
13	0,2586	0,5375	0,8702	1,3502	1,7709	1,8989	2,06	2,1604	2,2816	2,6503	3,0123
14	0,2582	0,5366	0,8681	1,345	1,7613	1,8875	2,0462	2,1448	2,2638	2,6245	2,9768
15	0,2579	0,5357	0,8662	1,3406	1,7531	1,8777	2,0343	2,1314	2,2485	2,6025	2,9467
16	0,2576	0,535	0,8647	1,3368	1,7459	1,8693	2,024	2,1199	2,2354	2,5835	2,9208
17	0,2573	0,5344	0,8633	1,3334	1,7396	1,8619	2,015	2,1098	2,2238	2,5669	2,8982
18	0,2571	0,5338	0,862	1,3304	1,7341	1,8553	2,0071	2,1009	2,2137	2,5524	2,8784
19	0,2569	0,5333	0,861	1,3277	1,7291	1,8495	2	2,093	2,2047	2,5395	2,8609
20	0,2567	0,5329	0,86	1,3253	1,7247	1,8443	1,9937	2,086	2,1967	2,528	2,8453
21	0,2566	0,5325	0,8591	1,3232	1,7207	1,8397	1,988	2,0796	2,1894	2,5176	2,8314
22	0,2564	0,5321	0,8583	1,3212	1,7171	1,8354	1,9829	2,0739	2,1829	2,5083	2,8188
23	0,2563	0,5317	0,8575	1,3195	1,7139	1,8316	1,9782	2,0687	2,177	2,4999	2,8073
24	0,2562	0,5314	0,8569	1,3178	1,7109	1,8281	1,974	2,0639	2,1715	2,4922	2,7969
25	0,2561	0,5312	0,8562	1,3163	1,7081	1,8248	1,9701	2,0595	2,1666	2,4851	2,7874
26	0,256	0,5309	0,8557	1,315	1,7056	1,8219	1,9665	2,0555	2,162	2,4786	2,7787
27	0,2559	0,5306	0,8551	1,3137	1,7033	1,8191	1,9632	2,0518	2,1578	2,4727	2,7707
28	0,2558	0,5304	0,8546	1,3125	1,7011	1,8166	1,9601	2,0484	2,1539	2,4671	2,7633
29	0,2557	0,5302	0,8542	1,3114	1,6991	1,8142	1,9573	2,0452	2,1503	2,462	2,7564
30	0,2556	0,53	0,8538	1,3104	1,6973	1,812	1,9546	2,0423	2,147	2,4573	2,75
35	0,2553	0,5292	0,852	1,3062	1,6896	1,803	1,9438	2,0301	2,1332	2,4377	2,7238
40	0,255	0,5286	0,8507	1,3031	1,6839	1,7963	1,9357	2,0211	2,1229	2,4233	2,7045
50	0,2547	0,5278	0,8489	1,2987	1,6759	1,787	1,9244	2,0086	2,1087	2,4033	2,6778
60	0,2545	0,5272	0,8477	1,2958	1,6706	1,7808	1,917	2,0003	2,0994	2,3901	2,6603
120	0,2539	0,5258	0,8446	1,2886	1,6577	1,7656	1,8987	1,9799	2,0763	2,3578	2,6174
$\infty$	0,2534	0,5246	0,842	1,2824	1,6464	1,7525	1,8829	1,9623	2,0564	2,3301	2,5808

## Exemplo 5

---

- ▶ Admitindo que a pressão sanguínea arterial em homens siga uma distribuição normal, 7 pacientes foram sorteados e tiveram sua pressão medida com os seguintes resultados:
- ▶ 84,81,77,85,69,80,79
- ▶ Determine um intervalo de 98% de confiança para  $\mu$ .



# Exemplo 5

$$t_{(gl=6; \alpha/2=0,01)} = 3,1427$$

$$\left( 79,29 - 3,1427 \frac{5,31}{\sqrt{7}}; 79,29 + 3,1427 \frac{5,31}{\sqrt{7}} \right)$$

$$(79,29 - 6,31; 79,29 + 6,31)$$

$$(72,98; 85,60)$$

$x$	$\bar{x}$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
84	79,29	4,71	22,22
81	79,29	1,71	2,94
77	79,29	-2,29	5,22
85	79,29	5,71	32,65
69	79,29	-10,29	105,80
80	79,29	0,71	0,51
79	79,29	-0,29	0,08
555	Total		169,43
79,29	$\bar{x}$		$s^2$ 28,24
			$s$ 5,31

$P(t > t_{obs}) = \alpha$	Probabilidades da cauda direita ( $\alpha$ )									
	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,01
1	0,3249	0,7265	1,3764	3,0777	6,3138	7,9158	10,579	12,706	15,895	31,821
2	0,2887	0,6172	1,0607	1,8856	2,92	3,3198	3,8964	4,3027	4,8487	6,9646
3	0,2767	0,5844	0,9785	1,6377	2,3534	2,6054	2,9505	3,1824	3,4819	4,5407
4	0,2707	0,5686	0,941	1,5332	2,1318	2,3329	2,6008	2,7764	2,9985	3,7469
5	0,2672	0,5594	0,9195	1,4759	2,015	2,191	2,4216	2,5706	2,7565	3,3649
6	0,2648	0,5534	0,9057	1,4398	1,9432	2,1043	2,3133	2,4469	2,6122	3,1427
7	0,2632	0,5491	0,896	1,4149	1,8946	2,046	2,2409	2,3646	2,5168	2,998



# Exercício 1

---

- ▶ Um levantamento do USA Today/CNN Gallup com 369 pais que trabalham revelou que 200 deles disseram passar muito pouco tempo com os filhos por causa dos compromissos de trabalho.
  - ▶ Qual a estimativa pontual da proporção da população de pais que trabalham que sentem que passam muito pouco tempo com os filhos por causa dos compromissos de trabalho?
  - ▶ Qual a estimativa por intervalo de confiança de 95% da proporção da população de pais que trabalham que sentem que passam muito pouco tempo com os filhos por causa dos compromissos de trabalho



## Exercício 2

---

- ▶ Solicitou-se ao pessoal de vendas de uma grande distribuidora que apresentem relatórios semanais listando os contatos com clientes feitos durante a semana. Uma amostra de 61 relatórios mostrou uma média semanal de 22,4 contatos com clientes para o pessoal de vendas. O desvio padrão amostral foi de 5 contatos.
- ▶ Qual o intervalo de confiança de 95% para o número médio de contatos semanais com clientes para a população do pessoal de vendas?
- ▶ O que aconteceria com o intervalo calculado se tivesse sido considerada uma confiança de 99%?



## Exercício 3

---

- ▶ Em um esforço para estimar a quantia média gasta por cliente para jantar em um grande restaurante, foram coletados os dados de uma amostra aleatória de 49 clientes em um período de três semanas. Considere um desvio padrão populacional de \$2,50.
  - ▶ Qual seria a amplitude de um intervalo com nível de confiança de 95% para a média populacional?
  - ▶ Se a média amostral é \$22,60, qual o intervalo de confiança de 99% para a média da população?

