Produto escalar

Às vezes, em Estática, é preciso calcular o ângulo entre duas retas ou os componentes de uma força paralela ou perpendicular a uma reta.

Produto escalar

Às vezes, em Estática, é preciso calcular o ângulo entre duas retas ou os componentes de uma força paralela ou perpendicular a uma reta.

- em duas dimensões: emprega-se a trigonometria
- em três dimensões: são necessários métodos vetoriais.

Produto escalar

Às vezes, em Estática, é preciso calcular o ângulo entre duas retas ou os componentes de uma força paralela ou perpendicular a uma reta.

- em duas dimensões: emprega-se a trigonometria
- em três dimensões: são necessários métodos vetoriais.

Produto escalar: é um método particular para *multiplicar* dois vetores, e pode ser usado para resolver os problemas acima.

Produto escalar

Às vezes, em Estática, é preciso calcular o ângulo entre duas retas ou os componentes de uma força paralela ou perpendicular a uma reta.

- em duas dimensões: emprega-se a trigonometria
- em três dimensões: são necessários métodos vetoriais.

Produto escalar: é um método particular para *multiplicar* dois vetores, e pode ser usado para resolver os problemas acima. Definição: **A.B** é o produto das intensidades de **A** e **B** e do cosseno do ângulo formado por eles.

$$\mathbf{A}.\mathbf{B} = ABcos\theta$$

onde $0^o \leq \theta \leq 180^o$.

Propriedades do Produto escalar

- comutativa: **A**.**B**=**B**.**A**

Prof^{a} Michèle Farage, Prof^{a} Flávia Bastos

Propriedades do Produto escalar

- comutativa: **A.B**=**B.A**
- multiplicação por escalar:
  α**A.B**$=(\alpha$**A**$)$.**B**=**A**.$(\alpha$**B**$)=$ **A.B**α

Propriedades do Produto escalar

- comutativa: $\mathbf{A.B}=\mathbf{B.A}$
- multiplicação por escalar: $\alpha\mathbf{A.B}=(\alpha\mathbf{A}).\mathbf{B}=\mathbf{A}.(\alpha\mathbf{B})=\mathbf{A.B}\alpha$
- distributiva: $\mathbf{A}.(\mathbf{B}+\mathbf{D})=(\mathbf{A}.\mathbf{B})+(\mathbf{A}.\mathbf{D})$

Exercício proposto

Provar que o produto escalar entre dois vetores obedece à lei distributiva.

Produto escalar dos vetores unitários de direção

Os vetores unitários de direção dos eixos cartesianos são denominados **i**, **j**, **k**.

Produto escalar entre os vetores unitários das direções cartesianas:

$$\mathbf{i}.\mathbf{i} = i.i.\cos 0^o = 1 \qquad \mathbf{i}.\mathbf{j} = i.j.\cos 90^o = 0$$
$$\mathbf{j}.\mathbf{j} = j.j.\cos 0^o = 1 \qquad \mathbf{i}.\mathbf{k} = i.k.\cos 90^o = 0$$
$$\mathbf{k}.\mathbf{k} = k.k.\cos 0^o = 1 \qquad \mathbf{j}.\mathbf{k} = j.k.\cos 90^o = 0$$

Prof[a] Michèle Farage, Prof[a] Flávia Bastos

Produto escalar de vetores cartesianos

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \\
\mathbf{B} &= B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}
\end{aligned}$$

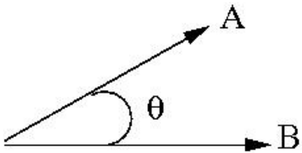
$$\begin{aligned}
\mathbf{A}.\mathbf{B} &= (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}).(B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}) \\
&= A_xB_x\mathbf{i}.\mathbf{i} + A_yB_y\mathbf{j}.\mathbf{j} + A_zB_z\mathbf{k}.\mathbf{k} \\
&= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z
\end{aligned}$$

Aplicações do Produto escalar

- Ângulo entre dois vetores: $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{\mathbf{A}.\mathbf{B}}{AB}\right)$
- Componentes paralelo e perpendicular de uma reta a um vetor:

Prof[a] Michèle Farage, Prof[a] Flávia Bastos

Aplicações do Produto escalar



- Ângulo entre dois vetores: $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{A}.\mathbf{B}}{AB}\right)$
- Projeções de um vetor sobre uma reta.

Produto vetorial

O produto vetorial de dois vetores **A** e **B** resulta em outro vetor **C**.

$$\mathbf{A} \mathrm{x} \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

Produto vetorial

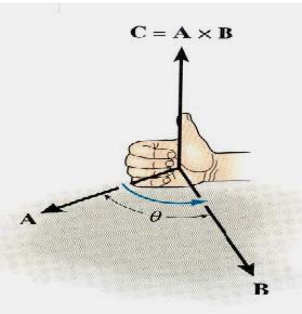
O produto vetorial de dois vetores **A** e **B** resulta em outro vetor **C**.

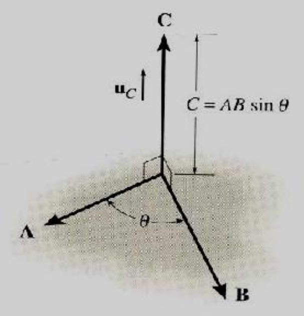
$$\mathbf{A}\mathrm{x}\mathbf{B} = \mathbf{C}$$

A magnitude e a direção do vetor resultante são dadas por:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathrm{x}\mathbf{B} = AB\sin\theta\,\mathbf{u_c}$$

onde $\mathbf{u_c}$ é o vetor unitário na direção perpendicular a **A** e **B**.



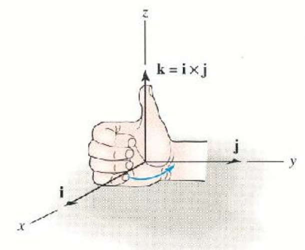


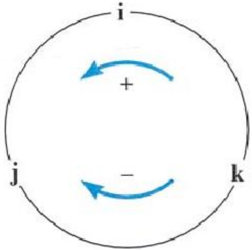
Produto vetorial

A regra da mão direita é uma ferramenta útil para se determinar a direção do vetor resultante de um produto vetorial. Por exemplo, considerando os unitários das direções dos eixos cartesianos:

$$\mathbf{i} \mathrm{x} \mathbf{j} = \mathbf{k}$$

$$\mathbf{i} \mathrm{x} \mathbf{i} = \mathbf{0}$$





Produto vetorial

Cálculo do produto vetorial:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Por componentes:

For element **i**:
$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mathbf{i}(A_y B_z - A_z B_y)$$

For element **j**:
$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -\mathbf{j}(A_x B_z - A_z B_x)$$

For element **k**:
$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mathbf{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$