Plano Inclinado sem Atrito

1 Objetivo

Estudar o comportamento da aceleração de um corpo em função do ângulo de inclinação de uma rampa na ausência de forças de atrito e usar do resultado desse estudo para a determinação da aceleração da gravidade local.

2 Introdução Teórica

Neste experimento, considera-se o Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado de um corpo de massa m ao longo de um plano inclinado sem atrito, conforme mostra a Fig.1, com o objetivo de estudar o comportamento **da aceleração em função da inclinação do plano**. Nesta figura, é mostrado o diagrama de forças que atuam sobre o corpo em movimento. O diagrama de forças é formado pela força peso $\vec{P}$ do corpo, que atua na vertical, e a força normal $\vec{N}$, que atua perpendicularmente à superfície do plano inclinado.

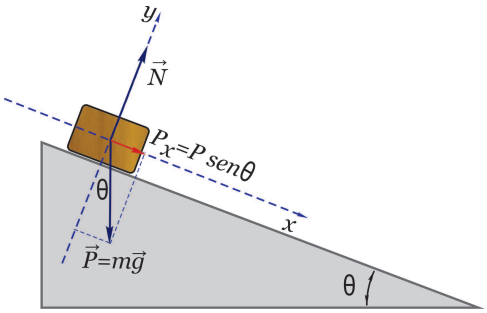

Fig. 1: Corpo de massa m sobre um plano inclinado sem atrito.

Com o objetivo de **eliminar o atrito** entre o bloco e a superfície do plano inclinado, o trilho de ar será utilizado neste experimento.

De acordo com o diagrama de forças que atuam no carrinho, mostrado na Fig.1, a força resultante P_x paralela ao plano inclinado, escolhida como a direção do eixo x, é

$$P_x = P \operatorname{sen}\theta = mg \operatorname{sen}\theta$$

onde θ é o ângulo de inclinação do plano inclinado e $P = mg$ é o módulo da força peso do carrinho. Assim, de acordo com a segunda lei de Newton, aplicada na direção do movimento do carrinho, tem-se

$$\sum F_x = ma_x = P_x = mg \operatorname{sen}\theta$$

ou

$$a_x = g \operatorname{sen}\theta \tag{1}$$

Isto quer dizer que o carrinho, independentemente de sua massa, percorre o plano inclinado com uma aceleração constante e igual a $a_x = gsen\theta$. Esse é um resultado fundamental para a conclusão do experimento. Como a aceleração do carrinho é constante e atua na direção unidimensional do eixo x, deve-se concluir que ele se desloca com Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado cuja descrição é dada pela seguinte equação:

$$x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x \, t^2 \tag{2}$$

onde x é a posição do carrinho para cada instante de tempo t, x_0 é a posição inicial, v_{x_0} é a velocidade inicial e a_x é o módulo da aceleração constante.

ou, de acordo com a Eq.1,

$$x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} g \operatorname{sen}\theta \, t^2 \tag{3}$$

Neste experimento, as condições iniciais do movimento do carrinho sobre o trilho de ar poderão ser mantidas como: $v_{x_0} = 0$. Assim, neste caso, a Eq.3, torna-se

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2} g \operatorname{sen}\theta \, t^2 \tag{4}$$

Deve-se observar que a Eq.4 tem a forma polinomial $y = kx^m$, com $y = \Delta x$, $k = \frac{1}{2} a_x = \frac{1}{2} g \operatorname{sen}\theta$, $x = t$ e $m = 2$. Assim, é possível comprovar que o movimento de deslocamento do carrinho num plano inclinado sem atrito é um movimento retilíneo uniformemente acelerado marcando, num papel loglog, pontos associados a dados de tempo t e distância Δx. Conforme discutido anteriormente, com essa experiência é possível determinar também a aceleração $a_x = g \operatorname{sen}\theta$ do carrinho, calculando o valor de k a partir do coeficiente angular m e de um ponto (x, y) da reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais do gráfico no papel loglog. Nã introdução do seu relatório, linearize a equação 4 e encontre expressões para o cálculo de k e m.

3 Material Necessário

Trilho de ar, cronômetro digital de interface com disparador eletrônico, sensores fotoelétricos, carrinho, apoio de madeira, papel milimetrado, papel loglog. Todos os materiais necessários para essa experiências estão mostrados na Fig.2.

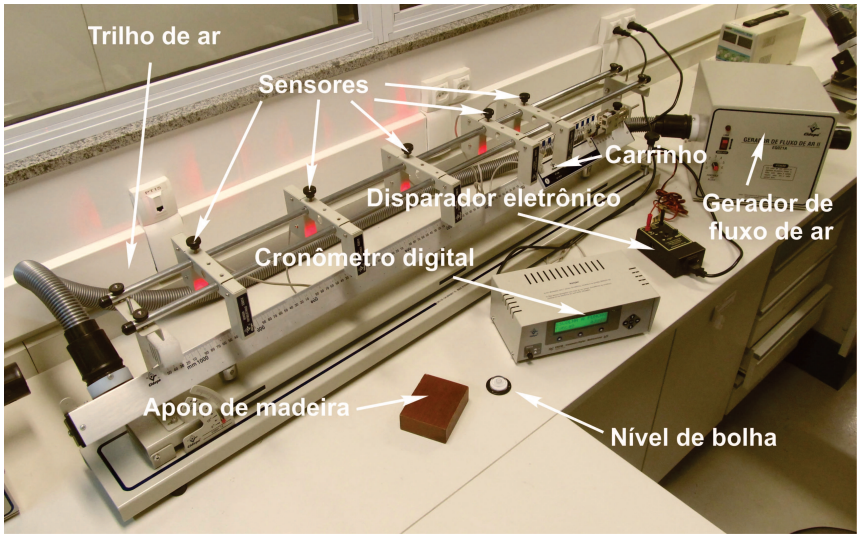

Fig. 2: Materiais necessários para a experiência.

4 Procedimento Experimental

1. Coloque a intensidade do gerador de fluxo de ar na posição 2 e ligue-o. ***Atenção! nunca mova o carrinho sobre o trilho de ar sem que o fluxo de ar esteja ligado. Isso pode riscar e danificar definitivamente a escala do trilho de ar***. Neste experimento, em um dos lados do carrinho deverá ser mantido o imã e do outro lado, em lugar da mola, será utilizado um cilindro de ferrita. A substituição dessas peças é mostrada na fotografia da Fig.3(b). Como mostrado na fotografia da Fig.3(c), uma espuma é mantida no final do trilho de ar para absorção do impacto do carrinho.

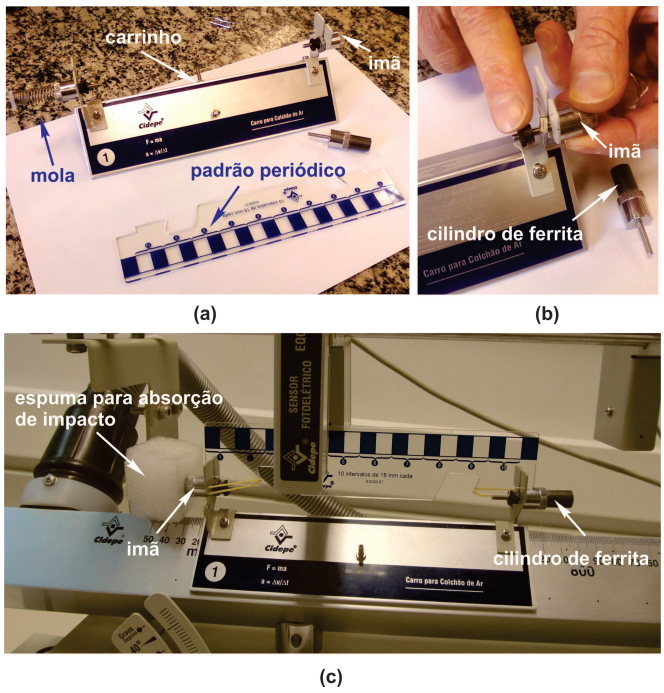

Fig. 3: Utilização do cilindro de ferrita em um dos lados do carrinho.

2. Caso seja necessário, utilize o nível de bolha para nivelar e alinhar mecanicamente o trilho de ar, como mostram as fotografias das Figs.4(a) e (b). Faça os ajustes para que o medidor de ângulo (goniômetro) fique no 0^0, como mostra a fotografia da Fig.4(c).

3. Faça as devidas conexões dos sensores do trilho de ar com o cronômetro digital de interface e o sistema disparador, conforme mostra as fotografias da Fig. 5(a),(b) e (c). O sistema disparador é composto por uma bobina de retenção e disparo e por uma fonte. Como se pode ver na Fig. 5(c), neste experimento serão utilizados 5 sensores, simbolizadaos por S_0, S_1, S_2, S_3 e S_4, colocados em 5 posições diferentes no trilho de ar, para medidas simultâneas dos intervalos de tempos correspondentes a 4 diferentes deslocamentos do carrinho.

4. Ao ligar o cronômetro digital de interface, encoste o carrinho, com o lado do cilindro de ferrita, na base da bobina de retenção e disparo. Observe que o carrinho não permanece ligado magneticamente na base da bobina. Isso só será possível quando o botão, localizado na fonte para a bobina de retenção e disparo, permanecer acionado. Ao soltar o botão, o campo magnético da bobina se desfaz, e o carrinho fica livre para se movimentar sem impulsão. ***Atenção: Nunca deixe o botão da fonte da bobina de retenção e disparo apertado por mais de*** $10\ s$***, isso pode danificá-la permanentemente***.

5. A fotografia na Fig.6 mostra os detalhes de como se pode alinhar os sensores S_0, S_1, S_2, S_3, S_4 em suas respectivas posições fixas. Cada sensor é conectado na entrada correspondente do cronômetro digital de interface. Para que $v_{x_0} \approx 0$, é importante que o carrinho esteja o mais próximo possível da bobina de retenção e disparo quando a outra extremidade for alinhada

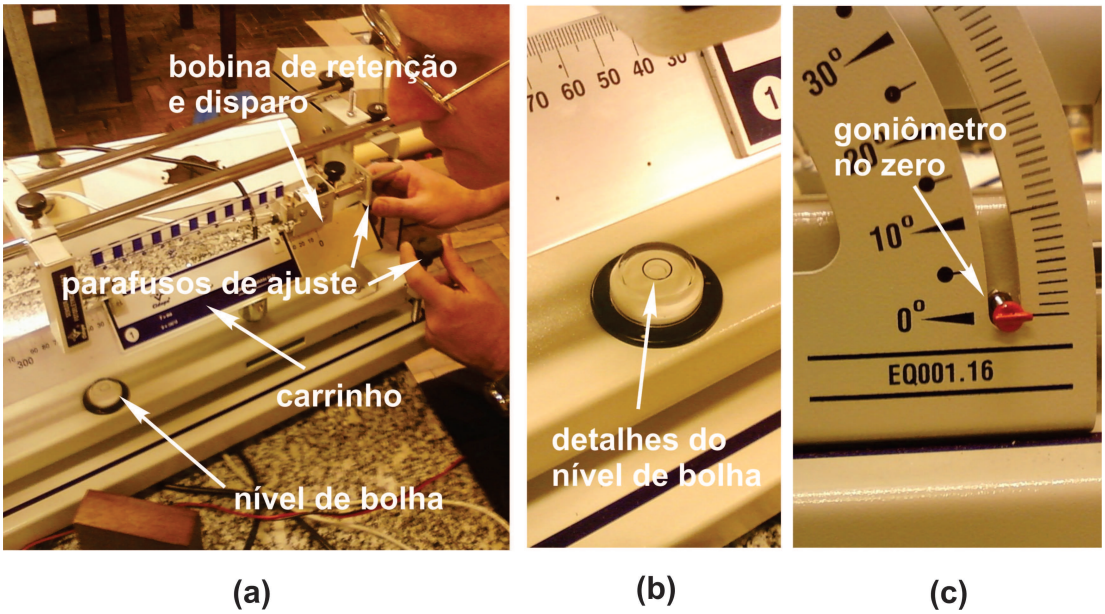

Fig. 4: Alinhamento mecânico do trilho de ar.

na posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$. Em caso de dúvida quanto ao alinhamento dos sensores, consulte "***medidas físicas e o trilho de ar***".

6. Repita o procedimento do passo 5 para conferir os alinhamentos dos sensores S_1, S_2, S_3 e S_4 nas posições $x_1 = 0,3500\ m$, $x_2 = 0,5500\ m$, $x_3 = 0,7500\ m$ e $x_4 = 0,9500\ m$.

7. Usando o apoio de madeira, coloque o trilho de ar nos ângulo de inclinação $\theta = 4^0$, como mostram as fotografias das Fig.7(a) e (c).

8. Para medir corretamente os intervalos de tempo de percurso do carrinho entre os sensores S_0 e S_1, S_0 e S_2, S_0 e S_3, S_0 e S_4, usando o cronômetro digital de interface, siga os passos abaixo cuidadosamente:

   (a) Quando o cronômetro está ligado, aparece na tela **Escolha a Função**, como mostra a fotografia da Fig.5(a).

   (b) Escolha a opção **função**, clicando a tecla 1.

   (c) Escolha a opção **OK**, clicando a tecla 2, para definir o número de sensores utilizados na experiência.

   (d) Escolha a opção N^o5, clicando a tecla 3, para definir o uso de 5 sensores. ***Nesse momento, mantenha o carrinho encostado na bobina de retenção e disparo***.

   (e) Aparece na tela **Inserir Distância**. Note que no cronômetro digital a distâcia é simbolizada pela letra S. Escolha a opção **Não**, clicando a tecla 1. Nesse momento o cronômetro está preparado para o ***início da experiência***.

9. Prenda o carrinho na bobina de retenção e disparo mantendo acionado o botão que está localizado na fonte para a bobina de retenção e disparo e , em seguida, solte-o para que o carrinho começe a se movimentar. Quando o carrinho passar pelos sensores, aparece na tela do cronômetro **Exp. Finalizado**. Escolha a opção **Ver**, clicando a tecla 1, para ver o resultado das medidas. Aparece na tela do cronômetro **Resultados**. Escolha a opção **t**, clicando a tecla 1, para ver e anotar na Tab. 1 os intervalos de tempos t_1 que o carrinho gastou para percorrer as distâncias entre os sensores S_0 e S_1, S_0 e S_2, S_0 e S_3, S_0 e S_4. Com a opção "$\longleftarrow$", clicando a tecla 1, pode-se selecionar qualquer um dos intervalos de tempos medidos pelos sensores. Escolha a opção **OK**, clicando a tecla 2 e, em seguida, a opção **Sair**, clicando a tecla 3, para retornar aos recursos anteriores.

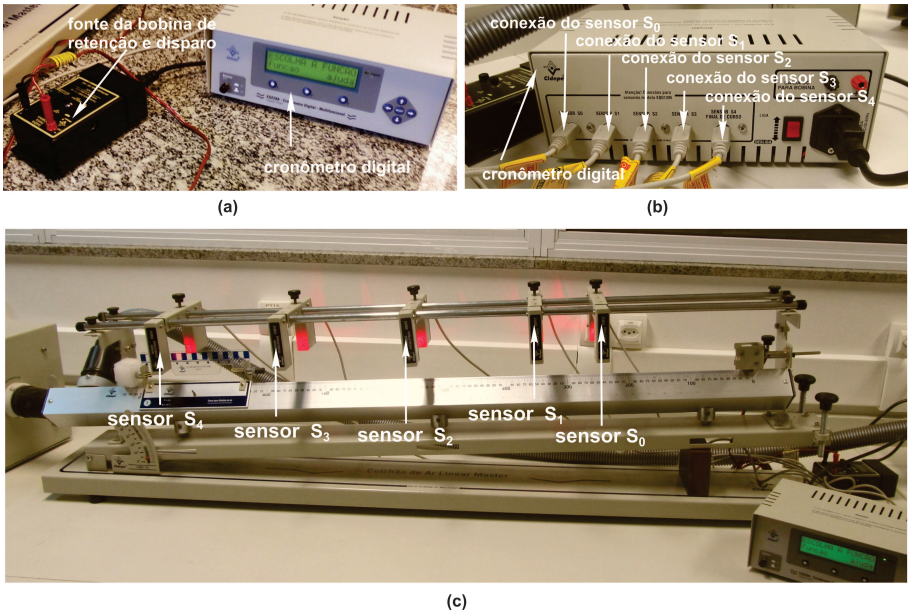

Fig. 5: Conexões necessárias do trilho de ar com os sensores e cronômetro digital de interface.

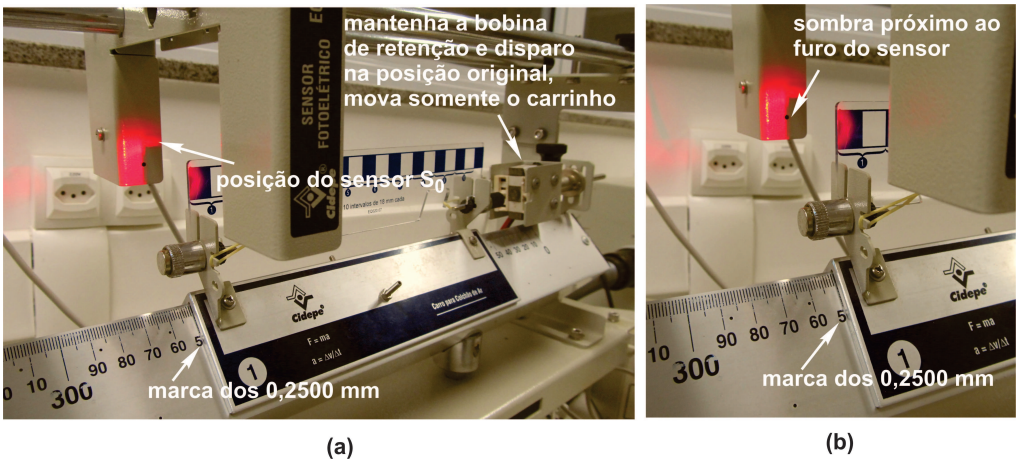

Fig. 6: Alinhamento dos sensores. Nessa operação, mantenha a bobina de retenção e disparo na posição original, mova somente o carrinho.

10. Escolha a opção **Repetir**, clicando a tecla 2 para, novamente, dar início a experiência. Repita o passo 12 cinco vezes e anote todos os intervalos de tempo correspondentes t_1,t_2, t_3, t_4 e t_5 na Tab.1. ***Atenção: Caso alguma medida seja muito diferente das outras, refaça-a quantas vezes forem necessárias.***

11. Repita toda a experiência para os ângulos de inclinação $\theta = 6^0$, $\theta = 8^0$, $\theta = 10^0$ e $\theta = 12^0$, e anote todas as medidas nas Tabs. 2, 3, 4, 5.

12. Calcule o valor médio $\langle t \rangle$ das 5 medidas de tempo e o valor da incerteza total δt de cada medida, para todos os percursos do carrinho listados nas Tabs. 1, 2, 3, 4, 5, e anote todos os valores calculados nas respectivas tabelas. No cálculo da incerteza total, despreze a incerteza do cronômetro e admita que a incerteza aleatória seja dada pelo ***desvio padrão da média*** σ_m.

13. Marque os pontos da Tab.1 referentes ao ***deslocamento*** Δx e o ***tempo médio*** $\langle t \rangle$ no papel loglog anexo, coloque ***barras de erro*** na horizontal referentes as medidas dos tempos e trace a reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico.

ângulo $\theta = 4\ ^0$ e posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$							
$x\ (m)$	$\Delta x\ (m)$	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_3\ (s)$	$t_4\ (s)$	$t_5\ (s)$	$(\langle t \rangle \pm \delta t)\ \ (s)$
$0,3500$	$0,1000$						
$0,5500$	$0,3000$						
$0,7500$	$0,5000$						
$0,9500$	$0,7000$						

Tab. 1: Dados dos tempos dos percursos do carrinho para $\theta = 4^0$.

ângulo $\theta = 6\ ^0$ e posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$							
$x\ (m)$	$\Delta x\ (m)$	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_3\ (s)$	$t_4\ (s)$	$t_5\ (s)$	$(\langle t \rangle \pm \delta t)\ \ (s)$
$0,3500$	$0,1000$						
$0,5500$	$0,3000$						
$0,7500$	$0,5000$						
$0,9500$	$0,7000$						

Tab. 2: Dados dos tempos dos percursos do carrinho para $\theta = 6^0$.

ângulo $\theta = 8\ ^0$ e posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$							
$x\ (m)$	$\Delta x\ (m)$	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_3\ (s)$	$t_4\ (s)$	$t_5\ (s)$	$(\langle t \rangle \pm \delta t)\ \ (s)$
$0,3500$	$0,1000$						
$0,5500$	$0,3000$						
$0,7500$	$0,5000$						
$0,9500$	$0,7000$						

Tab. 3: Dados dos tempos dos percursos do carrinho para $\theta = 8^0$.

ângulo $\theta = 10\ ^0$ e posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$							
$x\ (m)$	$\Delta x\ (m)$	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_3\ (s)$	$t_4\ (s)$	$t_5\ (s)$	$(\langle t \rangle \pm \delta t)\ \ (s)$
$0,3500$	$0,1000$						
$0,5500$	$0,3000$						
$0,7500$	$0,5000$						
$0,9500$	$0,7000$						

Tab. 4: Dados dos tempos dos percursos do carrinho para $\theta = 10^0$.

ângulo $\theta = 12\ ^0$ e posição inicial $x_0 = 0,2500\ m$							
$x\ (m)$	$\Delta x\ (m)$	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_3\ (s)$	$t_4\ (s)$	$t_5\ (s)$	$(\langle t \rangle \pm \delta t)\ \ (s)$
$0,3500$	$0,1000$						
$0,5500$	$0,3000$						
$0,7500$	$0,5000$						
$0,9500$	$0,7000$						

Tab. 5: Dados dos tempos dos percursos do carrinho para $\theta = 12^0$.

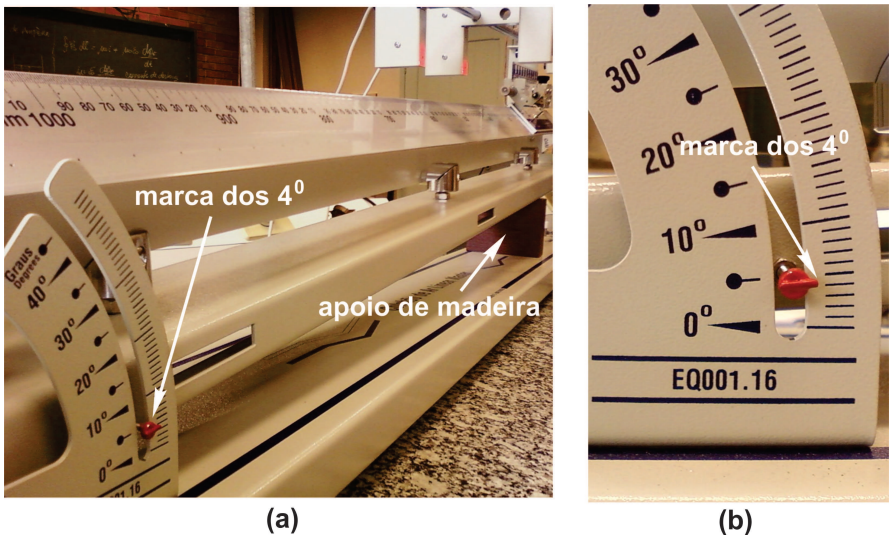

Fig. 7: Colocação do trilho de ar no ângulo de inclinação $\theta = 4^0$.

θ (^{0})	$sen\ \theta$	a_x (m/s^2)
4		
6		
8		
10		
12		

Tab. 6: Dados das acelerações do carrinho para cada ângulo θ de inclinação.

14. Com a linearização da Equação 4, feita na introdução do relatório, calcule a inclinação A da reta ajustada escolhendo nela dois pontos arbitrários (x_1, y_1) e (x_2, y_2).

15. Substituindo o valor calculado de m na equação $y = kx^m$, calcule o valor de k escolhendo um outro ponto arbitrário (x_1, y_1) na reta ajustada.

16. Usando o valor de k, determine a aceleração a_x do carrinho, correspondente ao ângulo de inclinação $\theta = 4^0$ e anote na Tab.6. Cuide para que o número de algarismos significativos usado na determinação da aceleração seja apropriado.

17. Repita os passos 12, 13, 14 e 15 para os pontos da Tabs. 2, 3, 4, 5. Usando os valores e k encontrados, determine as acelerações a_x do carrinho, correspondentes aos ângulos de inclinações,$\theta = 6^0$, $\theta = 8^0$, $\theta = 10^0$, $\theta = 12^0$, respectivamente, e anote todos os valores na Tab.6. Com base nos gráficos dos deslocamentos em função dos tempos médios no papel loglog, é possível afirmar que, o movimento do carrinho sobre o trilho de ar inclinado, é de fato uniformemente acelerado? Discuta este questionamento em seu relatório.

18. Calcule os valores de $sen\ \theta$ para todos os ângulos de inclinação θ e anote-os na Tab.6.

19. Marque os pontos da Tab.6 referentes a ***aceleração*** a_x e ***seno do ângulo de inclinação*** $sen\ \theta$ no papel milimetrado anexo. Use o ***método dos mínimos quadrados*** para calcular o valor da aceleração g da gravidade local. Depois disso, trace, no gráfico, a reta com a inclinação e o intercepto calculados. Cuide para que o número de algarismos significativos usado na determinação da aceleração da gravidade seja apropriado. Compare o valor da aceleração g da gravidade local encontrado neste experimento com o valor esperado de $9,78 m/s^2$, obtido da literatura.

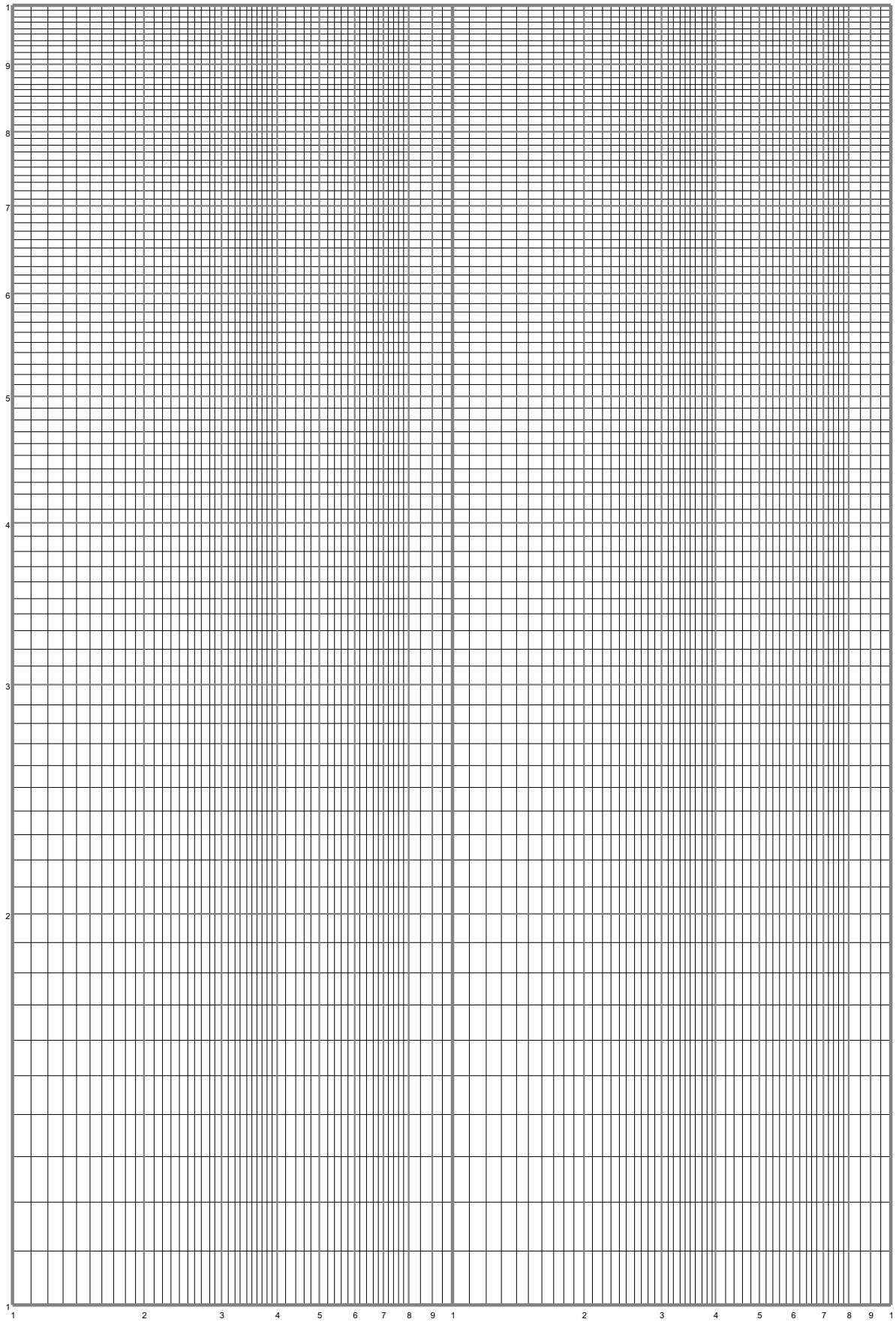

Fig. 8: Papel loglog.

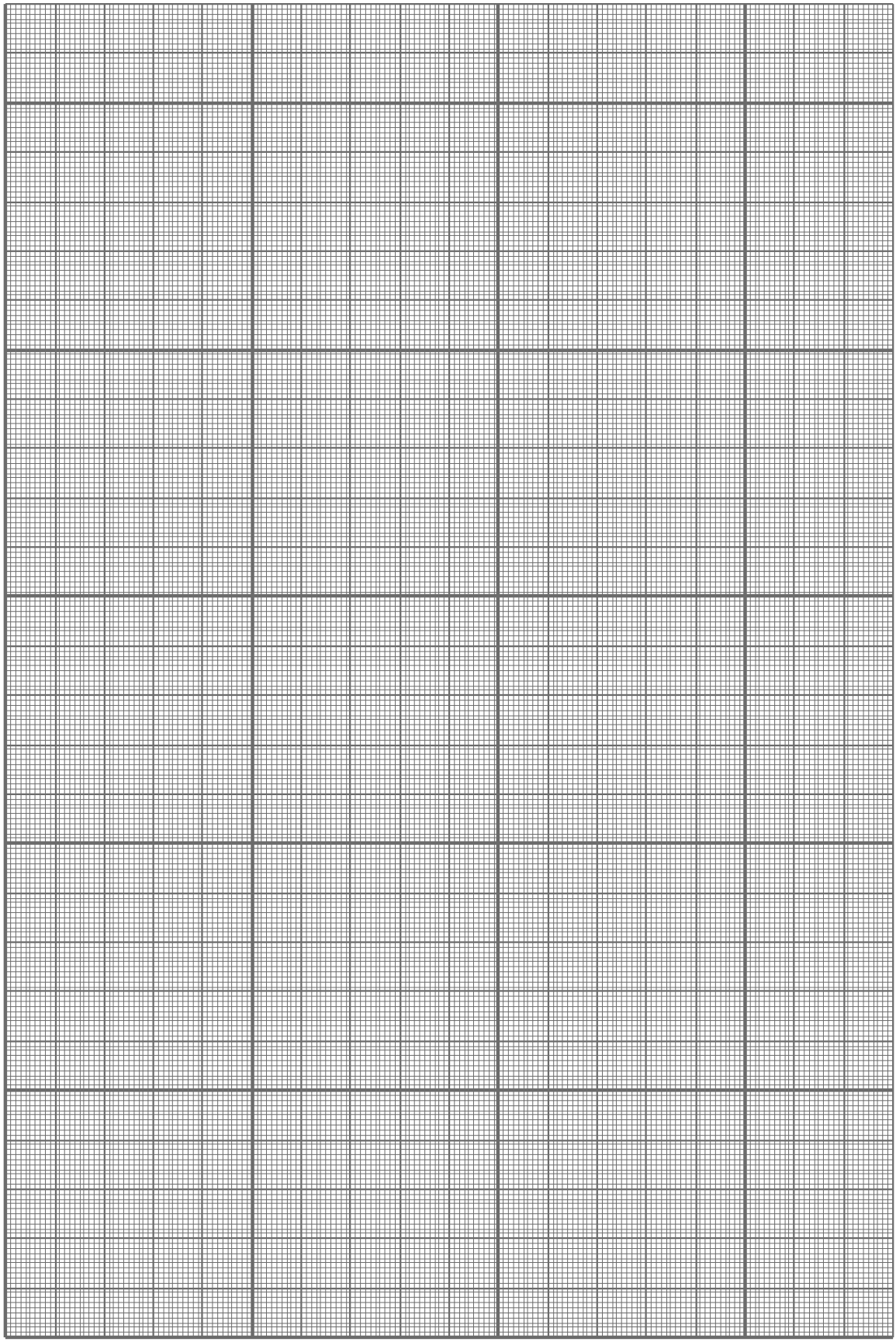

Fig. 9: Folha de papel milimetrado 1.