

# Representação gráfica de vetores

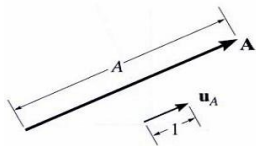
Graficamente, um vetor é representado por uma flecha:

- ▶ a **intensidade** é o comprimento da flecha;
- ▶ a **direção** é definida pelo ângulo entre o eixo de referência e a reta de ação da flecha;
- ▶ o **sentido** é representado pela ponta da flecha.



## Vetores unitários

Seja o vetor **A**, representado na figura abaixo.

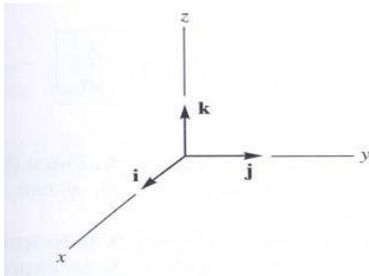


O vetor unitário relativo a **A** é definido como  $u_A = \frac{A}{A}$  e apresenta as seguintes características:

1. tem magnitude **1**;
2. é adimensional e
3. aponta na mesma direção que o vetor **A**

## Vetores unitários

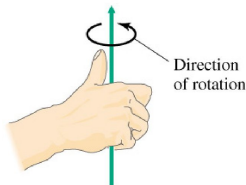
Os vetores unitários do sistema de eixos cartesianos são  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$ , e apontam nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



## Vetores cartesianos

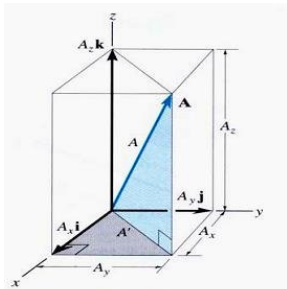
As operações da álgebra vetorial, quando aplicadas na solução de problemas *tridimensionais*, são simplificadas se os vetores são representados primeiro na forma vetorial cartesiana.

**Sistema de coordenadas da *mão direita*:** Um sistema coordenado é da *mão direita* se o polegar dessa mão apontar na direção positiva do eixo  $z$  quando os dedos são dobrados em torno desse eixo, orientados a partir do eixo  $x$  positivo para o eixo  $y$  positivo.

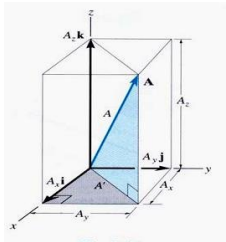


## Componentes retangulares de um vetor

Um vetor **A** pode ter um, dois ou três componentes ao longo dos eixos de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , dependendo de como se orienta em relação aos eixos.



## Componentes retangulares de um vetor

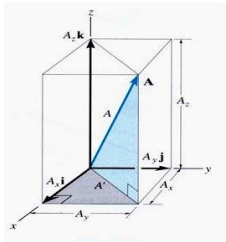


O vetor  $\mathbf{A}$  pode ser definido como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

## Componentes retangulares de um vetor



O vetor **A** pode ser definido como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

A projeção de **A** no plano  $xy$  é **A'**:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$$

## Componentes retangulares de um vetor

e a intensidade de **A'** é:

$$A' = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$



## Componentes retangulares de um vetor

e a intensidade de **A'** é:

$$A' = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

e a intensidade de **A** é:

$$A = \sqrt{(A')^2 + (A_z)^2} = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2}$$

## Componentes retangulares de um vetor

e a intensidade de **A'** é:

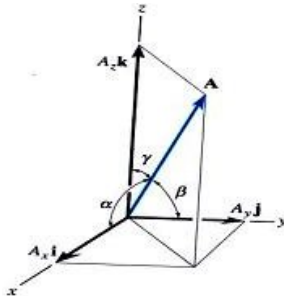
$$A' = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

e a intensidade de **A** é:

$$A = \sqrt{(A')^2 + (A_z)^2} = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2}$$

*Portanto, a intensidade de **A** é a raiz quadrada da soma dos quadrados de todas as componentes.*

## Orientação de um vetor cartesiano



A direção ou orientação de um vetor cartesiano é definida pelos **ângulos diretores coordenados**  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , medidos entre o vetor e as direções positivas  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente, que variam de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

## Orientação de um vetor cartesiano

Os **cossenos diretores** são dados por:

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos \beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{A}$$

que devem obedecer à seguinte relação:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

o que pode ser derivado da definição de vetor unitário:

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k}$$

ou:

$$\mathbf{u}_A = \cos \alpha \mathbf{i} + \cos \beta \mathbf{j} + \cos \gamma \mathbf{k}$$

## Soma e subtração de vetores

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x) \mathbf{i} + (A_y + B_y) \mathbf{j} + (A_z + B_z) \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x) \mathbf{i} + (A_y - B_y) \mathbf{j} + (A_z - B_z) \mathbf{k}$$

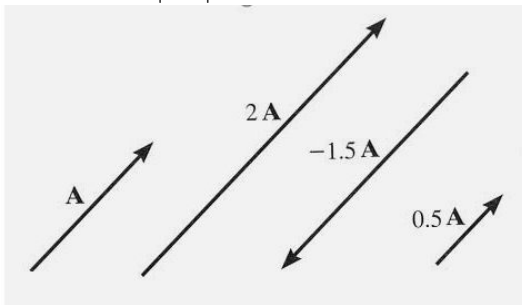
Generalizando para o caso de sistemas de forças concorrentes:

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} = \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k}$$

# Operações vetoriais

## Multiplicação e Divisão de um Vetor por um Escalar

O produto de um vetor  $\mathbf{A}$  por um escalar  $a$  é um vetor de intensidade  $|a\mathbf{A}|$ .

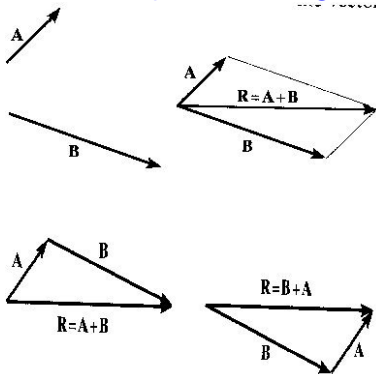


# Adição vetorial

A adição de dois vetores **A** e **B** é feita usando-se a [Lei do Paralelogramo](#) ou a [Construção do Triângulo](#).

# Adição vetorial

A adição de dois vetores **A** e **B** é feita usando-se a **Lei do Paralelogramo** ou a **Construção do Triângulo**.





# Operações vetoriais

## QUESTÕES

- ▶ Como se faz a subtração vetorial?

# Operações vetoriais

## QUESTÕES

- ▶ Como se faz a subtração vetorial?
- ▶ Como se obtém as componentes de um vetor em duas direções determinadas?

# Operações vetoriais

## QUESTÕES

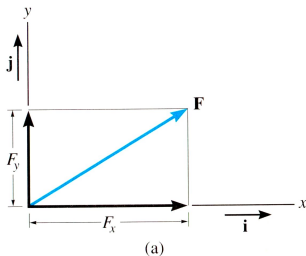
- ▶ Como se faz a subtração vetorial?
- ▶ Como se obtém as componentes de um vetor em duas direções determinadas?
- ▶ Graficamente, como se faz a soma de mais de dois vetores concorrentes?

## Notação vetorial cartesiana

A decomposição de vetores equivale ao inverso da lei do paralelogramo:  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  são os vetores unitários nas direções  $x$  e  $y$ .

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

Dado um vetor  $\mathbf{F}$ , pode-se calcular as suas componentes em quaisquer direções  $x$  e  $y$ .



# Adição de vários vetores

1. Decomposição de cada vetor nas direções  $x$  e  $y$

# Adição de vários vetores

1. Decomposição de cada vetor nas direções  $x$  e  $y$
2. Soma de todas as componentes em cada direção;

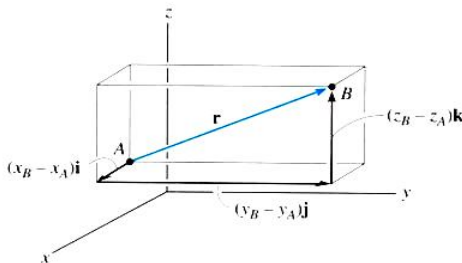
# Adição de vários vetores

1. Decomposição de cada vetor nas direções  $x$  e  $y$
2. Soma de todas as componentes em cada direção;
3. Cálculo da magnitude e da direção do vetor resultante.

$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_x + \sum \mathbf{F}_y$$

# Vetor posição

Uma outra forma de representar as forças é através do vetor posição.



**Vetor posição  $\mathbf{r}$ :** é um vetor fixo que localiza um ponto do espaço em relação a outro ponto.



$$\mathbf{r}_{AB} = (X_B - X_A)\mathbf{i} + (Y_B - Y_A)\mathbf{j} + (Z_B - Z_A)\mathbf{k}$$

Uma força pode ser representada através do vetor unitário - que indica a orientação da força - e da intensidade da força.

# Vetor posição

Para tanto, é necessário:

- a) Determinar o vetor posição  $\mathbf{r}_{AB}$  a partir de dois pontos da linha;
- b) Determinar o vetor unitário que descreve a direção da linha:  $\mathbf{u}_{AB} = \mathbf{r}_{AB}/r_{AB}$ ;
- c) Multiplicar o vetor unitário pela intensidade da força:  
 $\mathbf{F} = F\mathbf{u}_{AB}$ ;