

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Faculdade de Engenharia  
Graduação em Engenharia Elétrica

**Loan Tullio de F. W. da Silva**

**Modelagem e Simulação Computacional de Sistemas de Acionamento de  
Locomotivas em Linguagem Modelica**

Juiz de Fora

2017

**Loan Tullio de F. W. da Silva**

**Modelagem e Simulação Computacional de Sistemas de Acionamento de Locomotivas em Linguagem Modelica**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Professor Ph.D. Marcelo Aroca Tomim

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Loan Tullio de Frank Willians.

Modelagem e Simulação Computacional de Sistemas de Acionamento  
de Locomotivas em Linguagem Modelica / Loan Tullio de F. W. da Silva.  
– 2017.

112 f. : il.

Orientador: Professor Ph.D. Marcelo Aroca Tomim

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal de  
Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Graduação em Engenharia Elétrica,  
2017.

1. Acionamento. 2. Modelagem. 3. Modelica.

Loan Tullio de F. W. da Silva

**Modelagem e Simulação Computacional de Sistemas de Acionamento de Locomotivas em Linguagem Modelica**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Aprovada em: 04/08/2017

BANCA EXAMINADORA

---

Professor Ph.D. Marcelo Aroca Tomim - Orientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Professor Dr. Pedro Gomes Barbosa  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Professor Dr. Pedro Machado de Almeida  
Universidade Federal de Juiz de Fora

*Aos meus pais, Carla e Francisco, pelo amor e incentivo.  
Em especial, a minha namorada Luana pelo amor e apoio incomensuráveis, sem os quais  
eu não teria chegado até aqui.*

---

## AGRADECIMENTOS

---

Este trabalho é resultado de meus estudos acadêmicos na Universidade Federal de Juiz de Fora. Durante essa jornada, muitas pessoas contribuíram para o meu aprendizado.

A primeira delas, à quem dedico, é ao Professor Tiago Garcia do SENAI, o responsável e grande incentivador em me fazer cursar a faculdade de Engenharia Elétrica.

Além disso, gostaria de expressar minha sincera gratidão ao meu orientador Professor Marcelo A. Tomim por sua orientação, incentivo, dedicação incomum e amizade construída durante todo o desenvolvimento deste trabalho. Sou muito grato por tê-lo como exemplo profissional.

Ao apoio financeiro da Universidade Federal de Juiz de Fora através das Bolsas de Iniciação Científica, imprescindíveis à realização deste trabalho.

Aos nobres professores que contribuíram para minha formação e merecem todo o reconhecimento.

Aos grandes amigos que fiz nesses anos dentro da UFJF, que a todo momento estiverem ao meu lado e irão para sempre fazer parte da minha vida.

Aos meus pais, Carla e Francisco, pelos valores à mim ensinados, mais importantes que qualquer conhecimento. Por me ensinarem o valor da educação e por me fazer acreditar nela. A minha irmã Sabrina, ao meu padastro Valter e com enorme carinho àqueles que presenciaram de perto essa caminhada, meus queridos avós José Geraldo e Maria de Lourdes.

A minha namorada Luana pelo amor, paciência, apoio e por todos sacrifícios que ela sofreu durante todos esses anos. Este trabalho é tanto deles quanto meu.

Por fim, a Deus, por concedido a mim saúde, sabedoria e discernimento durante esta árdua jornada.

“Insanidade é continuar fazendo sempre a mesma coisa e esperar resultados diferentes,  
Albert Einstein”

O objetivo desta pesquisa foi desenvolver técnicas de modelagem matemática e simulação computacional de sistemas de acionamentos elétricos voltados ao setor ferroviário brasileiro. Sistemas de acionamento de locomotivas são complexos, contendo sistemas de conversão eletromecânica de energia compostos por motores a combustão interna, geradores elétricos, conversores estáticos, além dos motores que propulsionam os trens e as suas respectivas cargas. Este estudo aborda os procedimentos de modelagem física e simulação de máquinas elétricas, conversores estáticos de potência e controladores aplicados aos sistemas de acionamento de motores de indução em linguagem *Modelica*. A linguagem *Modelica* é orientada a objeto em que visa descrever e modelar sistemas físicos de forma declarativa através de equações. No âmbito da engenharia, esta linguagem possui uma padronização para descrição de sistemas físicos compostos de diversos componentes de origem elétrica, mecânica, química, entre outros. A primeira parte do trabalho concentra-se na modelagem das máquinas elétricas, obtendo-se as equações que regem o seu comportamento dinâmico. Em seguida, a modelagem se concentra nos modelos médios e instantâneos dos conversores estáticos de potência. Nos modelos médios são suprimidos os efeitos oriundos da comutação através do cálculo dos valores médios de tensão e corrente. A referência para o sinal de controle do inversor de potência foi obtida via *Modulação por Largura de Pulso (PWM)*, na qual é utilizada a técnica por Controle Vetorial. Esta técnica visa a obtenção do conjugado máximo da máquina elétrica, mesmo durante períodos transitórios. Para tal, a estratégia mencionada procura manter a perpendicularidade entre o fluxo e a corrente, neste caso, do rotor através da orientação de fluxo. São inerentes aos modelos dinâmicos estabelecer condições iniciais apropriadas, as quais impõe desafios a simulação na plataforma *OpenModelica*. Neste estudo foi possível verificar o potencial da plataforma *OpenModelica* para modelagem e simulação de sistemas dinâmicos complexos tais como o acionamento de locomotivas. Os resultados obtidos mostram as vantagens da utilização da linguagem *Modelica* e o emprego da plataforma *OpenModelica*.

**PALAVRAS-CHAVE:** Acionamento, Modelagem, Modelica.

---

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

Figura 1 – Esquema do sistema de acionamento elétrico de uma locomotiva. . . . .	17
Figura 2 – Representação de uma máquina síncrona nos eixos d e q. . . . .	22
Figura 3 – Diagrama fasorial para análise em regime permanente de uma máquina síncrona. . . . .	30
Figura 4 – Tipos de rotor utilizados em motores de indução (SOLOVYEVA, 2013). . . . .	35
Figura 5 – Representação de uma máquina de indução. . . . .	36
Figura 6 – Motor de indução de 2 polos. . . . .	37
Figura 7 – Transformação para o referencial arbitrário por relações trigonométricas. . . . .	39
Figura 8 – Diagrama de blocos de um sistema eletrônico de potência. . . . .	44
Figura 9 – Retificador trifásico de seis pulsos em ponte completa não controlado. . . . .	46
Figura 10 – Forma de onda da tensão $v_{cc}$ na saída do retificador. . . . .	46
Figura 11 – Inversor trifásico de seis degraus. . . . .	47
Figura 12 – Modulação por largura de pulso. . . . .	48
Figura 13 – Conversor CA/CA com um elo CC. . . . .	50
Figura 14 – Torque em um laço de corrente. . . . .	52
Figura 15 – Torque produzido em um motor de indução. . . . .	53
Figura 16 – Controle vetorial genérico através da orientação de fluxo do rotor. . . . .	56
Figura 17 – Controle vetorial indireto através da orientação de fluxo do rotor. . . . .	57
Figura 18 – Regulador de velocidade da máquina primária. . . . .	58
Figura 19 – Regulador de tensão do gerador síncrono. . . . .	59
Figura 20 – Transformação entre dois sistemas referenciais através de relações trigonométricas. . . . .	61
Figura 21 – Controle de tensão para obtenção do ciclo de trabalho. . . . .	61
Figura 22 – Fonte de tensão baseada no controle de corrente. . . . .	63
Figura 23 – Interdependências do sistema de tração locomotor (SAADAT; ESFAHANIAN; SAKET, 2016). . . . .	65
Figura 24 – Posição $\vec{r}(s)$ da locomotiva ao longo da trajetória. . . . .	66
Figura 25 – Modelo de uma composição e suas conexões mecânicas. . . . .	67
Figura 26 – Parâmetros da inclinação. . . . .	68
Figura 27 – Forças externas devido à inclinação. . . . .	69
Figura 28 – Estrutura do regenerador de energia. . . . .	74

Figura 29 – Estrutura do regenerador durante a reversão. . . . .	75
Figura 30 – Regulador de tensão do acumulador de energia. . . . .	75
Figura 31 – Exemplo de um circuito RLC série na plataforma OpenModelica. . . . .	77
Figura 32 – Modelo equivalente do circuito RLC série em linguagem Modelica. . . . .	78
Figura 33 – Ponte retificadora trifásica implementada na plataforma OpenModelica. . . . .	80
Figura 34 – Elo em corrente contínua na plataforma OpenModelica. . . . .	81
Figura 35 – Fonte de tensão baseada no controle de corrente. . . . .	81
Figura 36 – Ciclo de trabalho. . . . .	82
Figura 37 – Esquema do PWM senoidal. . . . .	83
Figura 38 – Inversor fonte de tensão (VSI). . . . .	84
Figura 39 – Controle vetorial indireto implementado na plataforma OpenModelica . . . . .	85
Figura 40 – Determinação da corrente comandada $i_{qs}^*$ em linguagem Modelica. . . . .	85
Figura 41 – Estimativa da velocidade de escorregamento em linguagem Modelica. . . . .	86
Figura 42 – Regulador de velocidade da máquina primária na plataforma OpenModelica. . . . .	86
Figura 43 – Regulador de tensão do gerador síncrono na plataforma OpenModelica. . . . .	87
Figura 44 – Sistema supervisorio em linguagem Modelica. . . . .	89
Figura 45 – Redirecionamento e medição da energia regenerada. . . . .	89
Figura 46 – Controle de velocidade da locomotiva. . . . .	90
Figura 47 – Trajetória sintetizada. . . . .	91
Figura 48 – Deslocamento da locomotiva. . . . .	92
Figura 49 – Velocidade de deslocamento da locomotiva. . . . .	93
Figura 50 – Tensão terminal de linha do gerador síncrono. . . . .	93
Figura 51 – Tensão no elo CC. . . . .	94
Figura 52 – Corrente no elo CC. . . . .	95
Figura 53 – Característica da potência elétrica no motor de indução. . . . .	95
Figura 54 – Energia Regenerada. . . . .	96
Figura 55 – Conjugado eletromagnético. . . . .	97
Figura 56 – Corrente instantânea de fase. . . . .	97
Figura 57 – Modelo completo para o acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica na plataforma OpenModelica. . . . .	98
Figura 58 – Modelo simplificado para o acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica na plataforma OpenModelica. . . . .	99
Figura 59 – Modelo para gerador síncrono em linguagem Modelica. . . . .	107
Figura 60 – Modelo para o motor de indução em linguagem Modelica. . . . .	109
Figura 61 – Modelo para o motor de indução em linguagem Modelica. . . . .	109
Figura 62 – Modelo básico de locomotivas em linguagem Modelica. . . . .	111
Figura 63 – Definição de acoplamento mecânico na linguagem Modelica. . . . .	112

---

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1 – Indutâncias do estator e rotor, próprias e mútuas, de uma máquina síncrona. . . . .	26
Tabela 2 – Indutâncias mútuas entre o estator e rotor de uma máquina síncrona. . . . .	26
Tabela 3 – Coeficientes de Davis . . . . .	70
Tabela 4 – Parâmetros da motor de indução. . . . .	79
Tabela 5 – Parâmetros do gerador síncrono. . . . .	80
Tabela 6 – Parâmetros da fonte de tensão baseada no controle de corrente. . . . .	82
Tabela 7 – Parâmetros do regulador de velocidade. . . . .	87
Tabela 8 – Parâmetros do regulador de tensão. . . . .	88
Tabela 9 – Parâmetros de Simulação . . . . .	91

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
GS	Gerador síncrono
MIT	Motor de indução trifásico
PWM	Modulação por largura de pulso (Pulse Width Modulation)
VSI	Fonte de tensão baseada no controle de corrente (Voltage Source Inverter)
FOC	Controle vetorial (Field Oriented Control)
HP	Cavalos de potência (Horsepower)
abc	Índice associado a grandezas no referencial abc
qd0	Índice associado a grandezas no referencial qd0
$V$	Tensão [V]
$V_{cc}$	Tensão contínua [V]
$V_{\phi\phi}$	Tensão fase-fase [V]
$rms$	Valor eficaz (root mean square)
$rpm$	Rotações por minuto
$\tau_e$	Conjugado eletromagnético [ $N \cdot m$ ]
$f_e$	Frequência elétrica do sistema [Hz]
$\omega_e$	Frequência angular síncrona do sistema [rad/s]

$\omega_r$	Frequência angular de rotação [rad/s]
$\omega_s$	Frequência angular de escorregamento [rad/s]
$r_s$	Resistência de armadura [ $\Omega$ ]
$r'_r$	Resistência do rotor referida ao estator [ $\Omega$ ]
$N_s$	Número de enrolamentos de armadura
$N_r$	Número de enrolamentos do rotor
$N_{kq1} N_{kq2}$	Número de enrolamentos de eixo em quadratura
$N_{fd} N_{kd}$	Número de enrolamentos de eixo direto
$r'_{kq1} r'_{kq2}$	Resistências dos enrolamentos de eixo em quadratura [ $\Omega$ ]
$r'_{fd} r'_{kd}$	Resistências dos enrolamentos de eixo direto [ $\Omega$ ]
$X'_{kq1} X'_{kq2}$	Reatâncias dos enrolamentos de eixo em quadratura [ $\Omega$ ]
$X'_{fd} X'_{kd}$	Reatâncias dos enrolamentos de eixo direto [ $\Omega$ ]
$i'_{kq1} i'_{kq2}$	Correntes nos enrolamentos de eixo em quadratura [I]
$i'_{fd} i'_{kd}$	Correntes nos enrolamentos de eixo direto [I]
$v'_{kq1} v'_{kq2}$	Tensões nos enrolamentos de eixo em quadratura [V]
$v'_{fd} v'_{kd}$	Tensões nos enrolamentos de eixo direto [V]
$\lambda'_{kq1} \lambda'_{kq2}$	Fluxos enlaçados nos enrolamentos de eixo em quadratura [Wb]
$\lambda'_{fd} \lambda'_{kd}$	Fluxos enlaçados nos enrolamentos de eixo direto [Wb]
$E_{fd}$	Tensão interna da máquina [V]
$X_{ls}$	Reatâncias de dispersão da armadura [ $\Omega$ ]
$X_k \forall k \in \{q,d\}$	Reatâncias de armadura no referencial qd0 [ $\Omega$ ]
$X'_{lr}$	Reatâncias de dispersão do rotor referida ao estator [ $\Omega$ ]
$X_m$	Reatâncias de magnetização [ $\Omega$ ]
$L_m$	Indutância de magnetização [H]
$L_{aa} L_{bb} L_{cc}$	Indutâncias próprias de armadura [H]

$L_{ab} L_{ac} L_{ba} L_{bc} L_{ca} L_{cb}$	Indutâncias mútuas de armadura [H]
$L_{akq1} L_{akq2} L_{afd} L_{akd}$	
$L_{bkq1} L_{bkq2} L_{bfd} L_{bkd}$	Indutâncias mútuas entre armadura e o rotor [H]
$L_{ckq1} L_{ckq2} L_{cfd} L_{ckd}$	
$L_{kq1} L_{kq2} L_{fd} L_{kd}$	Indutâncias próprias do rotor [H]
$L_{kq1kq2} L_{fdkd}$	Indutâncias mútuas do rotor [H]
$L_T$	Indutância equivalente de Thévenin [H]
$i_{qs} i_{ds} i_{0s}$	Correntes de armadura no referencial qd0 [A]
$v_{qs} v_{ds} v_{0s}$	Tensões de armadura no referencial qd0 [V]
$\lambda_{qs} \lambda_{ds} \lambda_{0s}$	Fluxos enlaçados na armadura no referencial qd0 [Wb]
$i_{as} i_{bs} i_{cs}$	Correntes de armadura na referência abc [A]
$v_{as} v_{cs} v_{cs}$	Tensões de armadura na referência abc [V]
$\lambda_{as} \lambda_{cs} \lambda_{qs}$	Fluxos enlaçados na armadura no referencial abc [Wb]
$i_{qr} i_{dr} i_{0r}$	Correntes do rotor no referencial qd0 [A]
$v_{qr} v_{dr} v_{0r}$	Tensões do rotor no referencial qd0 [V]
$\lambda_{qr} \lambda_{dr} \lambda_{0r}$	Fluxos enlaçados do rotor no referencial qd0 [Wb]
$i_{ar} i_{br} i_{cr}$	Correntes do rotor no referencial abc [A]
$v_{ar} v_{br} v_{cr}$	Tensões do rotor no referencial abc [V]
$\lambda_{ar} \lambda_{br} \lambda_{cr}$	Fluxos enlaçados do rotor no referencial abc [Wb]
$J$	Momento de inércia [ $kg \cdot m^2$ ]
$H$	Constante de inércia [s]
$P$	Número de polos
$\theta$	Ângulos
$\delta$	Ângulo de carregamento da máquina

$s$	Trajectoria [ $m$ ]
$i$	Inclinação [ $m/m$ ]
$\vec{r}$	Vetor posição [ $m$ ]
$\vec{r}_{tg}$	Vetor posição tangencial [ $m$ ]
$\vec{r}_n$	Vetor posição normal [ $m$ ]
$\vec{v}$	Velocidade [ $m/s$ ]
$\vec{a}$	Aceleração [ $m/s^2$ ]
$\Phi$	Acoplamento mecânico
$\vec{F}_{mot}$	Força motora [N]
$\vec{F}_i$	Força de inclinação [N]
$\vec{F}_{fric}$	Força de fricção [N]
$\vec{F}_{curva}$	Força de curvatura [N]
$\vec{F}_{fw} \vec{F}_{rw}$	Forças de acoplamento [N]
$m$	massa [kg]
$\vec{g}$	Aceleração gravitacional [ $m/s^2$ ]
$\kappa$	Curvatura [ $1/m$ ]
$\rho$	Raio de curvatura [ $m$ ]
$\mu$	Coefficiente de aderência
$R_{roda}$	Raio da roda de tração [ $m$ ]

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>16</b>
1.1	Sistema de acionamento elétrico de locomotivas . . . . .	16
1.2	Objetivos . . . . .	19
1.3	Estrutura do Trabalho . . . . .	19
<b>2</b>	<b>MÁQUINA SÍNCRONA . . . . .</b>	<b>21</b>
2.1	Modelo matemático . . . . .	22
2.2	Equações de tensão – Referencial <i>abc</i> . . . . .	24
2.3	Transformada de Park . . . . .	26
2.4	Equações de tensão no referencial do rotor – Equações de Park . . . . .	27
2.5	Análise em regime permanente . . . . .	29
2.6	Equações de potência e conjugado eletromagnético . . . . .	32
<b>3</b>	<b>MÁQUINA DE INDUÇÃO . . . . .</b>	<b>34</b>
3.1	Modelo da máquina de indução . . . . .	35
3.2	Equações de tensão . . . . .	36
3.3	Equações de transformação para o referencial arbitrário . . . . .	39
3.4	Equações de tensão no referencial arbitrário . . . . .	40
3.5	Equações de potência e conjugado eletromagnético . . . . .	42
<b>4</b>	<b>CONVERSORES DE POTÊNCIA . . . . .</b>	<b>44</b>
4.1	Conversor CA/CC . . . . .	45
4.2	Conversor CC/CA . . . . .	47
4.3	Conversor CA/CA com elo CC . . . . .	50
<b>5</b>	<b>ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO . . . . .</b>	<b>51</b>
5.1	Princípio do controle vetorial (FOC) . . . . .	52
5.2	Orientação indireta de fluxo no rotor (IFOC) . . . . .	56
<b>6</b>	<b>CONTROLADORES . . . . .</b>	<b>58</b>
6.1	Regulador de velocidade da máquina primária . . . . .	58
6.2	Regulador de tensão da máquina síncrona . . . . .	59
6.3	Regulação de tensão e corrente da máquina de indução . . . . .	60
<b>7</b>	<b>MODELAGEM DA CARGA . . . . .</b>	<b>64</b>

7.1	<b>Introdução</b> . . . . .	64
7.2	<b>Modelo da locomotiva</b> . . . . .	65
7.3	<b>Forças Atuantes</b> . . . . .	68
7.3.1	Força devido à inclinação . . . . .	68
7.3.2	Força devido à fricção . . . . .	69
7.3.3	Força devido à curvatura . . . . .	70
7.3.4	Força de aderência . . . . .	70
7.3.5	Considerações sobre a força resultante . . . . .	71
7.3.6	Relção entre a força motora e o conjugado mecânico . . . . .	71
<b>8</b>	<b>FRENAGEM REGENERATIVA</b> . . . . .	<b>73</b>
8.1	<b>Funcionamento e Modo Operativo</b> . . . . .	73
<b>9</b>	<b>APLICAÇÕES E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>76</b>
9.1	<b>Introdução à linguagem Modelica</b> . . . . .	76
9.2	<b>Aplicação em circuitos elétricos</b> . . . . .	77
9.3	<b>Modelagem</b> . . . . .	79
9.3.1	Máquinas elétricas . . . . .	79
9.3.2	Conversor CA/CC . . . . .	80
9.3.3	Elo CC . . . . .	80
9.3.4	Conversor CC/CA . . . . .	81
9.3.5	Esquema de Controle do Acionamento Elétrico . . . . .	83
9.3.6	Unidade de controle do gerador . . . . .	86
9.3.7	Sistema de regeneração . . . . .	88
9.3.8	Controle de velocidade da locomotiva . . . . .	88
9.4	<b>Sistema de acionamento</b> . . . . .	90
<b>10</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>100</b>
10.1	<b>Conclusões</b> . . . . .	100
10.2	<b>Trabalhos futuros</b> . . . . .	101
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>103</b>
<b>A</b>	<b>MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS EM LINGUA- GEM MODELICA</b> . . . . .	<b>105</b>
A.1	Modelagem da máquina síncrona . . . . .	105
A.2	Modelagem do motor de indução . . . . .	107
A.3	Modelagem da transformada de Park . . . . .	109
<b>B</b>	<b>MODELAGEM DA CARGA EM LINGUAGEM MODELICA</b>	<b>110</b>

---

**INTRODUÇÃO**

---

Ao discutir quais são os elementos de maior influência em um país devemos necessariamente considerar a importância de se ter um sistema de transporte eficiente. A malha ferroviária, em função de suas características, possui grande eficiência, consagrando-se como um veículo de transformação econômica e assumindo um papel estratégico na matriz de transporte (CNT., 2013).

Historicamente, para alcance do desenvolvimento econômico, necessitou-se de veículos mais eficientes e rápidos, aparecendo, portanto, as locomotivas diesel-elétricas modernas, que proporcionam maiores velocidades de operação, fazendo com que o custo logístico diminua e conseqüentemente a eficiência dos sistemas de transporte seja maior (LOBO, 2006).

Portanto, a finalidade principal deste trabalho é representar e descrever os componentes elétricos de uma locomotiva diesel-elétrica, por um modelo, ou por uma descrição matemática determinada pelo tipo de sistema, por exemplo, estático ou dinâmico.

Conhecer o modelo que descreva o comportamento de um sistema dinâmico é fundamental no desenvolvimento e implantação de melhorias em sistemas em qualquer área, objetivando o aprimoramento contínuo, desenvolvimento de projetos, viabilização econômica, aumento no desempenho, entre outros. Daí pode-se observar a necessidade cada vez maior de desenvolvimento nesta área de pesquisa.

Neste trabalho, a implementação computacional do modelo é desenvolvida através da linguagem *Modelica*. A linguagem *Modelica* possui como principal característica ser não-causal, isto é, os sistemas são descritos em termos das leis de conservação, o que permite a modelagem através de uma perspectiva física ao invés de simplesmente matemática. A validação do modelo é feita na plataforma *OpenModelica* que é um ambiente para modelagem e simulação bastante promissor.

### 1.1 Sistema de acionamento elétrico de locomotivas

Nesta seção será apresentado em linhas gerais o modelo do acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica, de acordo com as necessidades do estudo.

As locomotivas a diesel modernas possuem a propulsão elétrica na forma dos motores

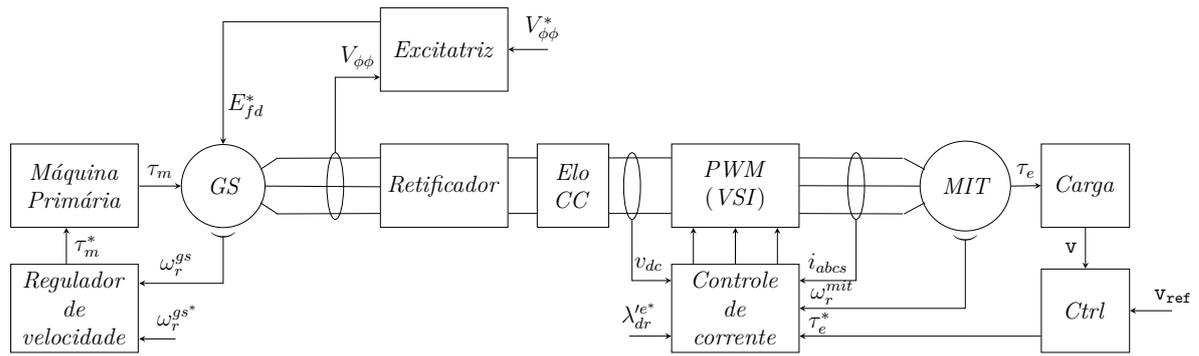


Figura 1 – Esquema do sistema de acionamento elétrico de uma locomotiva a diesel-elétrica.

de tração que impulsionam os eixos e são controlados a partir de módulos eletrônicos, sendo assim denominadas locomotivas *diesel-elétricas*. Esta configuração possui sua própria estação geradora de energia elétrica. A estação de geração consiste em um grande motor diesel acoplado a um gerador síncrono produzindo a eletricidade necessária aos motores elétricos acoplados aos eixos (SIEMENS., 2005).

O modelo apresentado aborda somente os aspectos elétricos acerca do acionamento de uma locomotiva. No entanto, existem diversos outros componentes relacionados ao acionamento, principalmente de origem mecânica. Fica a cargo do leitor uma pesquisa mais aprofundada nas referências citadas que tratam exclusivamente deste assunto.

Na Figura 1 estão denotados todos os componentes relacionados ao acionamento elétrico de uma locomotiva. Estão representados a máquina primária (motor diesel) e seu regulador de velocidade, o gerador síncrono da planta e o seu respectivo controle de excitação além do motor de tração e o módulo responsável pelo seu controle de velocidade e conjugado (SIEMENS., 2005).

O motor diesel é a principal fonte de energia para a locomotiva e é acoplado ao rotor do gerador síncrono. O gerador síncrono gera eletricidade CA que é usada para fornecer energia aos motores de tração montados nos vagões. Em locomotivas mais antigas, o gerador utilizado era uma máquina de corrente contínua. Esse produzia a corrente contínua que era utilizada para acionar os motores de tração CC. Os motores de tração em corrente contínua eram utilizados por possuírem uma maior facilidade e flexibilidade de controle tanto de velocidade como de conjugado.

O desenvolvimento seguinte foi a substituição do gerador de corrente contínua pelo gerador CA, mas ainda usando motores de tração CC. A saída CA era retificada para fornecer a corrente CC necessária para os motores.

Os motores de tração CC foram os tipos tradicionais utilizados por muitos anos. No entanto, nas últimas décadas com o advento da eletrônica de potência, os motores de

corrente alternada tornaram-se padrão para as novas locomotivas. Ao contrário de uma máquina de corrente contínua, os motores CA são menos dispendiosos tanto para fabricação como para manutenção uma vez que não necessitam de contatos mecânicos (comutador e escovas). Além disso, os motores CA são mais leves para uma mesma potência e são mais robustos que os motores CC.

Ademais, a eletrônica de potência moderna permite que os motores CA sejam controlados de forma eficaz através de microprocessadores acoplados aos módulos eletrônicos de alta precisão.

Para converter a saída CA do gerador principal para CC, são necessários retificadores. Se os motores são CC, a saída dos retificadores é usada diretamente. Se os motores são CA, a saída CC dos retificadores é convertida em corrente alternada trifásica para os motores de tração (SIEMENS., 2005).

A conversão da corrente CC para CA é feita através da utilização dos inversores de potência trifásicos. Em sistemas eletrônicos modernos de potência, a conexão entre o retificador e o inversor trifásico é feita a partir de um elo CC. Esta configuração é utilizada de modo a manter os níveis de tensão nos motores de tração sempre em patamares especificados (SIEMENS., 2005; MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989).

Existem algumas variações acerca da forma de como os inversores são configurados, que varia de acordo com cada fabricante. Isto é, se são empregados inversores por cada eixo ou apenas um inversor por locomotiva. Cada configuração possui sua vantagem. O primeiro sistema conecta os motores de tração em paralelo e pode fornecer um melhor esforço de tração, além do mais se um inversor falhar o efeito de tração deste eixo é perdido, no entanto, o esforço de tração dos outros eixos continuam disponíveis. A segunda configuração possui como vantagem o menor custo uma vez que é necessário apenas um inversor por locomotiva, entretanto, em caso de falha do inversor todo esforço de tração será perdido (SIEMENS., 2005).

Todas locomotivas modernas possuem módulos eletrônicos para controle de seus processos. No entanto, somente com o avanço da eletrônica de potência foi possível desenvolver o módulo de controle para os motores de tração CA, uma vez que a velocidade dos motores trifásicos de indução variam com a frequência da tensão aplicada, ao mesmo tempo, que sua potência entregue ao eixo.

Além disso, as locomotivas equipadas com motores de tração CA em que os módulos de controle são baseados em eletrônica de potência, podem facilmente utilizar a frenagem dinâmica, onde os motores CA se tornam geradores e alimentam a corrente resultante para uma resistência a bordo (frenagem reostática) ou para o sistema de alimentação (frenagem regenerativa). Os circuitos são reconfigurados, para permitir que os módulos eletrônicos controlem o fluxo de energia à medida que os motores invertem seu

sentido de rotação.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos deste trabalho incluem o emprego da plataforma *OpenModelica* para simulações de sistemas dinâmicos relacionados ao acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica, utilizando a linguagem *Modelica*. Após o levantamento bibliográfico das mais comuns topologias do sistema de acionamento de uma locomotiva diesel-elétrica, as modelagens propostas neste trabalho dos principais componentes elétricos que constituem o sistema de acionamento, como os geradores síncronos, motores assíncronos, conversores estáticos de potência e seus respectivos controles foram implementados segundo esta filosofia.

Além disso, este trabalho inclui a análise do sistema de frenagem regenerativa através do motor de indução, em que, o propósito foi avaliar a quantidade de energia que poderia ser recuperada e armazenada em um acumulador de energia, de forma genérica, durante a frenagem.

A investigação da quantidade de energia recuperada durante a frenagem regenerativa foi feita através da modelagem do caminho real percorrido por uma locomotiva, onde são considerados os principais fatores que impactam a dinâmica da carga durante todo o trajeto.

O modelo obtido e a simulação computacional deste sistema de acionamento possibilita ao engenheiro a realização de estudos de desempenho dinâmico para diversas situações operativas e de ajustes de controladores e carga. Tais estudos podem servir, por exemplo, de subsídio a especificação de equipamentos, ajustes ótimos de controladores, otimização do consumo de combustível ou do tempo de deslocamento.

## 1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho tem por objetivo revelar os aspectos básicos para a modelagem, compreensão e avaliação dos componentes elétricos encarregados pelo acionamento elétrico de uma locomotiva.

Desta forma, para alcançar o objetivo supracitado, se faz necessária uma análise preliminar e mais detalhada acerca dos principais componentes relacionados ao acionamento. Com o enfoque mais abrangente consolidado, neste presente capítulo, os capítulos seguintes abordam as modelagens específicas para cada componente.

Os Capítulos 2 e 3 trazem a abordagem específica para a modelagem das máquinas elétricas. Os modelos foram obtidos seguindo as técnicas clássicas empregadas na modelagem dinâmica de máquinas elétricas.

No Capítulo 4 são abordados os conversores estáticos de potência, principais componentes relacionados ao acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica.

Nos capítulos 5 e 6 os esforços se concentram na modelagem dos controladores da planta, uma vez que estes são os encarregados por toda dinâmica do sistema de acionamento. O sistema de excitação e o regulador de velocidade da máquina síncrona, o controle de velocidade e conjugado do motor de indução, são de extrema relevância e serão analisados no presente documento.

O Capítulo 7 aborda a modelagem da carga a ser tracionada pelos motores elétricos da composição, baseado na trajetória percorrida pela locomotiva. A modelagem da carga é essencial para caracterizar a dinâmica do sistema de acionamento, uma vez que, com a modelagem da carga, torna-se possível estimar o conjugado eletromagnético a ser desenvolvido pelos motores de tração a cada instante ao longo do percurso e, assim, obter aspectos importantes relacionados aos sistemas de acionamento elétrico, incluindo tensões e correntes que fluem através dos geradores elétricos, inversores e motores de tração, entre outros.

No Capítulo 8 está descrito o esquema do sistema de regeneração empregado na recuperação da energia cinética proveniente do movimento da locomotiva, durante a frenagem. Neste trabalho, a energia recuperada é armazenada em um acumulador de energia, de forma genérica.

Concluídas as modelagem e as parametrizações dos componentes, uma aplicação é realizada no Capítulo 9. Todos os resultados apresentados são resultantes da modelagem desenvolvida em linguagem Modelica e o emprego da plataforma OpenModelica para simulação computacional.

Finalmente, apresenta-se a conclusão deste presente trabalho com as sugestões pertinentes para desenvolvimentos futuros.

---

**MÁQUINA SÍNCRONA**

---

Neste capítulo será apresentado o modelo do gerador síncrono utilizado para acoplar dinamicamente o sistema mecânico e o sistema elétrico, de acordo com a necessidade do estudo do acionamento elétrico de uma locomotiva, descritas no Capítulo 1.

Como uma máquina de indução que realiza trabalho mecânico quando converte a energia elétrica para energia mecânica, a máquina síncrona é o principal meio para conversão de energia mecânica para elétrica.

O comportamento elétrico e eletromagnético da máquina síncrona no presente estudo é descrito a partir das equações trifásicas de uma máquina síncrona com polos salientes.

Duas expressões corriqueiramente utilizadas para descrever os enrolamentos de uma máquina síncrona são *enrolamentos de armadura* e *enrolamento de campo*. A expressão *enrolamento de campo* é utilizada para descrever o enrolamento no qual o campo magnético principal da máquina é produzido e a expressão *enrolamentos de armadura* é aplicada aos enrolamentos nos quais a tensão principal é induzida.

O rotor de uma máquina síncrona possui o enrolamento de campo e um ou mais enrolamentos amortecedores. Além disso, o rotor de uma máquina síncrona com polos salientes é magneticamente assimétrico. Como resultado desta assimetria, uma mudança de variáveis não oferece nenhuma vantagem para as variáveis do rotor (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). No entanto, uma mudança de variáveis pode ser vantajosa para as variáveis do estator. Neste caso, as variáveis do estator são transformadas do referencial arbitrário para o referencial fixo no rotor, as chamadas *equações de Park* do modelo.

A análise feita neste capítulo não leva em consideração a saturação da máquina síncrona e, portanto, esta análise é válida somente para sistemas magnéticos lineares. Além disto, as equações de tensão e torque eletromagnético foram primeiramente estabelecidas em função do tempo, isto é, as equações escritas em coordenadas de fase ou abc. A teoria de referencial nos *eixos-dq* é utilizada para estabelecer as equações da máquina no referencial arbitrário para somente então, serem estabelecidas as equações no referencial do rotor (equações de Park).

### 2.1 Modelo matemático

A descrição matemática ou o modelo desenvolvido neste capítulo é baseado no conceito de uma máquina síncrona ideal com dois polos salientes. Assumi-se que campos produzidos pelas correntes nos enrolamentos são senoidalmente distribuídos ao redor do entreferro.

Na Figura 2 está ilustrada uma máquina síncrona composta por seu estator e rotor. O estator é representado por três enrolamentos defasados entre si de  $120^\circ$  elétricos, formando as fases a, b e c, com  $N_s$  espiras e resistência  $r_s$ , por fase. O rotor, por sua vez, é representado por dois enrolamentos no eixo direto d, um enrolamento amortecedor  $kd$ , com  $N_{kd}$  espiras e resistência  $r_{kd}$ ; um enrolamento de campo  $fd$  que, da mesma forma, possui  $N_{fd}$  espiras e resistência  $r_{fd}$ . No eixo em quadratura q, possui outros dois enrolamentos amortecedores  $kq1$  e  $kq2$  que possuem  $N_{kq1}$  e  $N_{kq2}$  espiras, respectivamente, com resistências  $r_{kq1}$  e  $r_{kq2}$ .

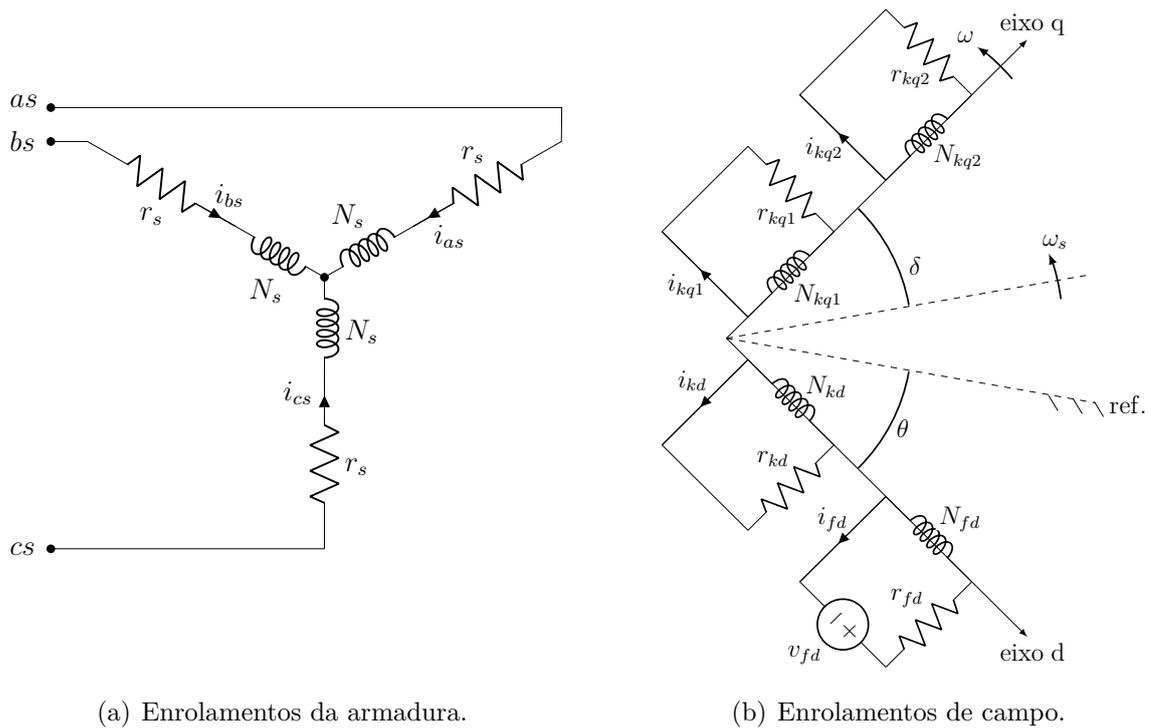


Figura 2 – Representação de uma máquina síncrona nos eixos d e q.

Os eixos q e d giram a uma velocidade arbitrária  $\omega$  em relação uma referência arbitrária fixa (ref). O ângulo  $\theta$  indica a posição do eixo direto d em relação a um referencial fixo arbitrário adotado. O ângulo  $\delta$  é chamado de ângulo de carregamento ou de conjugado, sendo estabelecido pelo ângulo formado entre o eixo em quadratura q e o referencial síncrono,  $\omega_s$ . Em estado permanente, a velocidade arbitrária de rotação dos eixos d e q ( $\omega$ ) alcança o mesmo valor da velocidade síncrona ( $\omega_s$ ) e, portanto,  $\delta$  assume

um valor constante.

Em (2.1.1) está denotado a relação entre o ângulo  $\theta$  e o ângulo de carregamento  $\delta$ . Assim, (2.1.2) fornece a frequência angular de rotação  $\omega$  dos eixos d e q.

$$\theta = \delta + \omega_s t - \frac{\pi}{2} \quad (2.1.1)$$

$$\omega = \frac{d\delta}{dt} + \omega_s \quad (2.1.2)$$

A equação (2.1.3) relaciona as grandezas elétricas  $\theta$  e  $\omega$  no referencial dos eixos-dq da máquina com suas respectivas grandezas mecânicas, isto é, no referencial de rotação mecânica do rotor. Esta relação é dada através do número de polos  $P$  da máquina, como mostrado a seguir.

$$\theta = \left(\frac{P}{2}\right) \theta_{mec} \quad (2.1.3)$$

$$\omega = \left(\frac{P}{2}\right) \omega_{mec}$$

Existem basicamente duas estruturas de rotor que são utilizadas, que dependem da velocidade de rotação da máquina. Máquinas com polos salientes, comumente empregadas em turbinas hidráulicas, são utilizadas em aplicações que demandam baixa velocidade de rotação. Por outro lado, máquinas com polos lisos, ou com rotor cilíndrico, são utilizadas em aplicações que necessitam operar com elevada velocidade de rotação, como em plantas termelétricas, por exemplo.

No que tange ao número de enrolamentos amortecedores que devem ser empregados também é necessário levar em consideração o modelo do rotor utilizado e, conseqüentemente, a frequência elétrica de interesse. Nas máquinas com polos salientes, os enrolamentos amortecedores são alocados nas facetas polares, enquanto nas máquinas com polos lisos são alocados nas próprias ranhuras dos enrolamentos de campo. Eles são curto-circuitados e formam uma espécie de gaiola em torno do rotor, similar a gaiola de esquilo em uma máquina de indução. Desta forma, sempre que a velocidade aumenta acima ou diminui abaixo da velocidade síncrona, um torque é desenvolvido nos enrolamentos amortecedores se opondo a esta variação de velocidade. Portanto, eles não permitem que a máquina oscile abruptamente, amortecendo as oscilações e aumentando, assim, a estabilidade da máquina.

Em uma máquina com polos salientes apenas dois enrolamentos amortecedores são utilizados para caracterizar o circuito de amortecimento, um no eixo em quadratura

q e um no eixo direto d. Por outro lado, nas máquinas com polos lisos são necessários os três enrolamento amortecedores de modo a retratar adequadamente as características transitórias das variáveis relacionadas ao estator e o torque eletromagnético (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

## 2.2 Equações de tensão – Referencial *abc*

As equações elétricas de tensão são obtidas a partir da *Segunda Lei de Kirchhoff* aplicada a cada enrolamento, isto é, equacionando as tensões terminais na Figura 2 como sendo a soma das quedas de tensão, resistivas e indutivas.

De modo geral, as equações no referencial *abc* são derivadas das análises de circuitos magneticamente acoplados, pois é necessário levar em consideração as indutâncias próprias de cada enrolamento e as mútuas entre si, tanto para o estator quanto para o rotor. Ademais, as indutâncias próprias e mútuas do circuito de armadura variam com a posição do rotor. Essas variações são causadas devido a variação da permeância ao flux magnético no entreferro, que ficam evidenciadas em máquinas com polos salientes, onde as permeâncias na direção eixo-d e do eixo-q são significativamente diferentes.

As equações de tensão para estator o rotor estão descritas por (2.2.1) e (2.2.2). Por conveniência, as equações são descritas na forma matricial.

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abcs} + p \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \quad (2.2.1)$$

$$\mathbf{v}_{qdr} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{qdr} + p \boldsymbol{\lambda}_{qdr} \quad (2.2.2)$$

em que  $p$  representa o operador  $d/dt$ . Além disso,

$$\mathbf{v}_{abcs} = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abcs} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\lambda}_{abcs} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

$$\mathbf{v}_{qdr} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{fd} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{qdr} = \begin{bmatrix} i_{kq1} \\ i_{kq2} \\ i_{fd} \\ i_{kd} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\lambda}_{qdr} = \begin{bmatrix} \lambda_{kq1} \\ \lambda_{kq2} \\ \lambda_{fd} \\ \lambda_{kd} \end{bmatrix} \quad (2.2.4)$$

Nas equações acima os subscritos  $s$  e  $r$  se referem as variáveis associadas ao estator e ao rotor, respectivamente. Além disso, ambas as matrizes  $\mathbf{R}_s$  e  $\mathbf{R}_r$  são diagonais, como mostrado abaixo.

$$\mathbf{R}_s = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_s] \quad (2.2.5)$$

$$\mathbf{R}_r = \text{diag}[r_{kq1} \quad r_{kq2} \quad r_{fd} \quad r_{kd}] \quad (2.2.6)$$

A relação entre os fluxos enlaçados nos enrolamentos do estator e rotor,  $\lambda_{abc}$  e  $\lambda'_{qdr}$ , com as suas respectivas correntes,  $\mathbf{i}_{abc}$  e  $\mathbf{i}'_{qdr}$ , é dada através da seguinte matriz de indutâncias

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda'_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3}(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}'_{qdr} \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

em que as submatrizes  $\mathbf{L}_{ss}$ ,  $\mathbf{L}'_{rr}$  e  $\mathbf{L}'_{sr}$  representam as indutâncias próprias do estator, próprias do rotor e as mútuas entre em si, respectivamente. O sobrescrito ' corresponde as grandezas referidas ao estator da máquina.

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}'_{rr} = \begin{bmatrix} L'_{kq1} & L'_{kq1kq2} & 0 & 0 \\ L'_{kq2kq1} & L'_{kq2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L'_{fd} & L'_{fdkd} \\ 0 & 0 & L'_{kdfd} & L'_{kd} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}'_{sr} = \begin{bmatrix} L'_{akq1} & L'_{akq2} & L'_{afd} & L'_{akd} \\ L'_{bkq1} & L'_{bkq2} & L'_{bfd} & L'_{bkd} \\ L'_{ckq1} & L'_{ckq2} & L'_{cfd} & L'_{ckd} \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

Todas relações de indutâncias do rotor, própria e mútuas, definidas em (2.2.8) estão referidas ao estator da máquina. A seguir estão definidas como cada uma das indutâncias se comportam com relação a variação da posição do rotor. O referencial arbitrário adotado é coincidente com o eixo magnético da fase  $a$ .

Em que o subscrito  $l$  denota a indutância de dispersão dos enrolamentos. Além disso, as indutâncias de magnetização são definidas como

$$L_{mq} = (3/2)N_s^2 \mathcal{P}_q \quad (2.2.9)$$

$$L_{md} = (3/2)N_s^2 \mathcal{P}_d \quad (2.2.10)$$

No que diz respeito as indutâncias do estator da máquina, própria e mútuas, dadas pela [Tabela 1](#), têm-se que

$$L_0 = N_s^2 \left( \frac{\mathcal{P}_q + \mathcal{P}_d}{2} \right) \quad (2.2.11)$$

$$L_2 = N_s^2 \left( \frac{\mathcal{P}_d - \mathcal{P}_q}{2} \right) \quad (2.2.12)$$

Tabela 1 – Indutâncias do estator e rotor, próprias e mútuas, de uma máquina síncrona (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

	Próprias [H]	Mútuas [H]
<b>Estator</b>	$L_{aa} = L_{ls} + L_0 - L_2 \cos 2\theta_r$	$L_{ab} = L_{ba} = -\frac{1}{2}L_0 - L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right)$
	$L_{bb} = L_{ls} + L_0 - L_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$	$L_{bc} = L_{cb} = -\frac{1}{2}L_0 - L_2 \cos 2\theta_r$
	$L_{cc} = L_{ls} + L_0 - L_2 \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$	$L_{ca} = L_{ac} = -\frac{1}{2}L_0 - L_2 \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right)$
<b>Rotor</b>	$L'_{kq1} = L'_{lkq1} + L_{mq}$	$L'_{kq1kq2} = L_{mq}$
	$L'_{kq2} = L'_{lkq2} + L_{mq}$	$L'_{kq2kq1} = L_{mq}$
	$L'_{fd} = L'_{lfd} + L_{md}$	$L'_{fdkd} = L_{md}$
	$L'_{kd} = L'_{lkd} + L_{md}$	$L'_{kdfd} = L_{md}$

Portanto, em (2.2.11 e 2.2.12), quando a máquina possuir rotor com polos salientes  $L_0 > L_2$ , ao passo que  $L_2$  será igual a zero se o rotor for cilíndrico.

Por fim, na Tabela 2 estão definidas as indutâncias mútuas entre o estator e rotor da máquina, referidas ao próprio estator.

Tabela 2 – Indutâncias mútuas entre o estator e rotor de uma máquina síncrona (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

	Amortecedor $kq1$ [H]	Amortecedor $kq2$ [H]
<b>Estator</b>	$L'_{akq1} = L_{mq} \cos \theta_r$	$L'_{akq2} = L_{mq} \cos \theta_r$
	$L'_{bkq1} = L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$	$L'_{bkq2} = L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$
	$L'_{ckq1} = L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$	$L'_{ckq2} = L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$
	Campo $fd$ [H]	Amortecedor $kd$ [H]
<b>Estator</b>	$L'_{afd} = L_{md} \sin \theta_r$	$L'_{akd} = L_{md} \sin \theta_r$
	$L'_{bfd} = L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$	$L'_{bkd} = L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right)$
	$L'_{cfd} = L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$	$L'_{ckd} = L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right)$

### 2.3 Transformada de Park

Através das equações de tensão estabelecidas na Seção 2.2, é visto que algumas indutâncias da máquina variam com a posição do rotor e, portanto, as equações diferenciais

(equações de tensão) que descrevem o comportamento dinâmico da máquina possuem parâmetros variáveis com o tempo, exceto quando as indutâncias próprias do rotor estão relacionadas. Desta forma, uma mudança de variáveis é utilizada para reduzir a complexidade dessas equações diferenciais (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

R. H. Park introduziu uma nova abordagem para a análise de máquinas elétricas. Ele formulou uma mudança de variáveis que, de fato, sobrepõe as variáveis (tensões, correntes e fluxos enlaçados) associadas aos enrolamentos do estator de uma máquina síncrona com variáveis associadas a um enrolamento fictício rotacionando com o rotor. Em outras palavras, a *Transformada de Park*, definida pela equação (2.3.1), projeta as variáveis do estator no referencial  $abc$  sobre os eixos- $dq$ , com referencial fixo no rotor (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). Existe ainda a incrementação de um terceiro eixo, chamado de *eixo zero*, que representa uma parcela estacionária, similar as grandezas de sequência zero.

$$\mathbf{P}(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

A mudança de variáveis, formulada por Park, por definição, refere as variáveis do estator para o referencial do rotor, eliminando os parâmetros variantes com o tempo.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{qd0} &= \mathbf{P}(\theta) \mathbf{F}_{abc} \\ \mathbf{F}_{abc} &= (\mathbf{P}(\theta))^{-1} \mathbf{F}_{qd0} \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

em que o vetor  $\mathbf{F}_{qd0}$  representa as projeções sobre os eixos- $dq$ .

$$\mathbf{F}_{qd0} = \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

## 2.4 Equações de tensão no referencial do rotor – Equações de Park

As equações de Park são obtidas fazendo com que a velocidade de rotação dos eixos- $dq$ , no referencial arbitrário adotado, seja igual a velocidade síncrona de giro do rotor ( $\omega = \omega_r$ ). Aplicando a transformada de Park, definida pela equação (2.3.1), em ambos os lados da equação (2.2.1), obtêm-se para o estator,

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{P}_r \mathbf{R}_s (\mathbf{P}_r)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s} + \mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}] \quad (2.4.1)$$

em que no referencial do rotor  $\mathbf{P}_r = \mathbf{P}(\theta_r)$ .

Todos os enrolamentos do estator de uma máquina são projetados para possuírem a mesma resistência. Portanto, como os elementos da matriz diagonal de resistência são iguais à  $r_s$  (2.2.6), então, defini-se a partir de (2.4.1) a relação descrita à seguir.

$$\mathbf{P}_r \mathbf{R}_s (\mathbf{P}_r)^{-1} = \mathbf{R}_s \quad (2.4.2)$$

além disso, para a parcela indutiva

$$\mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}] = \mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1}] \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} + p \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \quad (2.4.3)$$

No referencial do rotor, facilmente demonstra-se que,

$$\mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1}] = \mathbf{K} = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

Assim, a equação descrita em (2.4.1) pode ser reescrita como mostrado abaixo.

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{qd0s} + \mathbf{K} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} + p \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \quad (2.4.5)$$

Agora, resta apenas estabelecer a relação entre os fluxos enlaçados e correntes da máquina no referencial  $qd\theta$ . Para isto, de forma análoga as equações de tensão, basta aplicar a transformada de Park na expressão (2.2.7), resultando na relação (2.4.6).

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_r \mathbf{L}_{ss} (\mathbf{P}_r)^{-1} & \mathbf{P}_r \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{P}_r)^{-1} & \mathbf{L}'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qdr} \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

em que,

$$\mathbf{P}_r \mathbf{L}_{ss} (\mathbf{P}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}(L_0 - L_2) & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2}(L_0 + L_2) & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

$$\mathbf{P}_r \mathbf{L}'_{sr} = \left( \frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{P}_r)^{-1} \right)^T = \begin{bmatrix} L_{mq} & L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{md} & L_{md} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

#### • Equações de tensão do estator

A partir da equação (2.4.5) defini-se as seguintes relações algébricas para as tensões terminais da máquina no referencial  $qd\theta$ .

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega_r \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (2.4.9)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega_r \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (2.4.10)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (2.4.11)$$

### • Equações de tensão do rotor

A partir da equação (2.2.2) pode-se explicitar as relações algébricas para as tensões nos enrolamentos amortecedores e no enrolamento de campo, no referencial  $qd\theta$ . Para o enrolamento de campo

$$v'_{fd} = r'_{fd} i'_{fd} + p \lambda'_{fd} \quad (2.4.12)$$

de forma análoga, para os enrolamentos amortecedores

$$0 = v'_{kq1} = r'_{kq1} i'_{kq1} + p \lambda'_{kq1} \quad (2.4.13)$$

$$0 = v'_{kq2} = r'_{kq2} i'_{kq2} + p \lambda'_{kq2} \quad (2.4.14)$$

$$0 = v'_{kd} = r'_{kd} i'_{kd} + p \lambda'_{kd} \quad (2.4.15)$$

### • Equações de fluxo enlaçado

As expressões algébricas que relacionam os fluxos enlaçados e as correntes da máquina podem ser obtidas substituindo as equações (2.4.7) e (2.4.8), na expressão (2.4.6). Expandido-se, vem, para o estator

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_{mq} (i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.4.16)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_{md} (i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.4.17)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2.4.18)$$

da mesma forma, para o rotor

$$\lambda'_{kq1} = L'_{lkq1} i'_{kq1} + L_{mq} (i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.4.19)$$

$$\lambda'_{kq2} = L'_{lkq2} i'_{kq2} + L_{mq} (i_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.4.20)$$

$$\lambda'_{fd} = L'_{lfd} i'_{fd} + L_{md} (i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.4.21)$$

$$\lambda'_{kd} = L'_{lkd} i'_{kd} + L_{md} (i_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.4.22)$$

## 2.5 Análise em regime permanente

As equações de tensão que descrevem o estado permanente para uma operação equilibrada do gerador síncrono podem ser obtidas através de algumas abordagens, no entanto, é conveniente a utilização das equações de tensão derivadas da teoria de Park.

Na análise em regime permanente algumas premissas podem ser estabelecidas. Para uma carga equilibrada conectada aos terminais do gerador síncrono, as grandezas sobre o eixo-*zero* são nulas. Além disso, a velocidade angular do rotor é constante e igual a velocidade angular síncrona  $\omega_e$ . Neste modo operacional, os enrolamentos do rotor não experimentam variações do fluxo enlaçado; não há circulação de corrente através dos enrolamentos amortecedores da máquina; todas as taxas de variação temporal dos fluxos enlaçados são negligenciadas.

Desta forma, com base na [Figura 3](#), a análise para um fasor genérico  $\bar{F}_a$  permite estabelecer as relações entre as grandezas no referencial dos eixos-*qd* com o referencial fixo no estator da máquina  $a_s$ .

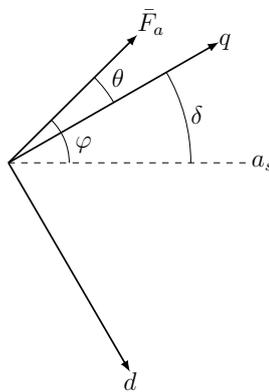


Figura 3 – Diagrama fasorial para análise em regime permanente de uma máquina síncrona.

Portanto, o fasor  $\bar{F}_a$  no referencial do estator pode ser escrito como

$$\bar{F}_a = F_a \angle \varphi \quad (2.5.1)$$

Do mesmo modo, o fasor  $\bar{F}_a$  pode ser reescrito no referencial dos eixos-*qd* da seguinte maneira

$$\bar{F}_a^{qd} = F_a \angle \theta \quad (2.5.2)$$

em que  $\theta = \varphi - \delta$ . Logo, facilmente pode-se mostrar que

$$\bar{F}_a^{qd} = \bar{F}_a \angle -\delta \quad (2.5.3)$$

Além disso, no referencial dos eixos-*qd*, defini-se que

$$\begin{aligned} \bar{F}_a^{qd} &= F_{aq} - jF_{ad} \\ \sqrt{2}\bar{F}_a^{qd} &= f_{aq} - jf_{ad} \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

Portanto, em regime permanente, para a máquina síncrona operando como gerador, a equação de fluxo enlaçado do estator pode ser definida com base nas equações (2.4.16) e

(2.4.17), da seguinte forma

$$\sqrt{2}\bar{\Lambda}_{as}^{qd} = -L_q i_{qs} + jL_d i_{ds} - jL_{md} i'_{fd} \quad (2.5.5)$$

onde,  $L_q = L_{ls} + L_{mq}$  e  $L_d = L_{ls} + L_{md}$ .

Ainda, seguindo a premissa estabelecida em (2.5.4), a equação (2.5.5) pode ser reescrita como mostrado na equação (2.5.6).

$$\sqrt{2}\bar{\Lambda}_{as}^{qd} = -L_q(\sqrt{2}\bar{I}_{qs}^{qd}) - L_d(\sqrt{2}\bar{I}_{ds}^{qd}) - jL_{md} i'_{fd} \quad (2.5.6)$$

Multiplicando ambos os lados da equação anterior por  $\omega_e$  e reagrupando os termos apropriadamente, obtém-se

$$\omega_e \bar{\Lambda}_{as}^{qd} = -X_q \bar{I}_{qs}^{qd} - X_d \bar{I}_{ds}^{qd} - j\omega_e \frac{L_{md}}{\sqrt{2}} i'_{fd} \quad (2.5.7)$$

Portanto, a tensão terminal da máquina pode ser definida no referencial dos eixos- $qd$  aplicando o mesmo raciocínio. Com base nas equações (2.4.9) e (2.4.10), pode-se definir para o estator a relação expressa à seguir.

$$\sqrt{2}\bar{V}_{as}^{qd} = -r_s(\sqrt{2}\bar{I}_{as}^{qd}) + j\omega_e(\sqrt{2}\bar{\Lambda}_{as}^{qd}) \quad (2.5.8)$$

Assim, substituindo (2.5.7) em (2.5.8), obtém-se (2.5.9).

$$\bar{V}_{as}^{qd} = -r_s \bar{I}_{as}^{qd} - jX_q \bar{I}_{qs}^{qd} - jX_d \bar{I}_{ds}^{qd} + \omega_e \frac{L_{md}}{\sqrt{2}} i'_{fd} \quad (2.5.9)$$

Defini-se então, à partir de (2.5.9), a tensão interna da máquina  $E_{fd}$ , como mostrado em (2.5.10).

$$E_{fd} = \omega_e \frac{L_{md}}{\sqrt{2}} i'_{fd} \quad (2.5.10)$$

Finalmente, com base na equação (2.5.3), a tensão terminal de uma máquina síncrona em regime permanente, operando como gerador, com referencial fixo no estator, é dada pela seguinte equação

$$\bar{V}_{as} = -r_s \bar{I}_{as} - jX_q \bar{I}_{qs} - jX_d \bar{I}_{ds} + \bar{E}_{fd} \quad (2.5.11)$$

em que,  $\bar{E}_{fd} = E_{fd} \angle \delta$ , isto é, a tensão interna da máquina  $\bar{E}_{fd}$ , em regime permanente, é alinhado ao eixo- $q$ .

## 2.6 Equações de potência e conjugado eletromagnético

A equação (2.6.1) denota a potência instantânea total que atravessa o entreferro da máquina. Isto é, representa a potência total gerada, expressa em termos da potência que flui em cada fase.

$$p(t) = v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} \quad (2.6.1)$$

Reescrevendo a equação anterior em termos do conjunto de equações (2.2.3), têm-se

$$p(t) = (\mathbf{i}_{abc})^T \mathbf{v}_{abc} \quad (2.6.2)$$

A potência total expressa em termos das variáveis  $qd0$  deve ser igual a potência expressa pelas variáveis  $abc$ . Portanto, pela mudança de variáveis proposta por Park (2.3.2)

$$p(t) = [(\mathbf{P}_r)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s}]^T (\mathbf{P}_r)^{-1} \mathbf{v}_{qd0s} = (\mathbf{i}_{qd0s})^T [(\mathbf{P}_r)^{-1}]^T (\mathbf{P}_r)^{-1} \mathbf{v}_{qd0s} \quad (2.6.3)$$

em que,

$$[(\mathbf{P}_r)^{-1}]^T (\mathbf{P}_r)^{-1} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.6.4)$$

portanto, substituindo (2.6.4) em (2.6.3), resulta na seguinte equação de potência

$$p(t) = \frac{3}{2} (v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} + 2v_{0s}i_{0s}) \quad (2.6.5)$$

Finalmente, ao substituir as equações de tensão do estator no referencial  $dq0$  e agrupar os termos apropriadamente, obtêm-se o resultado da seguinte equação

$$p(t) = \underbrace{\frac{3}{2} r_s (i_{qs}^2 + i_{ds}^2 + 2i_{0s}^2)}_{(1^{\circ})} + \underbrace{\frac{3}{2} (i_{qs} p \lambda_{qs} + i_{ds} p \lambda_{ds} + 2i_{0s} p \lambda_{0s})}_{(2^{\circ})} + \underbrace{\frac{3}{2} \omega_r (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds})}_{(3^{\circ})} \quad (2.6.6)$$

Analisando os termos da equação (2.6.6), pode-se identificar, no primeiro termo as perdas ôhmicas do estator, no segundo a taxa de variação da energia armazenada nos campos e, por fim, no terceiro, a potência efetiva que atravessa o entreferro da máquina.

O trabalho líquido desenvolvido pela (ou entregue à) máquina é obtido através da parcela de potência efetiva que atravessa o entreferro.

$$\begin{aligned} W_{eixo} &= \int P_{eixo} dt \\ W_{eixo} &= \int \tau_e \omega_{mec} dt = \int \tau_e d\theta_{mec} \\ W_{eixo} &= \int \left( \frac{2}{P} \right) \tau_e d\theta \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

Portanto, o conjugado eletromagnético desenvolvido pela máquina síncrona, operando como gerador, pode ser expresso como dado à seguir.

$$\tau_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{qs}i_{ds} - \lambda_{ds}i_{qs}) \quad (2.6.8)$$

em que  $P$  representa o número de polos da máquina.

---

## MÁQUINA DE INDUÇÃO

---

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático do motor de indução trifásico (MIT), que ao contrário do gerador síncrono, é responsável pela acoplagem dinâmica entre o sistema elétrico e o sistema mecânico. Ademais, conforme dissertado no Capítulo 1, o motores de indução são utilizados para tracionar a locomotiva e toda sua respectiva carga.

A máquina de indução é utilizada em uma vasta gama de aplicações para conversão de potência elétrica em trabalho mecânico. O motor de indução é a máquina elétrica mais utilizada no setor industrial (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002) uma vez que possui maior robustez de operação e baixo custo de manutenção quando comparada a outros tipos de máquinas.

Embora seja possível usar uma máquina de indução como motor ou como gerador, ela apresenta muitas desvantagens como gerador e, por isso, ela é usada como gerador somente em aplicações especiais. Por essa razão, as máquinas de indução são usualmente referidas como motores de indução (CHAPMAN, 2011).

O motor de indução é uma máquina que possui apenas um conjunto contínuo de enrolamentos amortecedores. Essas máquinas são denominadas de indução porque a tensão do rotor é *induzida* nos enrolamentos do rotor ao invés de ser fornecida por meio de uma conexão física de fios. Quando ao estator é aplicada uma fonte de tensão trifásica e equilibrada, um campo magnético será produzido no entreferro rotacionando a velocidade síncrona, determinada pelo número de polos do estator e pela frequência elétrica da fonte aplicada  $f_e$ .

A Figura 4 ilustra os dois tipos de rotores que podem ser empregados à um motor de indução. Um deles é denominado *rotor bobinado*, que é constituído por enrolamentos trifásicos similar, e com o mesmo número de polos, ao estator da máquina. Os três terminais dos enrolamentos são curto-circuitados por meio de escovas que se apoiam à anéis deslizantes no eixo do rotor. Portanto, nesta configuração as correntes do rotor são acessíveis a parte externa da máquina e resistências extras podem ser adicionadas ao circuito do rotor. No entanto, máquinas de indução com rotor bobinado são bastante incomuns, pois exigem manutenções devido ao desgaste associado a suas escovas e anéis deslizantes, sendo encontradas apenas em aplicações específicas.

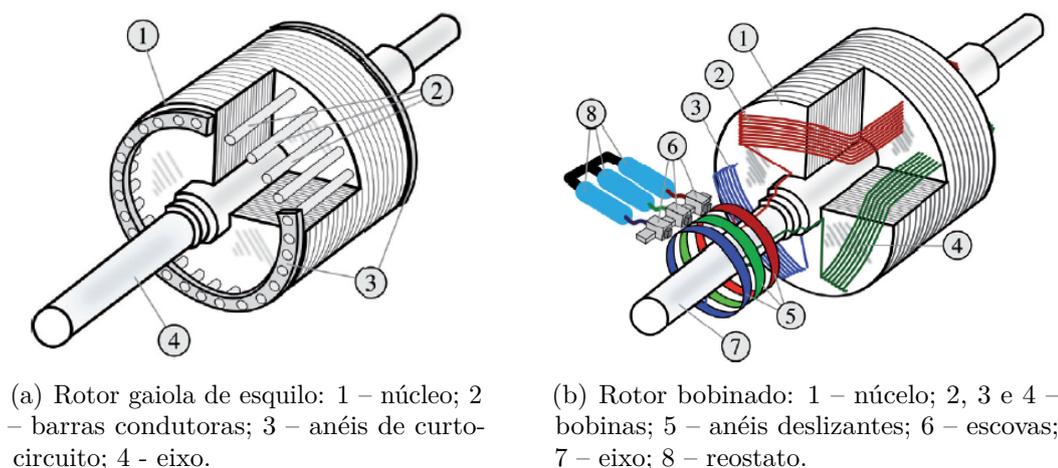


Figura 4 – Tipos de rotor utilizados em motores de indução (SOLOVYEVA, 2013).

O segundo tipo de rotor utilizado é denominado *rotor gaiola de esquilo*. Esse rotor consiste em um conjunto de barras condutoras que são encaixadas dentro de ranhuras na superfície do rotor. Essas barras são curto-circuitadas em ambas as extremidades por *anéis de curto-circuito*. A extrema simplicidade e robustez são as principais vantagens do motor de indução com rotor gaiola de esquilo, fazendo com que essa forma construtiva seja a mais utilizada.

Este capítulo apresenta a modelagem matemática para o motor de indução. A mesma busca representar o comportamento dinâmico real deste tipo de máquina elétrica em simulações de sistemas para acionamento de locomotivas. O modelo aqui tratado representa o motor com rotor gaiola de esquilo.

### 3.1 Modelo da máquina de indução

O objetivo da modelagem de um sistema dinâmico é alcançar um equacionamento matemático que retrate o mais próximo possível o sistema real. A forma mais rigorosa de representar o modelo de uma máquina de indução é através da utilização de equações diferenciais. Este tipo de modelagem, denominada *modelagem clássica* de máquinas de corrente alternada, é uma ferramenta muito precisa e confiável para a avaliação das gradezas de uma máquina, como as tensões, correntes, fluxos enlaçados e conjugado eletromagnético.

A maioria dos motores de indução não estão equipados com rotor bobinado. No entanto, na maioria dos casos, um enrolamento uniformemente distribuído é adequadamente descrito por sua componente fundamental senoidal e é representado por um enrolamento trifásico, com um enrolamento equivalente por fase (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Portanto, tendo em vista a análise dinâmica do desempenho de um MIT, a sua

representação é feita através de seis enrolamentos, em que três são concentrados nos eixos magnéticos das fases do estator e os outros três nos eixos magnéticos das fases do rotor, conforme a Figura 5.

Os enrolamentos do estator são idênticos, distribuídos de forma a produzir uma força magnetomotriz senoidal no entreferro, defasados entre si de  $120^\circ$  elétricos, formando as fases  $as$ ,  $bs$  e  $cs$ , com  $N_s$  espiras e resistência  $r_s$ , por fase. Para o propósito da análise, o rotor também será modelado com três enrolamentos, e com o mesmo número de polos, similar ao estator da máquina com  $N_r$  espiras e resistência  $r_r$ .

Como na máquina síncrona, as indutâncias mutuas entre o estator e rotor variam com a posição do rotor e, portanto, as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico da máquina de indução também possuem parâmetros variáveis com o tempo. Desta forma, a transformada de Park (2.3.1) é utilizada para reduzir a complexidade dessas equações diferenciais.

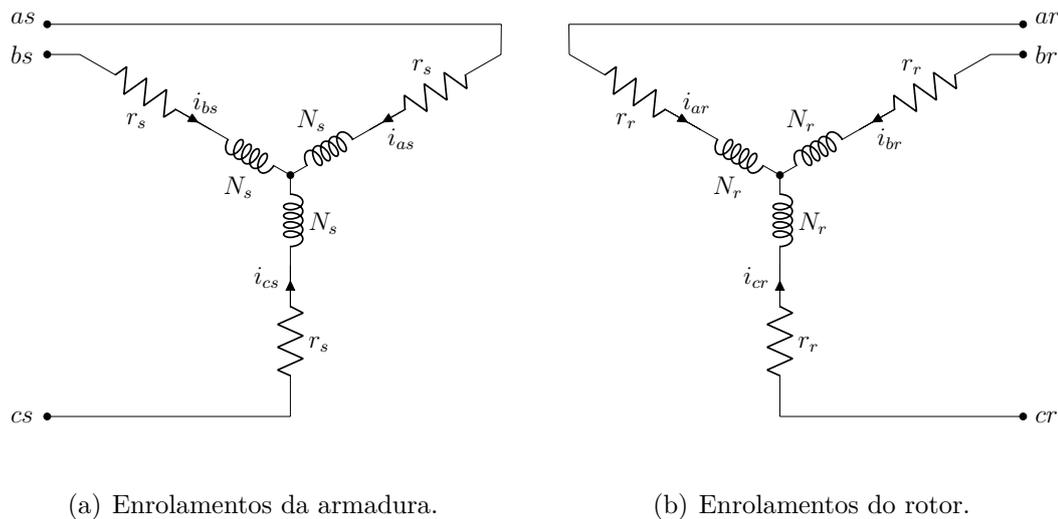


Figura 5 – Representação de uma máquina de indução.

De forma simplificada, o modelo no referencial  $qd0$  é representado por quatro enrolamentos, onde tanto os do estator como do rotor, são alocados sobre os eixos magnéticos hipotéticos ortogonais entre si. Nesta premissa, o sistema é equilibrado ou sem conexão com o neutro e, portanto, a componente do *eixo zero* é eliminada resultando no sistema de duas coordenadas sobre os eixos-dq.

### 3.2 Equações de tensão

Seja o motor de indução trifásico de 2 polos e conexão em estrela conforme a Figura 6. Nesta representação os eixos  $abc$  estão fixos no estator, enquanto que os eixos  $abcr$  estão fixos no rotor.

Para a modelagem da máquina apresentada a diante, as seguintes premissas se fazem necessárias:

- Simetria elétrica e espacial entre as três fases do estator e do rotor;
- Distribuição senoidal do fluxo magnético no entreferro;
- Circuito magnético linear;
- Perdas magnéticas e mecânicas são desprezadas;
- Fluxo de potência elétrica entrando na máquina.

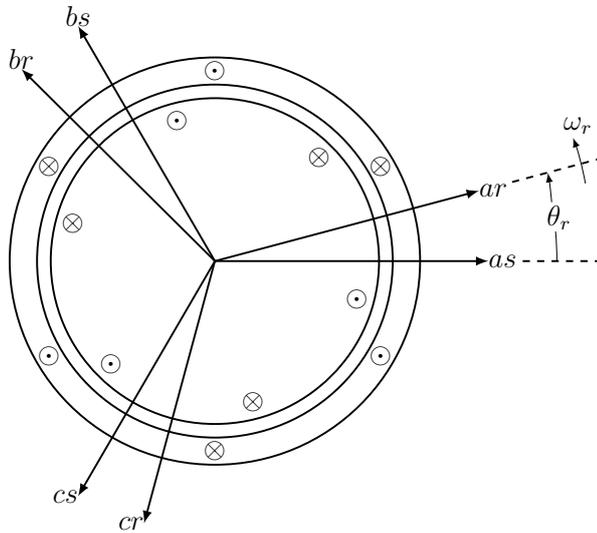


Figura 6 – Motor de indução de 2 polos.

Através dessas considerações, as equações de tensão do estator e do rotor expressas em termos das variáveis da máquina são

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abcs} + p \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \quad (3.2.1)$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \mathbf{R}_r \mathbf{i}_{abcr} + p \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \quad (3.2.2)$$

em que  $p$  representa o operador  $d/dt$ . Além disso,

$$\mathbf{v}_{abcs} = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abcs} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\lambda}_{abcs} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abcr} = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\lambda}_{abcr} = \begin{bmatrix} \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \\ \lambda_{cr} \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

Nas equações acima os subscritos  $s$  e  $r$  se referem as variáveis associadas ao estator e ao rotor, respectivamente. Ambas as matrizes  $\mathbf{R}_s$  e  $\mathbf{R}_r$  são diagonais e representam as resistências do circuito do estator e do rotor.

$$\mathbf{R}_s = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_s] \quad (3.2.5)$$

$$\mathbf{R}_r = \text{diag}[r_r \quad r_r \quad r_r] \quad (3.2.6)$$

Na modelagem de máquinas de indução quando se expressam as equações de tensão em termos das variáveis da máquina, é conveniente referir todas as variáveis do rotor aos enrolamentos do estator, através da relação de espiras, como mostra o conjunto de equações (3.2.7) a (3.2.10). Portanto, deste ponto em diante todas as grandezas relacionadas ao rotor da máquina serão referidas aos enrolamentos do estator.

$$\mathbf{i}'_{abcr} = \frac{N_r}{N_s} \mathbf{i}_{abcr} \quad (3.2.7)$$

$$\mathbf{v}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{v}_{abcr} \quad (3.2.8)$$

$$\boldsymbol{\lambda}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r} \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \quad (3.2.9)$$

$$\mathbf{R}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{R}_r \quad (3.2.10)$$

A relação entre os fluxos enlaçados nos enrolamentos do estator e rotor,  $\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$  e  $\boldsymbol{\lambda}'_{abcr}$ , com as suas respectivas correntes,  $\mathbf{i}_{abcs}$  e  $\mathbf{i}'_{abcr}$ , para um sistema magnético linear, é dada através da seguinte matriz de indutâncias

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}'_{sr} \\ (\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (3.2.11)$$

em que as submatrizes  $\mathbf{L}_{ss}$ ,  $\mathbf{L}'_{rr}$  e  $\mathbf{L}'_{sr}$  representam as indutâncias próprias do estator, próprias do rotor e as mútuas entre em si, respectivamente. No conjunto de equações (3.2.12) a (3.2.14) estão definidas todas as relações de indutâncias da máquina (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (3.2.12)$$

$$\mathbf{L}'_{rr} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

$$\mathbf{L}'_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (3.2.14)$$

Nas equações acima, o subscrito  $l$  denota a indutância de dispersão dos enrolamentos. Além disso, a indutância de magnetização é definida pela equação (3.2.15).

$$L_{ms} = \frac{N_s^2}{\mathcal{R}} \quad (3.2.15)$$

Portanto, as equações de tensão do estator e do rotor expressas em termos das variáveis da máquina podem ser reescritas referidas ao enrolamentos do estator, conforme a seguinte equação.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abcs} \\ \mathbf{v}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s + p\mathbf{L}_{ss} & p\mathbf{L}'_{sr} \\ p(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{R}'_r + p\mathbf{L}'_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (3.2.16)$$

### 3.3 Equações de transformação para o referencial arbitrário

Em um sistema dinâmico trifásico girante, é conveniente utilizar uma transformação de coordenadas de forma a obter um sistema girante bifásico equivalente. Este novo sistema conserva as características do sistema original com uma redução do número de variáveis do problema. Portanto, na transformada de Park (2.3.1) escolhendo-se um referencial adequado para transforma, as componentes resultantes dos eixos- $dq$  são constantes e a componente do eixo- $zero$  encontra-se em zero. Essa transformada é extramente útil quando malhas de controle são empregadas, pois na prática a referência para um sinal de controle é sempre um sinal constante, o que facilita a atuação da estratégia de controle.

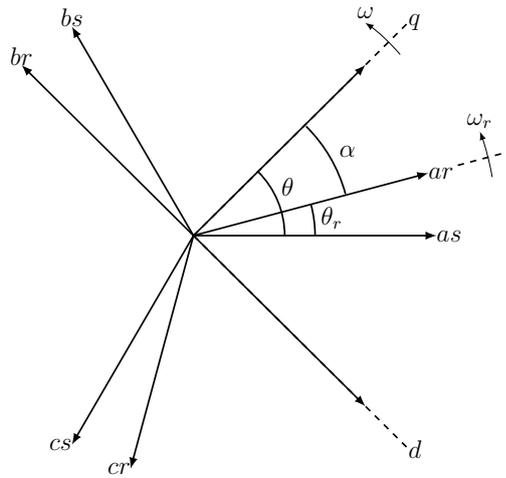


Figura 7 – Transformação para o referencial arbitrário por relações trigonométricas.

A Figura 7 apresenta três sistemas de coordenadas, sendo um estático (eixos- $abcs$ ) e dois dinâmicos (eixos- $abcr$  e  $dq$ ).

O sistema  $abc_s$  é formado pelos eixos  $as$ ,  $bs$  e  $cs$  fixos no referencial do estator e defasados entre si por  $120^\circ$ . Por sua vez, o sistema  $abc_r$  é formado pelos eixos  $ar$ ,  $br$  e  $cr$  fixos no referencial do rotor, giram a velocidade  $\omega_r$  e também estão defasados por  $120^\circ$ . Por último, o sistema  $dq$  é formado pelos eixos  $d$  e  $q$  que giram a uma velocidade arbitrária  $\omega$  qualquer. As velocidades são dadas em relação ao sistema  $abc_s$ .

Portanto, as variáveis genéricas  $\mathbf{F}_{abc_s} = [f_{as} \ f_{bs} \ f_{cs}]^T$  pertencentes aos eixos estacionários podem ser representadas nos eixos- $dq$  através da seguinte transformação

$$\mathbf{F}_{qd0s} = \mathbf{P}_s \mathbf{F}_{abc_s} \quad (3.3.1)$$

$$\mathbf{P}_s = \mathbf{P}(\theta) \quad (3.3.2)$$

De forma análoga, representam-se as variáveis genéricas pertencentes aos eixos- $abc_r$  sobre os eixos- $dq$ . Sejam  $\mathbf{F}_{abc_r} = [f_{ar} \ f_{br} \ f_{cr}]^T$  tais variáveis. A transformação para os eixos- $dq$  é dada pela equação (3.3.3).

$$\mathbf{F}_{qd0r} = \mathbf{P}_r \mathbf{F}_{abc_r} \quad (3.3.3)$$

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{P}(\alpha) \quad (3.3.4)$$

em que  $\alpha = \theta - \theta_r$ .

### 3.4 Equações de tensão no referencial arbitrário

Utilizando a Transformada de Park estabelecida na Seção 2.3 e a teoria de transformação para o referencial arbitrário estabelecida na seção anterior, obtêm-se, à partir das equações (3.2.1) e (3.2.2), as seguintes equações de tensão para o estator e rotor da máquina

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{P}_s \mathbf{R}_s (\mathbf{P}_s)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s} + \mathbf{P}_s p [(\mathbf{P}_s)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}] \quad (3.4.1)$$

$$\mathbf{v}_{qd0r} = \mathbf{P}_r \mathbf{R}_r (\mathbf{P}_r)^{-1} \mathbf{i}_{qd0r} + \mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}] \quad (3.4.2)$$

De forma análoga ao desenvolvimento construído no conjunto de equações (2.4.2) a (2.4.4), têm-se que

$$\mathbf{P}_s \mathbf{R}_s (\mathbf{P}_s)^{-1} = \mathbf{R}_s \quad (3.4.3)$$

$$\mathbf{P}_r \mathbf{R}_r (\mathbf{P}_r)^{-1} = \mathbf{R}_r \quad (3.4.4)$$

ainda, para a parcela indutiva das equações de tensão (3.4.1) e (3.4.2)

$$\mathbf{P}_s p [(\mathbf{P}_s)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s}] = \mathbf{P}_s p (\mathbf{P}_s)^{-1} + p \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \quad (3.4.5)$$

$$\mathbf{P}_r p [(\mathbf{P}_r)^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0r}] = \mathbf{P}_r p (\mathbf{P}_r)^{-1} + p \boldsymbol{\lambda}_{qd0r} \quad (3.4.6)$$

em que,

$$\mathbf{P}_s p[(\mathbf{P}_s)^{-1}] = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_r p[(\mathbf{P}_r)^{-1}] = (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

Por fim, resta apenas estabelecer as relações entre os fluxos enlaçados e as correntes da máquina no referencial  $dq\theta$  arbitrário. Para esta finalidade, de forma análoga as equações de tensão, basta aplicar a transformada de Park para o referencial do estator e do rotor,  $\mathbf{P}_s$  e  $\mathbf{P}_r$ , respectivamente, na expressão (3.2.11), resultando em

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0s} \\ \lambda'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_s \mathbf{L}_{ss} (\mathbf{P}_s)^{-1} & \mathbf{P}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{P}_s)^{-1} \\ \mathbf{P}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{P}_r)^{-1} & \mathbf{P}_r \mathbf{L}'_{rr} (\mathbf{P}_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

em que,

$$\mathbf{P}_s \mathbf{L}_{ss} (\mathbf{P}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (3.4.9)$$

$$\mathbf{P}_r \mathbf{L}'_{rr} (\mathbf{P}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \quad (3.4.10)$$

$$\mathbf{P}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{P}_s)^{-1} = \mathbf{P}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{P}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.11)$$

onde

$$L_m = \frac{3}{2} L_{ms} \quad (3.4.12)$$

#### • Equações de tensão do estator

A partir da equação (3.4.1) em conjunto com as equações (3.4.3) e (3.4.7) defini-se as seguintes relações algébricas para as tensões terminais da máquina no referencial  $dq0$ .

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (3.4.13)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (3.4.14)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (3.4.15)$$

### • Equações de tensão do rotor

De forma análoga, pode-se explicitar as relações algébricas para as tensões nos enrolamentos do rotor, no referencial  $dq0$ . Da equação (3.4.2), obtêm-se para o rotor

$$0 = v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (3.4.16)$$

$$0 = v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (3.4.17)$$

$$0 = v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p \lambda'_{0r} \quad (3.4.18)$$

uma vez que, as barras condutoras ou bobinas, possuem seus terminais curto-circuitados.

### • Equações de fluxo enlaçado

As expressões algébricas que relacionam os fluxos enlaçados e as correntes da máquina podem ser obtidas substituindo o conjunto de equações (3.4.9) a (3.4.11), na expressão (3.4.8). Expandido-se, vem, para o estator

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_m (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (3.4.19)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_m (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (3.4.20)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (3.4.21)$$

da mesma forma, para o rotor

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_m (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (3.4.22)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_m (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (3.4.23)$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (3.4.24)$$

## 3.5 Equações de potência e conjugado eletromagnético

A equação (3.5.1) denota a potência instantânea total absorvida pelo MIT. Isto é, representa a parcela da potência do estator mais a parcela da potência que atravessa o entreferro da máquina, entregue ao rotor.

$$p_{ent}(t) = p_s(t) + p_r(t) \quad (3.5.1)$$

Reescrevendo a equação anterior em termos do conjunto de equações (3.2.3) e (3.2.4), têm-se

$$p_{ent}(t) = (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{v}_{abcs} + (\mathbf{i}'_{abcr})^T \mathbf{v}'_{abcr} \quad (3.5.2)$$

A potência total expressa em termos das variáveis  $dq0$  deve ser igual a potência expressa pelas variáveis  $abc$ . Portanto, pela mudança de variáveis proposta por Park (2.3.2)

e com base nas equações (2.6.3) e (2.6.4), obtêm-se para a máquina de indução a seguinte equação de potência

$$p_{ent}(t) = \frac{3}{2}(v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} + 2v_{0s}i_{0s}) + \frac{3}{2}(v'_{qr}i'_{qr} + v'_{dr}i'_{dr} + 2v'_{0r}i'_{0r}) \quad (3.5.3)$$

Finalmente, ao substituir as equações de tensão, do estator e rotor, no referencial  $dq0$  e agrupar os termos apropriadamente, obtêm-se como resultado a seguinte equação

$$\begin{aligned} p_{ent}(t) = & \underbrace{\frac{3}{2}r_s(i_{qs}^2 + i_{ds}^2 + 2i_{0s}^2) + \frac{3}{2}r'_r(i'_{qr}{}^2 + i'_{dr}{}^2 + 2i'_{0r}{}^2)}_{(1^\circ)} + \\ & + \underbrace{\frac{3}{2}(i_{qs}p\lambda_{qs} + i_{ds}p\lambda_{ds} + 2i_{0s}p\lambda_{0s}) + \frac{3}{2}(i'_{qr}p\lambda'_{qr} + i'_{dr}p\lambda'_{dr} + 2i'_{0r}p\lambda'_{0r})}_{(2^\circ)} + \\ & + \underbrace{\frac{3}{2}\omega_r(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds})}_{(3^\circ)} \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

Analisando os termos da equação (3.5.4), pode-se identificar, no primeiro termo, as perdas ôhmicas, a taxa de variação da energia armazenada nos campos dos enrolamentos do estator e do rotor, no segundo termo. Por fim, o terceiro termo da equação caracteriza-se como a potência efetiva entregue ao eixo da máquina.

Desta forma, o trabalho líquido desenvolvido pela máquina pode ser obtido através da parcela de potência efetiva entregue ao eixo.

$$\begin{aligned} W_{eixo} &= \int P_{eixo} dt \\ W_{eixo} &= \int \tau_e \omega_{mec} dt = \int \tau_e d\theta_{mec} \\ W_{eixo} &= \int \left(\frac{2}{P}\right) \tau_e d\theta \end{aligned} \quad (3.5.5)$$

Portanto, o conjugado eletromagnético desenvolvido pela máquina, operando como motor, pode ser expresso como à seguir.

$$\tau_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds}) \quad (3.5.6)$$

em que  $P$  representa o número de polos da máquina.

---

**CONVERSORES DE POTÊNCIA**


---

A necessidade de maior eficiência na operação dos sistemas elétricos tem impulsionado inovações tecnológicas nas grandes áreas de atuação da Engenharia Elétrica. Em termos gerais, a tarefa da eletrônica de potência é processar e controlar o fluxo de potência elétrica através do fornecimento de tensões e correntes de forma adequada para cargas.

A [Figura 8](#) mostra um sistema eletrônico de potência em diagrama de blocos. A entrada de potência para este processo, neste presente trabalho, é proveniente do gerador síncrono trifásico da planta com frequência de linha igual à 60 Hz. O ângulo de fase entre a tensão de entrada e a corrente depende da topologia e do controle do processador de potência.

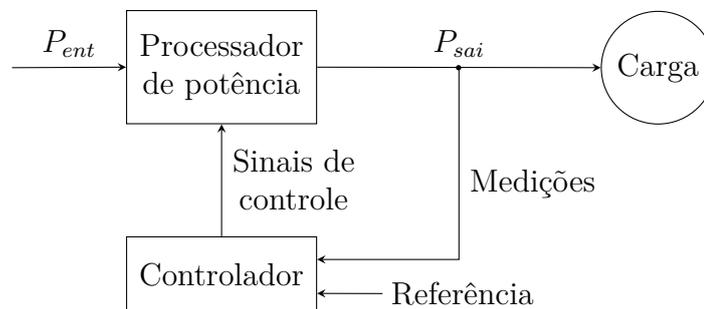


Figura 8 – Diagrama de blocos de um sistema eletrônico de potência.

A saída processada (tensão, corrente, frequência) é a desejada e adequada à carga. A saída do processador de potência pode ser considerada como uma fonte de tensão, desta forma, a corrente de saída e a relação de fase entre a tensão de saída e a corrente dependem da característica de carga. O controlador com realimentação compara a saída da unidade de processamento de potência com um valor de referência, e o erro entre os dois é minimizado ou eliminado pelo controlador.

O controlador no diagrama de blocos da [Figura 8](#) consiste em circuitos integrados lineares e/ou processadores digitais de sinais (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989). Tais controladores foram desenvolvidos através de avanços revolucionários da microeletrônica. Além disso, avanços na tecnologia de fabricação de semicondutores tornaram possível melhorar significativamente as capacidades de tratamento de tensão e corrente, e

as velocidades de comutação de dispositivos semicondutores de potência, que compõem a unidade do processador de potência.

A finalidade de um circuito eletrônico de potência é a de corresponder às condições da carga em função da fonte de alimentação. Circuitos eletrônicos de potência convertem um tipo ou nível de uma forma de onda de tensão ou corrente em outra e, por esta razão, são chamados de *conversores* (HART, 2010).

Para o estudo sistemático da eletrônica de potência, é necessário categorizar o(s) processador(es) de potência, mostrado no diagrama de blocos da Figura 8, conforme a relação entre a entrada e saída.

Neste trabalho a conversão de potência é processada em duas etapas, envolvendo dois tipos de conversores. A primeira etapa é realizada através de um conversor CA/CC. O conversor CA/CC produz uma tensão CC na saída a partir de uma tensão CA na entrada. Por outro lado, a segunda etapa é realizada por um conversor CC/CA, em que na saída é produzida uma tensão CA a partir de uma tensão CC na entrada.

Este processo é caracterizado como uma conversão CA/CC/CA. Desta forma, neste processo o conversor empregado é denominado conversor CA/CA com um elo CC, em que o sinal da fonte CA é convertido primeiro em um sinal contínuo e, em seguida, o sinal CC é reconvertido em um sinal CA com amplitude e frequência (mas nem sempre) diferente da fonte CA original.

Portanto, neste capítulo será apresentado o modelo do conversor de potência à bordo de locomotivas diesel-elétricas modernas, fundamental no controle de velocidade e conjugado dos motores de tração, conforme apresentado no Capítulo 1.

#### 4.1 Conversor CA/CC

O conversor CA/CC é, de forma específica, classificado como *retificador*. A ponte retificadora trifásica está ilustrada na Figura 9. Retificadores a diodo constituem um dos maiores segmentos da eletrônica de potência e são utilizados em aplicações que demandam maior potência (BOSE, 2002).

Neste trabalho, os diodos são considerados ideais na análise do retificador, a fonte de tensão é trifásica e considerada equilibrada com sequência da fase *abc*.

O retificador a diodo é utilizado com a finalidade de diminuir o custo do projeto, uma vez que a magnitude da fonte de tensão CA é controlada pela excitação do gerador. Em tais retificadores, o fluxo de energia só pode ser estabelecido do lado da CA para o lado CC. A maioria das aplicações em eletrônica de potência, como no acionamento de um motores de indução, utilizam esses retificadores não controlados (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989).

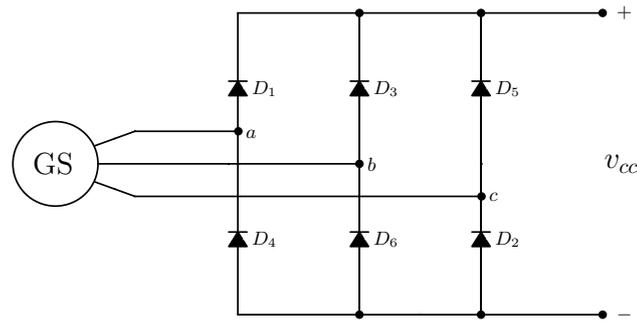


Figura 9 – Retificador trifásico de seis pulsos em ponte completa não controlado.

Nesta configuração existem seis combinações de tensão de linha, uma vez que apenas um dos diodos em cada metade da ponte pode conduzir de cada vez. Desta forma, por causa das seis transições que ocorrem a cada período da fonte, o circuito é denominado de retificador de seis pulsos (HART, 2010). Portanto, o valor instantâneo da tensão  $v_{cc}$  consiste em seis segmentos por ciclo da frequência de linha, como ilustra a Figura 10.

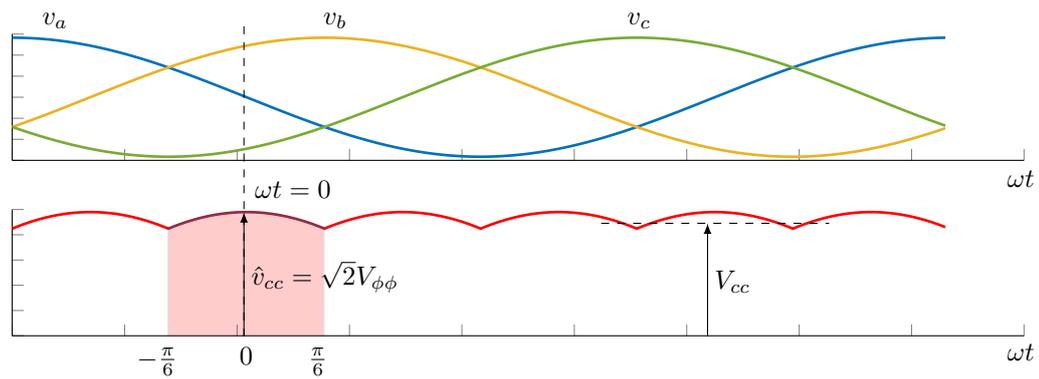


Figura 10 – Forma de onda da tensão  $v_{cc}$  na saída do retificador.

Para obter o valor médio da tensão de saída CC, é suficiente considerar apenas um dos seis segmentos e obter sua média em um intervalo de  $\pi/3$  rad ou  $60^\circ$ , como indicado na Figura 10. Maiores detalhes podem ser obtidos nas referências citadas que tratam exclusivamente deste assunto. Portanto, a média da tensão na saída do retificador é

$$V_{cc} = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{2}V_{\phi\phi} \cos(\omega t) dt = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}V_{\phi\phi} \quad (4.1.1)$$

em que  $V_{\phi\phi}$  é o valor eficaz da tensão de linha da fonte CA.

A equação (4.1.2) determina as outras amplitudes dos termos CA da tensão na saída do retificador

$$V_n = \frac{6\sqrt{2}V_{\phi\phi}}{\pi(n^2 - 1)} \quad n = 6, 12, 18, \dots \quad (4.1.2)$$

pois a tensão na saída é periódica com período igual a um sexto da tensão da fonte. Desta forma as harmônicas na saída do retificador são da ordem de  $6k\omega$   $\{\forall k \in \mathbb{N}^*\}$ .

## 4.2 Conversor CC/CA

O conversor CC/CA é especificamente classificado como um *inversor*. Mais precisamente, os inversores são utilizados para transferir potência de uma fonte CC para uma carga CA (HART, 2010).

Um inversor constituído por chaves auto-comutadas é mostrado na Figura 11. Os inversores são utilizados em acionamentos de motores de corrente alternada, onde o objetivo é produzir uma saída em corrente alternada senoidal cuja magnitude e frequência possam ser ambas controladas.

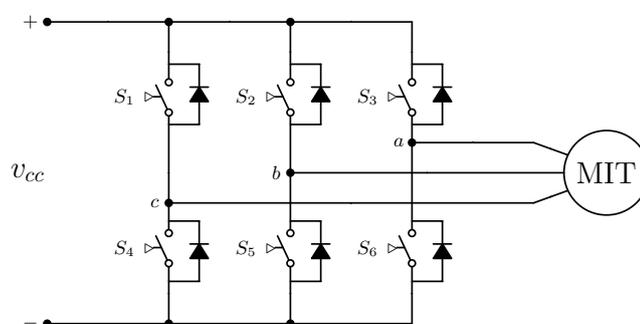


Figura 11 – Inversor trifásico de seis degraus.

A chave eletrônica utilizada para comutação no inversor é uma *chave ideal* e é caracterizada por possuir dois estados, *ligado* ou *desligado*, idealmente sendo ambos um curto-circuito ou um circuito-aberto. A comutação é controlada pelo sinal lógico de entrada da chave. Se o controle for verdadeiro, a chave está fechada. Caso contrário, está aberta.

Neste trabalho, a entrada para o inversor é modelada como uma fonte de tensão CC. Neste caso, o inversor será referido como *inversor de fonte de tensão* (Voltage Source Inverter – VSI).

O VSI pode ser dividido nas seguintes categorias (MOHAN; UNDELAND; ROBINS, 1989):

- Inversor PWM;
- Inversor de onda quadrada;

No entanto, para a finalidade deste estudo, será utilizado o inversor PWM. Nestes inversores a tensão CC de entrada é essencialmente constante em magnitude, onde um retificador à diodo é usado para fornecer a tensão CC na entrada. Portanto, o inversor irá

controlar a magnitude e a frequência das tensões de saída CA. Este objetivo é alcançado pelo controle da comutação das chaves do inversor. Este controle é chamado *modulação por largura de pulso* (Pulse Width Modulation – PWM).

Existem vários esquemas para modular a largura de pulso das chaves comutadoras do inversor de modo a moldar as tensões de saída de CA para ser o mais próximo possível de uma onda senoidal (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989). Dentre esses vários esquemas de PWM, o esquema denominado PWM senoidal será o utilizado.

O controle para a comutação das chaves do inversor requer dois sinais. Um *senal de referência*, que é uma senoide neste caso e que estabelece a frequência fundamental desejada da tensão de saída do inversor, e um *senal portador*, que é uma onda triangular que controla a frequência de comutação, como ilustrado na Figura 12.

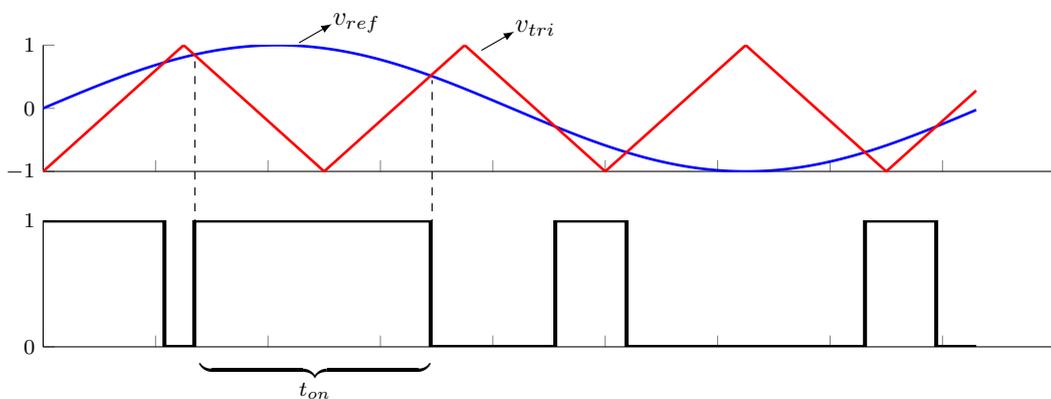


Figura 12 – Modulação por largura de pulso.

A tensão de saída do inversor não será uma onda senoidal perfeita e possuirá componentes de tensão em frequências harmônicas em torno da frequência de chaveamento.

Para produzir a forma de onda da tensão na saída do inversor senoidal na frequência especificada, cada chave é controlada pela comparação do sinal de referência com o sinal portador. A Figura 12 ilustra o princípio da modulação por largura de pulso senoidal em que, quando o valor instantâneo da senoide de referência é maior que a portadora triangular, a chave de um dos ramos permanece em seu estado ativo durante  $t_{on}$  segundos enquanto a outra chave do par permanece em seu estado inativo durante o mesmo período.

A taxa de modulação da amplitude é definida como

$$m_a = \frac{\hat{V}_{ref}}{\hat{V}_{tri}} \quad (4.2.1)$$

em que  $\hat{V}_{ref}$  é o valor de pico da senoide do sinal de controle. A amplitude do sinal triangular  $\hat{V}_{tri}$  é usualmente mantida constante.

A taxa de modulação da frequência  $m_f$  dada pela equação (4.2.2) é definida como a taxa das frequências dos sinais da portadora e de referência.

$$m_f = \frac{f_{tri}}{f_1} \quad (4.2.2)$$

As chaves de um mesmo ramo são controladas de maneira complementar. Além disso, cada par de chaves necessita de um sinal de referência. As três referências são defasadas entre si por  $120^\circ$  para produzir uma saída trifásica balanceada (HART, 2010).

Uma vez que em um par as chaves nunca são comutados simultaneamente, a tensão de fase na saída do inversor flutua entre dois valores ( $-\frac{1}{2}V_{cc}$  e  $\frac{1}{2}V_{cc}$ ).

O valor de pico da tensão na frequência fundamental na saída do inversor é controlado pela taxa de modulação  $m_a$ .

$$V_1 = \frac{v_{ref}}{\hat{V}_{tri}} \frac{V_{cc}}{2} \quad v_{ref} \leq \hat{V}_{tri} \quad (4.2.3)$$

A equação (4.2.3) indica um *valor médio instantâneo* da tensão de fase na saída do inversor durante um período de comutação. Esse valor médio instantâneo é o mesmo valor da componente fundamental da tensão de fase.

Assumindo que o sinal de controle varia senoidalmente na frequência fundamental (ou desejada)  $f_1 = \omega_1/2\pi$  na saída do inversor. Então,

$$v_{ref} = \hat{V}_{ref} \cos \omega_1 t \quad \hat{V}_{ref} \leq \hat{V}_{tri} \quad (4.2.4)$$

As equações (4.2.3) e (4.2.4) mostram que a componente da tensão de fase na frequência fundamental varia senoidalmente e em fase com  $v_{ref}$ .

$$v_1 = \frac{\hat{V}_{ref}}{\hat{V}_{tri}} \cos \omega_1 t \frac{V_{cc}}{2} \quad (4.2.5)$$

Portanto,

$$\hat{V}_1 = m_a \frac{V_{cc}}{2} \quad m_a \leq 1 \quad (4.2.6)$$

o que demonstra que em um PWM senoidal a amplitude da componente fundamental da tensão  $V_1$  na saída varia linearmente com a taxa de modulação (desde que  $m_a \leq 1$ ). Desta forma, a variação de  $m_a$  de 0 a 1 é referida como *variação linear*. Se  $m_a$  for maior do que 1, a amplitude da tensão de saída aumenta, mas não de forma linear.

### 4.3 Conversor CA/CA com elo CC

A [Figura 13](#) ilustra o conceito básico de um conversor CA/CA em que a entrada CA é convertida em CC por meio de um retificador não controlado e então invertida para CA novamente fornecendo tensões e correntes trifásicas ao motor, ajustáveis em magnitude e frequência.

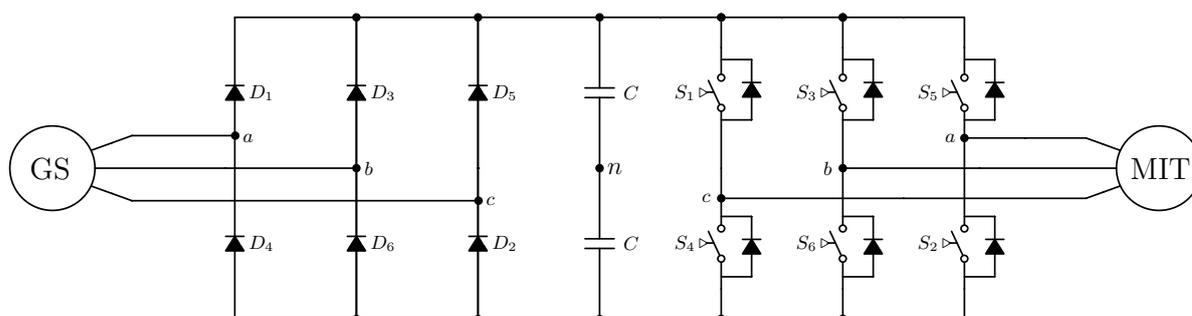


Figura 13 – Conversor CA/CA com um elo CC.

Este conversor é classificado com base no tipo de retificador e inversor utilizado, sendo classificado como *inversor fonte de tensão com modulação por largura de pulso com um retificador a diodo* (PWM-VSI). O capacitor no elo CC faz com que a entrada do inversor pareça uma fonte de tensão.

Como discutido na [Seção 4.2](#), em um inversor PWM, os harmônicos na tensão de saída aparecem nas bandas laterais da frequência de comutação. Por conseguinte, uma frequência de comutação elevada resulta em uma corrente essencialmente senoidal no motor.

Uma grande capacitância através do retificador a diodo também resulta em uma melhor forma de onda da tensão na entrada do inversor. No entanto, deve-se tomar cuidado para não deixar com que a ondulação de tensão no elo CC se torne muito grande, o que causaria harmônicos adicionais na tensão aplicada ao motor ([MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989](#)).

---

## ACIONAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO

---

Uma das finalidades deste trabalho é obter um modelo para o sistema de acionamento de uma locomotiva. Um sistema de acionamento que proporcione uma partida suave aos motores de tração é de fundamental importância, desta forma o controle de velocidade e, conseqüentemente de conjugado, são imprescindíveis.

A corrente de partida dos motores de indução trifásicos é de 5 a 7 vezes maior que a corrente nominal à plena carga, independentemente da carga acionada. Entretanto, o controle eficaz da partida da máquina possibilita a redução da corrente de partida, além de diminuir as fadigas mecânicas sobre o eixo do rotor, aumentando, de sobremaneira, a vida útil do equipamento e reduzindo custos operacionais.

Um esquema avançado de controle chamado de *controle vetorial orientado pelo campo* ou FOC (*field oriented control*), tornou-se um padrão para acionamento de motores de indução em média-alta tensão. Esse esquema de controle oferece um desempenho dinâmico superior, seu algoritmo pode ser efetivamente implementado em tempo real por processadores digitais, e a diferença de custo entre as implementações digitais deste esquema de controle avançado e um controle de baixo desempenho é mínima (WU, 2007).

Em tal sistema, o controle de velocidade é drasticamente simplificado pois a dinâmica elétrica da unidade de controle torna-se irrelevante (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

O controle vetorial faz com que o sistema de acionamento de um motor de indução atue como um transdutor de torque, isto é, possibilita que o conjugado eletromagnético desenvolvido pela máquina possa, quase que instantaneamente, ser feito igual a um conjugado comandado.

Existem algumas variações acerca das estratégias de controle deste método. Orientação de fluxo do estator, orientação de fluxo do rotor, e orientação de fluxo no entreferro são os tipos mais comuns. Além disso, para todas as variações citadas existem métodos diretos e indiretos de implementação.

No presente trabalho será considerado uns dos métodos de implementação mais predominantes, que é a *orientação indireta de fluxo do rotor* ou IFOC (*indirect rotor flux oriented control*) (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

### 5.1 Princípio do controle vetorial (FOC)

Como conhecido, um motor CC possui um excelente desempenho dinâmico. Isto se deve principalmente ao controle desacoplado do conjugado eletromagnético. O torque é desenvolvido pela interação de dois campos magnéticos perpendiculares. Um campo é gerado pela corrente  $i_f$  no enrolamento de campo (estator) e o outro é produzido pela corrente de armadura (rotor)  $i_a$ . O conjugado desenvolvido pode ser expresso como

$$T_e = K\lambda_f i_a \quad (5.1.1)$$

onde  $K$  é uma constante que depende das características construtivas da máquina e  $\lambda_f$  é o fluxo produzido por  $i_f$ . Em acionamentos de alta performance,  $\lambda_f$  é normalmente mantido constante mantendo-se a corrente de campo constante e, portanto o torque  $T_e$  é proporcional e pode ser controlado diretamente pela corrente  $i_a$  (WU, 2007).

O controle vetorial torna a dinâmica de controle do motor de indução similar ao controle de um motor CC. A premissa básica do controle vetorial pode ser entendida considerando um laço de corrente em um campo magnético uniforme, como mostra a Figura 14.

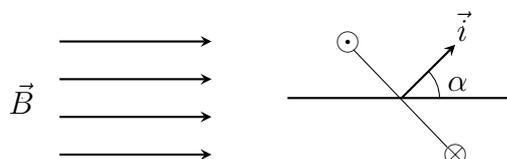


Figura 14 – Torque em um laço de corrente.

A força induzida nos condutores é

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= 2ilB \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

o conjugado induzido será então

$$\begin{aligned} \tau_e &= (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \\ &= -2ilrNB \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

em que  $i$  é a corrente que circula na bobina,  $N$  é o número de enrolamentos,  $r$  é o raio,  $l$  é o comprimento da bobina (para dentro da página) e  $B$  é a densidade de fluxo magnético. O sinal negativo presente na equação (5.1.3) é devido ao fato do sentido resultante de rotação da bobina ser no sentido horário. A magnitude do conjugado é máxima quando o vetor de corrente, definido perpendicularmente à superfície do enrolamento e na mesma

direção do fluxo produzido, é perpendicular ao vetor do campo magnético. A mesma conclusão pode ser aplicada ao motor de indução.

Na [Figura 15](#) está ilustrado os eixos- $dq$  e as grandezas do rotor no respectivo referencial,  $i'_{qdr}$  e  $\lambda'_{qdr}$ , em um dado instante de tempo.

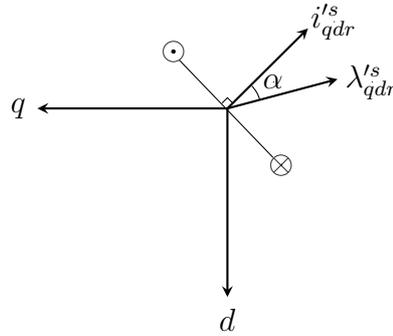


Figura 15 – Torque produzido em um motor de indução.

A equação (3.5.6) pode ser reescrita de uma forma equivalente, da seguinte forma

$$\tau_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda'_{qr} i'_{dr} - \lambda'_{dr} i'_{qr}) \quad (5.1.4)$$

e pode ser expressa como

$$\tau_e = - \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) |\lambda'_{qdr}| |i'_{qdr}| \sin \alpha \quad (5.1.5)$$

Portanto, a equação (5.1.5) é análoga a expressão dada pela equação (5.1.3). Da mesma forma, para uma dada magnitude do fluxo enlaçado, o torque eletromagnético é maximizado quando o vetor de corrente e o vetor do fluxo enlaçado são perpendiculares.

Desta forma, é notável que se os vetores forem mantidos perpendiculares o conjugado eletromagnético máximo poderá ser alcançado em qualquer instante de tempo. No entanto, isto é sempre alcançado na prática. Num motor de indução operando em estado permanente os vetores de fluxo enlaçado e de corrente sempre são perpendiculares. Considere as equações (3.4.16) e (3.4.17), para uma máquina em regime permanente

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} \quad (5.1.6)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} \quad (5.1.7)$$

considerando que os terminais do rotor são curto-circuitados e utilizando o referencial

síncrono, obtêm-se

$$i'_{qr}{}^e = -\frac{1}{r'_r}(\omega_e - \omega_r)\lambda'_{dr}{}^e \quad (5.1.8)$$

$$i'_{dr}{}^e = \frac{1}{r'_r}(\omega_e - \omega_r)\lambda'_{qr}{}^e \quad (5.1.9)$$

Em que o super-escrito  $e$  se refere ao referencial síncrono. O produto escalar entre os vetores de fluxo enlaçado e de corrente pode ser expresso como

$$\lambda'_{qdr}{}^e \cdot i'_{qdr}{}^e = \lambda'_{qr}{}^e i'_{qr}{}^e + \lambda'_{dr}{}^e i'_{dr}{}^e \quad (5.1.10)$$

substituindo as equações (5.1.8) e (5.1.9) na equação (5.1.10), fica

$$\lambda'_{qdr}{}^e \cdot i'_{qdr}{}^e = 0 \quad (5.1.11)$$

Portanto, à partir da equação (5.1.11), pode-se concluir que os vetores de fluxo enlaçado e corrente no rotor, expresso no referencial síncrono, são sempre perpendiculares. Além disso, se os vetores são perpendiculares no referencial síncrono, eles são perpendiculares em qualquer referencial (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Assim sendo, a principal característica que define o acionamento através orientação de campo é que o vetores são mantidos perpendiculares, e consequentemente o conjugado máximo é alcançado, mesmo durante a condição transitória. Esta é a característica que resulta na alta capacidade de desempenho transitório desta classe de acionamento. A primeira parte da estratégia de controle vetorial é garantir que

$$\lambda'_{qr}{}^e = 0 \quad (5.1.12)$$

e a segunda é garantir que

$$i'_{dr}{}^e = 0 \quad (5.1.13)$$

Nitidamente, se as premissas dadas pelas equações (5.1.12) e (5.1.13) forem atendidas durante o período transitório, através da equação (5.1.10) têm-se que vetor de fluxo enlaçado e o vetor de corrente serão perpendiculares durante as mesmas condições.

A primeira estratégia (5.1.12) pode ser satisfeita escolhendo um referencial adequado, isto é, alinhando o fluxo enlaçado do rotor com o eixo- $d$  no referencial síncrono.

A segunda estratégia (5.1.13) pode ser realizada fazendo com que a componente de eixo direto da corrente no estator ( $i'_{ds}{}^e$ ) permaneça constante. Considere a equação de tensão no eixo- $d$  do rotor (3.4.17) e a premissa dada pela primeira estratégia de controle, então

$$0 = r'_r i'_{dr}{}^e + p \lambda'_{dr}{}^e \quad (5.1.14)$$

substituindo  $\lambda'_{dr}$  na expressão anterior pela equação (3.4.23) e rearranjando os termos adequadamente, fica

$$p i'_{dr} = -\frac{r'_r}{L'_{rr}} i'^e_{dr} - \frac{L_m}{L'_{rr}} p i^e_{ds} \quad (5.1.15)$$

Portanto, a equação (5.1.15) é uma equação diferencial de primeira ordem em  $i'^e_{dr}$ . Logo, se  $i^e_{ds}$  é mantida constante, a solução desta equação diferencial será

$$i'^e_{dr} = k e^{-at} \quad (5.1.16)$$

em que  $a = r'_r/L'_{rr}$ . Desta forma, desde que  $i^e_{ds}$  seja mantida constante,  $i'^e_{dr}$  irá para zero, independentemente da ocorrência de outros períodos transitórios.

Neste ponto, é conveniente explorar algumas implicações decorrentes da premissa do controle vetorial (5.1.12) e (5.1.13). Da equação (3.4.23), obtêm-se

$$\lambda'^e_{dr} = L_m i^e_{ds} \quad (5.1.17)$$

Claramente, a magnitude do fluxo enlaçado no rotor estabelece a magnitude da componente em eixo direto da corrente no estator. À partir da equação (5.1.4), o torque pode ser expresso como

$$\tau_e = -\left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) \lambda'^e_{dr} i'^e_{qr} \quad (5.1.18)$$

além disso, com base na equação (3.4.22), pode-se mostrar que

$$i'^e_{qr} = -\frac{L_m}{L'_{rr}} i^e_{qs} \quad (5.1.19)$$

portanto, combinando as equações (5.1.18) e (5.1.19), vem, para o controle vetorial

$$\tau_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L'_{rr}} \lambda'^e_{dr} i^e_{qs} \quad (5.1.20)$$

Comparando as equações (5.1.1) e (5.1.20), pode-se demonstrar que através do controle vetorial a dinâmica do acionamento de um motor de indução se faz equivalente a dinâmica de acionamento de um motor CC, ou seja, o controle de conjugado torna-se desacoplado e é controlado apenas por corrente.

A Figura 16 denota, através das equações (5.1.17) e (5.1.20), o controle vetorial genérico pela orientação de fluxo do rotor. Em que as variáveis  $x^*$ ,  $\check{x}$  e  $\hat{x}$  denotam grandezas comandadas, estimadas e medidas, respectivamente. O subscrito (*est*) indica o valor estimado dos parâmetros em ambas equações (5.1.17) e (5.1.20).

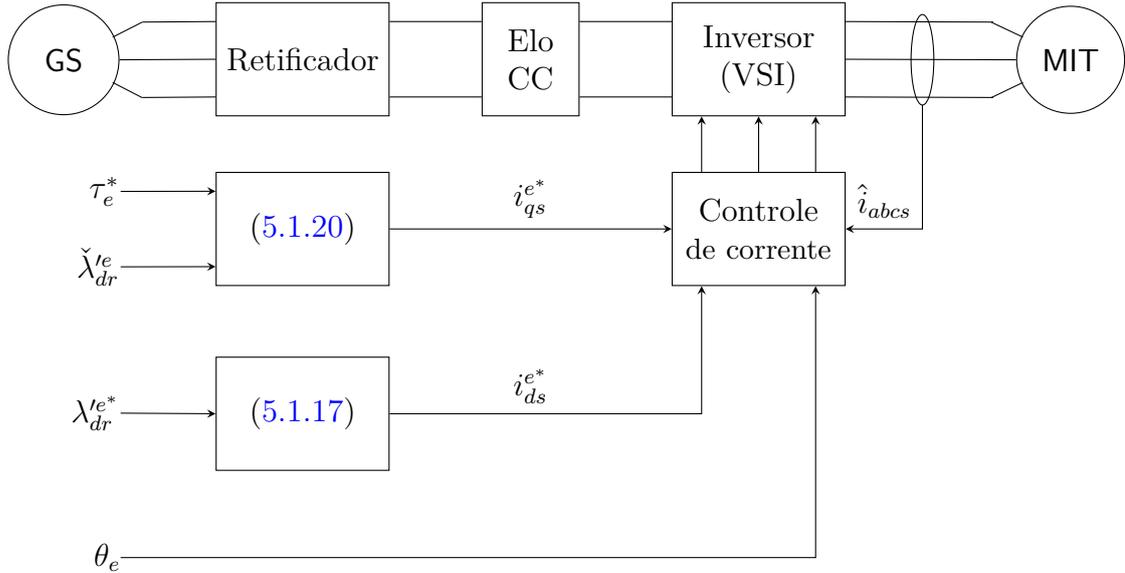


Figura 16 – Controle vetorial genérico através da orientação de fluxo do rotor.

Uma vez estabelecido o conjugado eletromagnético desejado  $\tau_e^*$ , os parâmetros estimados da máquina e o fluxo enlaçado pretendido no rotor  $\lambda_{dr}^{e*}$ , são estabelecidas as correntes comandadas para estator  $i_{qs}^{e*}$  e  $i_{ds}^{e*}$ .

As correntes nos eixos- $dq$  comandadas para o estator em conjunto com as correntes de fase medidas são utilizadas para estabelecer as tensões sobre eixos- $dq$  para o controle tensão do VSI, como será discutido na Seção 6.3.

A diferença entre o método direto e indireto de implementação do controle vetorial através da orientação de fluxo do rotor está na forma em que as seguintes grandezas são estabelecidas:  $\check{\lambda}_{dr}^{te}$  e  $\theta_e$ . A seguir, será mostrado como tais grandezas são estabelecidas a partir do método indireto.

## 5.2 Orientação indireta de fluxo no rotor (IFOC)

Um sensor de velocidade digital é necessário para medir a velocidade de rotação da máquina no esquema de controle vetorial indireto. O ângulo de referência  $\theta_e$  para a orientação do campo é obtido a partir da velocidade do rotor medida e do ângulo de deslizamento (escorregamento) calculado com base nos parâmetros do motor. Uma vez que a velocidade do rotor  $\omega_r$  é medida diretamente, o ângulo no referencial síncrono pode ser encontrado a partir de

$$\theta_e = \int (\omega_r + \omega_s) dt \quad (5.2.1)$$

em que  $\omega_s$  é a frequência de deslizamento angular.

O método indireto do controle vetorial para orientação indireta de fluxo no rotor é um método sensível aos parâmetros da máquina. No entanto, apesar de ser menos robusto ele não requer a mensuração do fluxo enlaçado ( $\lambda_{dr}^{le}$ ) no entreferro. Para medição do fluxo enlaçado no rotor da máquina seria necessário um sensor de efeito-hall, o que acarreta alguns problemas na prática, além do custo elevado.

A fim de estabelecer o algoritmo para implementação do IFOC sem o conhecimento do fluxo enlaçado no rotor, é necessário estabelecer a frequência elétrica do sistema. Da equação de tensão no eixo- $q$  do rotor (3.4.16) em conjunto com a premissa do controle vetorial (5.1.12), obtêm-se

$$\omega_e = \omega_r - r_r' \frac{i_{qr}^{le}}{\lambda_{dr}^{le}} \quad (5.2.2)$$

Utilizando as equações (5.1.17) e (5.1.19), a equação (5.2.2) torna-se

$$\omega_e = \omega_r + \frac{r_r' i_{qs}^e}{L_{rr}' i_{ds}^e} \quad (5.2.3)$$

Portanto, a frequência elétrica é estabelecida através das correntes comandadas ao estator da máquina. A frequência de deslizamento angular é definida de acordo com a seguinte equação

$$\omega_s = \frac{r_r' i_{qs}^{e*}}{L_{rr}' i_{ds}^{e*}} \quad (5.2.4)$$

A Figura 17 representa o diagrama de blocos para implementação do controle vetorial indireto através da orientação de fluxo do rotor.

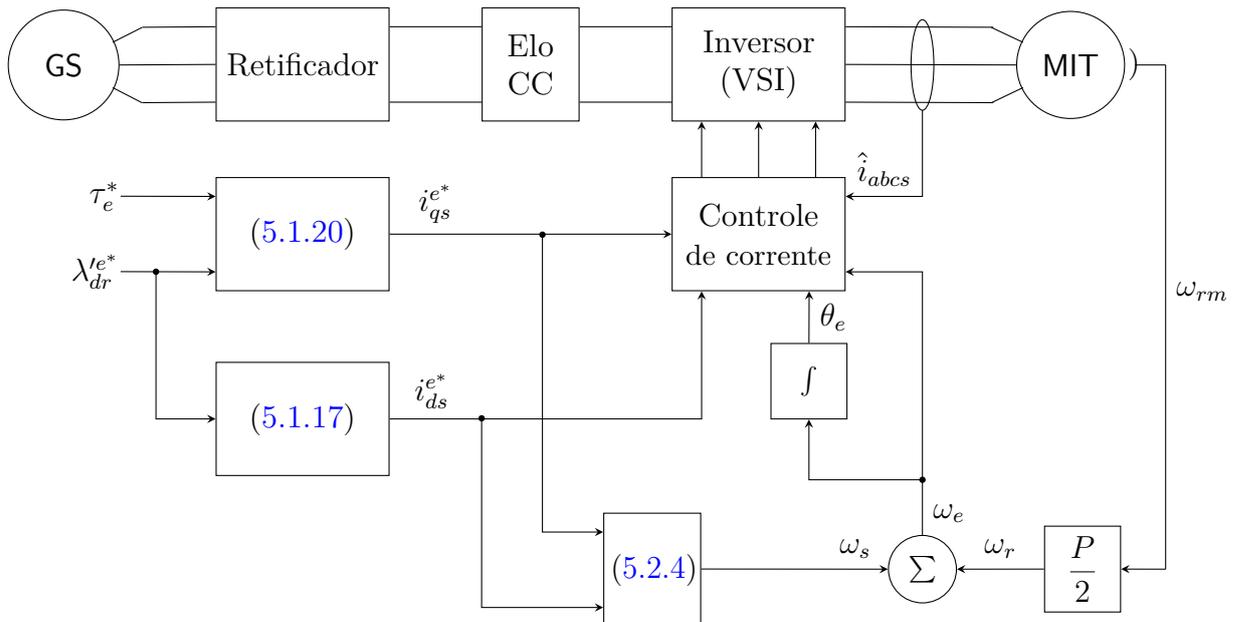


Figura 17 – Controle vetorial indireto através da orientação de fluxo do rotor.

Neste capítulo serão discutidos os controladores empregados no acionamento elétrico de uma locomotiva. Serão abordados os controladores utilizados na regulação de frequência da máquina primária, na regulação da tensão (excitação) da máquina síncrona, bem como as técnicas de controle aplicadas para a obtenção da modulação por largura de pulso (PWM), utilizada no acionamento do motor de tração da planta.

### 6.1 Regulador de velocidade da máquina primária

O regulador de velocidade ilustrado na [Figura 18](#) tem por objetivo manter frequência do sistema constante, mesmo após a ocorrência de um distúrbio que ocasione um desequilíbrio significativo entre geração e carga do sistema, isto é, um distúrbio entre o conjugado mecânico proveniente da máquina primária e o conjugado eletromagnético sorvido pelo sistema elétrico ([KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002](#)).

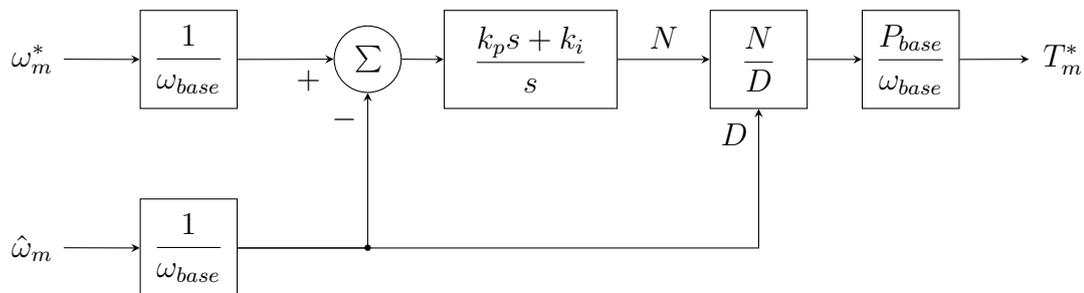


Figura 18 – Regulador de velocidade da máquina primária.

O controlador utiliza parâmetros normalizados e é baseado na ação de controle proporcional-integral. A premissa do controle consiste em monitorar a velocidade de giro da máquina primária e comparará-la com a velocidade síncrona mecânica do sistema. Desta forma, caso haja alguma variação nas interações eletromecânicas do sistema, o controlador atua de forma a comandar um conjugado mecânico que se oponha a esta variação e restabeleça o equilíbrio entre as forças.

As entradas deste controlador são as velocidades mecânicas de referência e medida,  $\omega_m^*$  e  $\hat{\omega}_m$ , respectivamente. A saída é o conjugado mecânico comandado  $T_m^*$ . Os parâmetros

associados a esta estratégia de controle são o ganhos  $k_p$  e  $k_i$  do controlador, a potência base  $P_{base}$  e a velocidade base  $\omega_{base}$  da máquina.

## 6.2 Regulador de tensão da máquina síncrona

Este controlador tem por objetivo manter as tensões terminais do gerador síncrono em valores contantes e especificados, mesmo após ocorrências de distúrbios, como por exemplo, a tomada de carga do motor de tração. Na [Figura 19](#) está ilustrado o modelo do referido controlador.

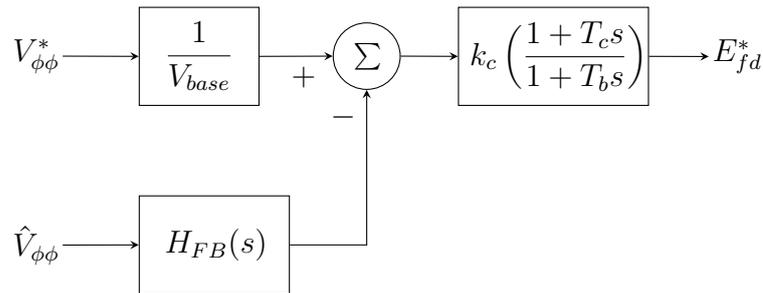


Figura 19 – Regulador de tensão do gerador síncrono.

O controlador utilizado é fundamentado na descrição feita em ([KUNDUR, 1994](#)), o qual é baseado na ação de controle por avanço-atraso de fase.

Esta estratégia de controle consiste, basicamente, em estabelecer ou restaurar o equilíbrio entre a tensão demandada pelo sistema e a tensão terminal da máquina síncrona. A premissa da ação de controle parte da tomada de carga do motor de tração que, naturalmente, acarreta em uma queda de tensão no barramento terminal da máquina, e conseqüentemente, na tensão do elo CC. No entanto, a tensão do elo CC deve possuir um valor mínimo, como dissertado na [Seção 4.2](#).

Desta forma, após a excitação primária atingir o regime permanente qualquer desvio de tensão impactará diretamente a excitação da máquina síncrona, de forma a restabelecer as tensões nos patamares apropriados.

As entradas deste controlador são as tensões de linha eficazes de referência e medida,  $V_{\phi\phi}^*$  e  $\hat{V}_{\phi\phi}$ , respectivamente. A saída é a tensão terminal do circuito de excitação  $E_{fd}^*$ . A tensão de linha eficaz medida é filtrada por um filtro passa-baixa  $H_{PB}(s)$ , cujo ganho é especificado de forma a normalizar o valor medido e possui uma frequência de corte que minimiza os ruídos de medição. O ganho  $k_c$  é o parâmetro que especifica o valor real, em volts, na saída do controlador. Os demais parâmetros são as constantes de tempo da ação de controle  $T_c$  e  $T_b$ .

### 6.3 Regulação de tensão e corrente da máquina de indução

Na [Seção 4.2](#) foi estabelecida a estratégia de modulação por largura de pulso para a obtenção da tensão e corrente em magnitudes e frequências estabelecidas na saída do inversor. No entanto, não foi discutido como este método é alcançado.

Nesta Seção será feita a análise inversa do problema, isto é, a obtenção de um ciclo de trabalho apropriado  $d$  de modo a obter o valor médio instantâneo para a tensão e corrente na saída do conversor no referencial síncrono. O termo de *ciclo de trabalho* é utilizado para descrever a fração de tempo em que um determinado sistema permanece num estado ativo, neste caso corresponde a fração do tempo em que uma chave permanece fechada.

Como foi discutido na [Seção 4.2](#), os sinais de referência para modulação são defasados entre si por  $120^\circ$ . Desta forma, à partir da equação (4.2.1), defini-se

$$m_a = d \cos \theta_c \quad (6.3.1)$$

$$m_b = d \cos \left( \theta_c - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (6.3.2)$$

$$m_c = d \cos \left( \theta_c + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (6.3.3)$$

além disso, com base em (4.2.6), segue que

$$\hat{v}_{ks} = \frac{V_{cc}}{2} m_k \quad \forall k \in \{a, b, c\} \quad (6.3.4)$$

em que  $\hat{\cdot}$ , neste caso, denota um valor médio instantâneo e o subscrito  $c$  refere-se as grandezas na referencial do conversor.

A estratégia para obtenção da taxa de modulação consiste em relacionar as tensões do estator sobre os eixos- $dq$  no referencial síncrono com o ciclo de trabalho  $d$ . Ademais, pode-se mostrar que no referencial do conversor ([KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002](#)).

$$v_{qs}^c = d \frac{V_{cc}}{2} \quad (6.3.5)$$

$$v_{ds}^c = 0 \quad (6.3.6)$$

Com base na [Figura 20](#), pode-se relacionar as tensões do estator no referencial do conversor com o referencial síncrono, da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^e \\ v_{ds}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ce} & \sin \theta_{ce} \\ -\sin \theta_{ce} & \cos \theta_{ce} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^c \\ v_{ds}^c \end{bmatrix} \quad (6.3.7)$$

em que  $\theta_{ce}$  é o deslocamento angular entre o referencial do conversor com relação ao referencial síncrono.

$$\theta_{ce} = \theta_c - \theta_e \quad (6.3.8)$$

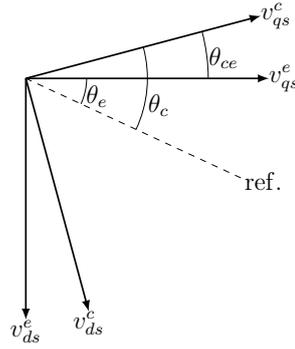


Figura 20 – Transformação entre dois sistemas referenciais através de relações trigonométricas.

Reescrevendo a equação (6.3.7) em termos dos valores comandados de tensão e substituindo as equações de tensão no referencial do conversor por seus respectivos valores médios e instantâneos (6.3.5) e (6.3.6), obtêm-se

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^{e*} \\ v_{ds}^{e*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ce} & \sin \theta_{ce} \\ -\sin \theta_{ce} & \cos \theta_{ce} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \frac{V_{cc}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.3.9)$$

Portanto, a partir da equação (6.3.9), pode-se escrever

$$d = \frac{2}{V_{cc}} \sqrt{(v_{qs}^{e*})^2 + (v_{ds}^{e*})^2} \quad (6.3.10)$$

$$\theta_{ce} = -\arctan \left( \frac{v_{ds}^{e*}}{v_{qs}^{e*}} \right) \quad (6.3.11)$$

Desta forma, as equações (6.3.10) e (6.3.11) definem a estratégia de controle ilustrada na Figura 21.

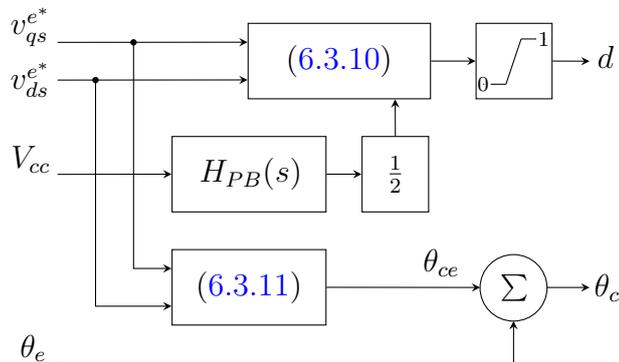


Figura 21 – Controle de tensão para obtenção do ciclo de trabalho.

As entradas são as tensões comandadas sobre os eixos- $dq$  do estator no referencial síncrono, a tensão suprida ao inversor  $V_{cc}$ , e a posição para referencial síncrono  $\theta_e$ . As saídas são o ciclo de trabalho  $d$  e a posição para o referencial do conversor  $\theta_c$ , necessárias

à realização do sinal de referência, de acordo com o conjunto de equações (6.3.1) a (6.3.3). Existe ainda a filtragem da tensão  $V_{cc}$  por um filtro passa baixa representado pela função de transferência  $H_{PB}(s)$ , de modo a minimizar ruídos e para propósitos de estabilidade (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). Além disso, existe um limitador ao ciclo de trabalho  $d$  de forma a evitar o aumento não linear da tensão na saída do inversor.

A partir deste ponto será descrito como as tensões comandadas  $v_{qs}^{e*}$  e  $v_{ds}^{e*}$  são estabelecidas. Uma abordagem para atingir tais tenções é baseada no controle em malha fechada das correntes no estator da máquina.

De acordo com as equações (5.1.17) e (5.1.20), as correntes do estator, tanto no eixo direto como no eixo em quadratura, devem ser controladas para implementação do controle vetorial. Desta forma, através do controle das referidas variáveis é possível obter e, controlar indiretamente, as tenções comandadas  $v_{qs}^{e*}$  e  $v_{ds}^{e*}$  (NOVOTNY; LIPO, 1996).

Para realizar esta tarefa é necessário desacoplar as equações de tensão do estator de modo que seja possível controlar independentemente as correntes do estator sobre os eixos- $dq$  no referencial síncrono.

O primeiro passo para desenvolver o desacoplamento é reescrever as equações (3.4.13) e (3.4.14) em termos do fluxo enlaçado do rotor. Isto é realizado escrevendo as equações de corrente do rotor em termos do fluxo enlaçado (3.4.22) (3.4.23).

$$i_{qr}^{te} = \frac{1}{L'_{rr}} (\lambda_{qr}^{te} - L_m i_{qs}^e) \quad (6.3.12)$$

$$i_{dr}^{te} = \frac{1}{L'_{rr}} (\lambda_{dr}^{te} - L_m i_{ds}^e) \quad (6.3.13)$$

Substituindo (6.3.12) e (6.3.13) nas equações de fluxo enlaçado do estator (3.4.19) e (3.4.20), resulta em

$$\lambda_{qs}^e = \left( L_{ss} - \frac{L_m^2}{L'_{rr}} \right) i_{qs}^e + \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{qr}^{te} \quad (6.3.14)$$

$$\lambda_{ds}^e = \left( L_{ss} - \frac{L_m^2}{L'_{rr}} \right) i_{ds}^e + \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{dr}^{te} \quad (6.3.15)$$

em que a indutância equivalente de Thevenin (WU, 2007) vista pelo estator

$$L_T = L_{ss} - \frac{L_m^2}{L'_{rr}} \quad (6.3.16)$$

é introduzida para simplificar a notação. As expressões (6.3.14) e (6.3.15) são utilizadas para reescrever as equações de tensão do estator (2.4.9) e (2.4.10) em termos do fluxo enlaçado do rotor, obtendo-se

$$v_{qs}^e = (r_s + pL_T) i_{qs}^e + \omega_e \left( L_T i_{ds}^e + \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{dr}^{te} \right) + \frac{L_m}{L_{rr}} p \lambda_{qr}^{te} \quad (6.3.17)$$

$$v_{ds}^e = (r_s + pL_T) i_{ds}^e - \omega_e \left( L_T i_{qs}^e + \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{qr}^{te} \right) + \frac{L_m}{L_{rr}} p \lambda_{dr}^{te} \quad (6.3.18)$$

Considerando a operação em regime permanente da máquina,  $p\lambda_{qr}^e \simeq 0$  e  $p\lambda_{dr}^e \simeq 0$ , desprezando a resistência do estator  $r_s$ , pode-se reescrever as equações (6.3.17) e (6.3.18) como sendo

$$v_{qs}^e \simeq pL_T i_{qs}^e + \omega_e L_T i_{ds}^e + e_{qT} \quad (6.3.19)$$

$$v_{ds}^e \simeq pL_T i_{ds}^e - \omega_e L_T i_{qs}^e + e_{dT} \quad (6.3.20)$$

em que  $e_{qT}$  e  $e_{dT}$  são grandezas que variam lentamente.

$$e_{qT} = \omega_e \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{dr}^e \quad e_{dT} = \omega_e \frac{L_m}{L_{rr}} \lambda_{qr}^e \quad (6.3.21)$$

Portanto, a Figura 22 ilustra a abordagem para obtenção de uma fonte de tensão baseada no controle de corrente. As entradas para o controle são as correntes comandadas  $i_{qs}^{e*}$  e  $i_{ds}^{e*}$  de acordo com as equações (5.1.17) e (5.1.20), as correntes medidas  $i_{qs}^e$  e  $i_{ds}^e$  obtidas medindo-se as correntes  $abc$  do estator e transformando-as para o referencial síncrono, por fim, a velocidade angular  $\omega_e$  no referencial síncrono.

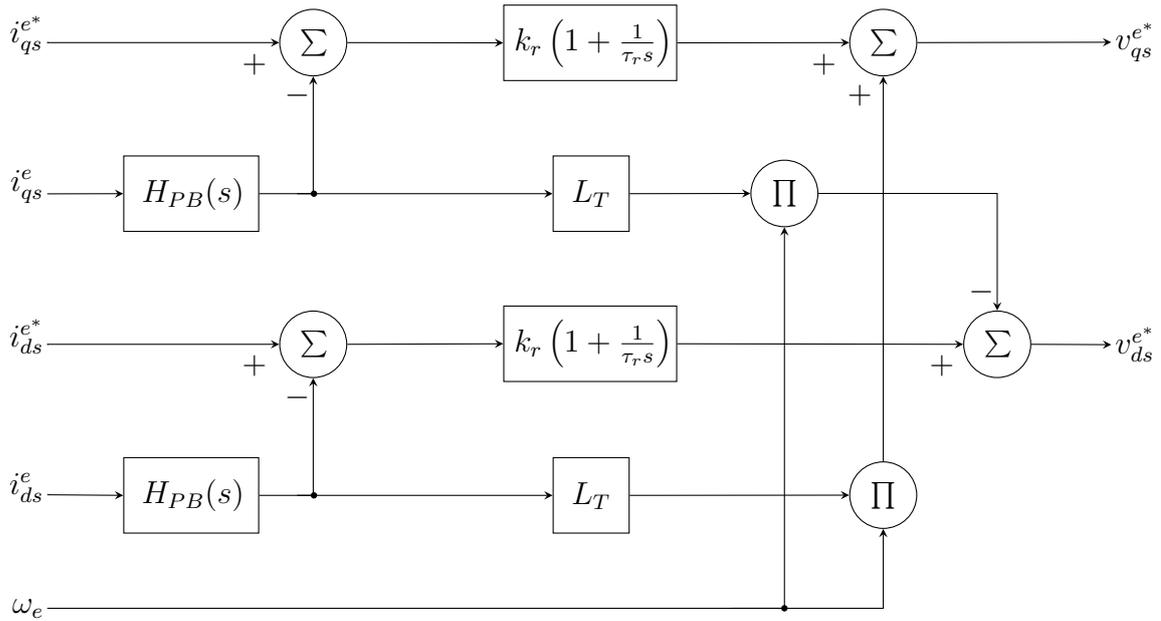


Figura 22 – Fonte de tensão baseada no controle de corrente.

As saídas deste controlador serão as tensões comandadas  $v_{qs}^{e*}$  e  $v_{ds}^{e*}$  no referencial síncrono, as quais são utilizadas pelo controlador mostrado na Figura 21 para o estabelecimento do ciclo de trabalho  $d$ . Os parâmetros associados a esta estratégia de controle são o ganho  $k_r$ , a constante de tempo  $\tau_r$  e a indutância equivalente de Thevenin vista pelo estator da máquina  $L_T$ . O filtro passa-baixa  $H_{PB}(s)$  é projetado com ganho unitário e com uma frequência de corte abaixo da frequência de comutação (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). O ganho  $k_r$  e a constante de tempo  $\tau_r$  do controlador são valores empíricos.

---

**MODELAGEM DA CARGA**

---

Para obter um modelo elétrico compatível com situações práticas, a modelagem da carga acoplada aos motores elétricos é fundamental. Por isso, a dinâmica do movimento relacionado à tração ferroviária deve ser considerada. Alguns aspectos particulares são extremamente importantes para um modelo confiável da carga, incluindo a inclinação e as curvas dos trilhos, a força de arrasto do ar e fricção mecânica. Com um modelo preciso para a carga, é possível estimar o torque eletromagnético a ser desenvolvido pelo sistema de tração da locomotiva e, conseqüentemente, especificar corretamente os componentes que constituem o sistema de acionamento elétrico.

### 7.1 Introdução

O desenvolvimento da rede ferroviária de um país, visando o transporte de carga e passageiros, é crucial para a eficiência do transporte. As estradas de ferro fornecem uma conexão entre vários meios de transporte, permitindo uma economia mais competitiva (HAPEMAN; LONG; PLETTE, 1986). Por essa razão, as pesquisas sobre o desenvolvimento da tecnologia ferroviária e as melhorias nas locomotivas e em seus componentes são o primeiro passo para um verdadeiro desenvolvimento prático neste campo, uma vez que, a confiabilidade e a previsibilidade das trajetórias são características fundamentais que possibilitam tais estudos.

O sistema de tração das locomotivas pode ter várias configurações (CANDEE, 1950), a maioria baseada em sistemas puramente elétricos, sistemas híbridos – como para locomotivas diesel-elétricas, e sistemas baseados em cremalheiras. Nas locomotivas diesel-elétricas, o motor diesel está ligado a um gerador que alimenta os motores de tração elétricos. Estes transportam energia para rodas através de engrenagens acopladas aos eixos. Este tipo de locomotiva transporta sua própria estação de geração de energia elétrica e, como tal, uma ampla gama de modelos de equipamentos elétricos devem ser contabilizados ao modelar o sistema de movimentação da locomotiva como um todo (SILVA; RESENDE; TOMIM, 2017).

Para alcançar uma simulação satisfatória da operação dos motores de tração e os componentes elétricos que compõe a locomotiva, é necessário a modelagem da carga imposta aos motores. O modelo matemático discutido neste trabalho envolve estimar

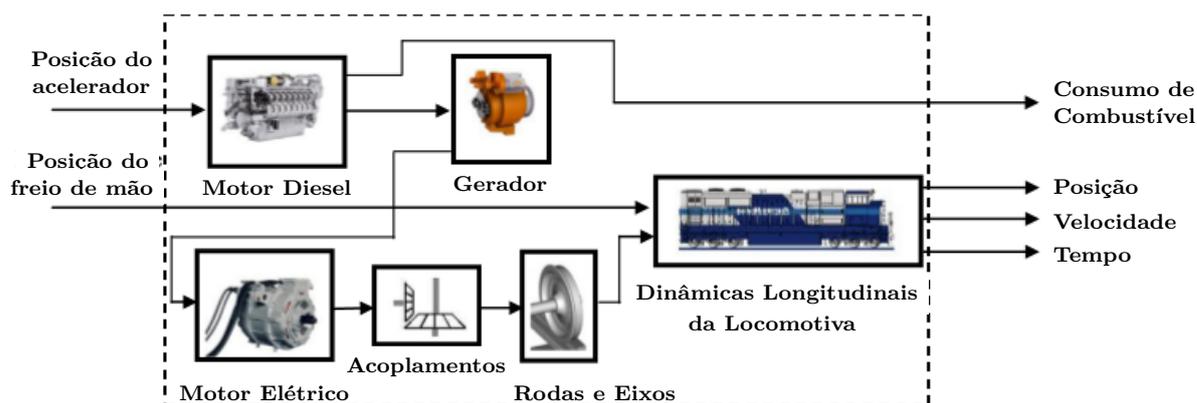


Figura 23 – Interdependências do sistema de tração locomotor (SAADAT; ESFAHANIAN; SAKET, 2016).

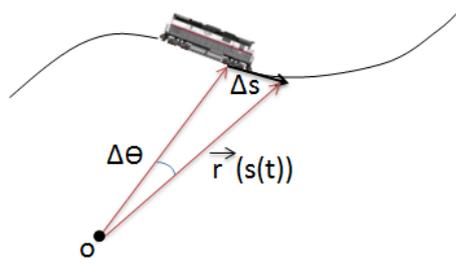
a força que o sistema de tração deve produzir, considerando os aspectos mecânicos do movimento da locomotiva ao longo de uma rota (SAADAT; ESFAHANIAN; SAKET, 2016). Essa força motora está relacionada a todas as forças que tendem a influenciar o movimento da locomotiva. Forças devido à inclinação, às curvas, ao arrefrescamento do ar e fricção mecânica são de particular importância (LOBO, 2006). Conjeturar todas as forças durante o movimento da locomotiva permite estimar o torque eletromagnético que as máquinas elétricas de tração devem desenvolver a cada instante ao longo da trajetória. Além disso, torna-se possível obter aspectos importantes relacionados aos sistemas de acionamento elétrico, incluindo tensões e correntes que fluem através dos geradores elétricos, inversores e motores de tração, entre outros.

Neste contexto, o objetivo principal deste trabalho é apresentar um modelo para as trajetórias ferroviárias em simulações no domínio do tempo para sistemas de acionamento elétrico de locomotivas. Essas simulações podem desempenhar um papel importante no projeto de estratégias de controle e análises de desempenho em geral.

## 7.2 Modelo da locomotiva

Os componentes responsáveis pela tração da locomotiva dependem inteiramente da carga aplicada às máquinas elétricas. O torque necessário para estabelecer o movimento está diretamente relacionado às forças líquidas que resistem ou ajudam o movimento longitudinal do trem que, por sua vez, se correlacionam diretamente com a trajetória percorrida e a velocidade de deslocamento. A Figura 23 resume as interdependências entre todos os subsistemas que compõem o sistema de unidade da locomotiva.

Os dados da trajetória devem ser tratados para obter a projeção do percurso nas três dimensões ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ). Derivando (7.2.1) em relação à distância do percurso  $s$  percorrida ao longo do caminho obtém-se um vetor tangencial  $\vec{r}_{tg}$  como denotado por (7.2.2). O vetor

Figura 24 – Posição  $\vec{r}(s)$  da locomotiva ao longo da trajetória.

normal  $\vec{r}_n$ , dado em (7.2.3), é obtido da mesma forma com uma diferenciação de segunda ordem em relação à distância do percurso  $s$ .

$$\vec{r}(s) = x(s)\hat{i} + y(s)\hat{j} + z(s)\hat{k} \quad (7.2.1)$$

$$\hat{r}_{tg}(s) = \frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{dx}{ds}\hat{i} + \frac{dy}{ds}\hat{j} + \frac{dz}{ds}\hat{k} \quad (7.2.2)$$

$$\vec{r}_n(s) = \frac{d\hat{r}_{tg}}{ds} = \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} = \frac{d^2x}{ds^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{ds^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{ds^2}\hat{k} \quad (7.2.3)$$

Aplicando a definição de diferenciação, pode-se provar que  $\|d\vec{r}/ds\| = 1$ , mostrando que  $d\vec{r}/ds$  é um vetor unitário tangente à trajetória, como mostrado a seguir.

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(s + \Delta s) - \vec{r}(s)}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta s \hat{r}_{tg}}{\Delta s} = \hat{r}_{tg} \quad (7.2.4)$$

A partir da posição  $\vec{r}$ , que representa a trajetória no espaço tridimensional, pode-se deduzir as expressões para a velocidade  $\vec{v}$  e a aceleração  $\vec{a}$  ao longo da trajetória, conforme indicado na sequência.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{d\vec{r}}{ds} = v(t) \hat{r}_{tg} \quad [\text{m/s}] \quad (7.2.5)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \hat{r}_{tg} + v^2 \vec{r}_n = a_{tg} \hat{r}_{tg} + v^2 \vec{r}_n \quad [\text{m/s}^2] \quad (7.2.6)$$

onde,

$$v(t) = \frac{ds}{dt} \quad [\text{m/s}] \quad (7.2.7)$$

$$a_{tg}(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \quad [\text{m/s}^2] \quad (7.2.8)$$

Neste ponto, as equações diferenciais que regem o movimento do corpo ao longo da trajetória são obtidas por meio da segunda lei de Newton para o movimento, como mostram as (7.2.9) e (7.2.10) abaixo. Aqui, as forças que atuam tangencialmente a trajetória são as

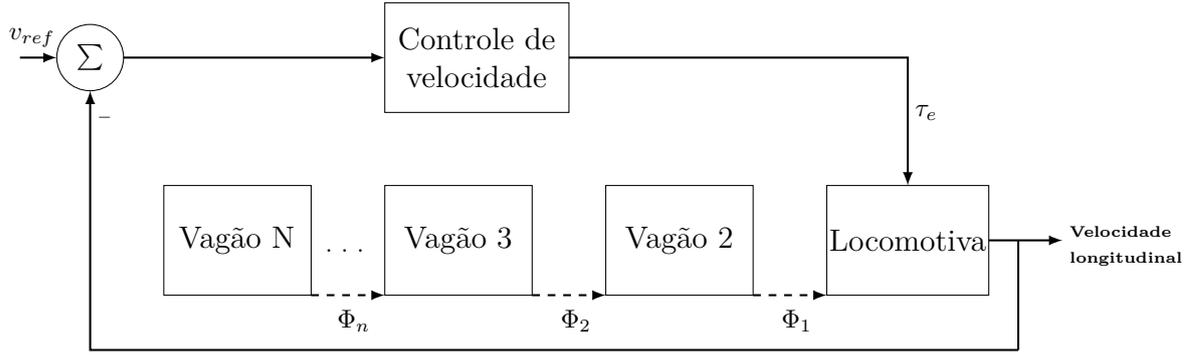


Figura 25 – Modelo de uma composição e suas conexões mecânicas.

forças  $F_{mot}$  aplicada pelo sistema de tração,  $F_i$  devido à inclinação da rota,  $F_{fric}$  devido ao arrasto do ar e atrito mecânico,  $F_{curva}$  devida à curvas do percurso ao longo da ferrovia, e  $F_{fw}$  e  $F_{rw}$  associados às forças de acoplamento entre os vagões dianteiro e traseiro, respectivamente. Estas duas últimas forças são transferidas de vagão para vagão por meio de conexões mecânica rígidas, que define a mesma trajetória  $s$  para todos vagões conectados à locomotiva.

$$m a_{tg} = F_{mot} + F_i + F_{fric} + F_{curva} - F_{fw} + F_{rw} \quad (7.2.9)$$

$$m a_n = F_n + m g_n \quad (7.2.10)$$

A partir da definição do vetor normal  $\hat{\mathbf{r}}_n$ , é possível determinar a curvatura ( $\kappa$ ) ao longo da trajetória e seu raio de curvatura associado ( $\rho$ ) (APOSTOL, 1994). Esse valor é importante para calcular a força devido às curvas, mostrado em (7.2.11) e (7.2.12).

$$\kappa = \|\hat{\mathbf{r}}_n\| \quad [1/m] \quad (7.2.11)$$

$$\rho = \frac{1}{\kappa} \quad [m] \quad (7.2.12)$$

Para calcular a força devido à inclinação, a componente de gravidade tangencial  $\vec{\mathbf{g}}_{tg}$  é obtida projetando-se a gravidade  $\vec{\mathbf{g}}$  na direção da trajetória definida por  $\hat{\mathbf{r}}_{tg}$ . Este componente influencia o movimento longitudinal da composição ao longo do caminho percorrido na ferrovia. Por completo, ambos os componentes da gravidade são mostrados em (7.2.13) e (7.2.14).

$$\vec{\mathbf{g}}_{tg} = (\vec{\mathbf{g}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{tg}) \hat{\mathbf{r}}_{tg} \quad [m/s^2] \quad (7.2.13)$$

$$\vec{\mathbf{g}}_n = (\vec{\mathbf{g}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_n) \hat{\mathbf{r}}_n \quad [m/s^2] \quad (7.2.14)$$

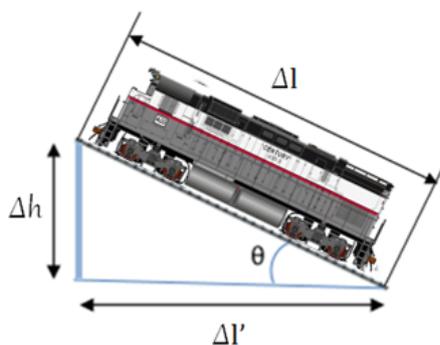


Figura 26 – Parâmetros da inclinação.

O modelo da locomotiva em linguagem Modelica que resume todas as equações descritas anteriormente é descrito na [Figura 62](#), no [Apêndice B](#). Com este modelo, a composição de um trem que se move ao longo de uma trajetória pode ser facilmente obtida aplicando-se o conjugado motor produzido pelo sistema de tração da locomotiva, enquanto os vagões de carga podem ser conectados uns aos outros por meio de acoplamentos rígidos mecânicos, denotado por  $\Phi$ , na [Figura 25](#). A trajetória é definida através de tabelas que relacionam o deslocamento ao longo do caminho  $s$  com a posição  $\vec{r}(s)$ ,  $\vec{r}_{tg}(s)$  e  $\vec{r}_n$ . O conjugado motor, por sua vez, é produzido por um controlador de velocidade baseado na ação controle proporcional-integral-derivativa (PID), como descrito a seguir.

$$H(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + sK_d \quad (7.2.15)$$

### 7.3 Forças Atuantes

Existem várias variáveis físicas que influenciam o movimento de um corpo rígido. Fatores como a inclinação da trajetória, fricção e aderência, forças devido às curvas e ao peso dos veículos em movimento, variam durante o deslocamento e também dependem da velocidade, das variações da trajetória e das condições mecânicas e ambientais ([LOBO, 2006](#)).

#### 7.3.1 Força devido à inclinação

A força devido à inclinação em uma trajetória é a chave para a modelagem da carga do motor. Evidentemente, a inclinação é determinada pelo projeto ferroviário, que deve obedecer aos limites máximos de inclinação para evitar que os sistemas de tração operem em condições extremas. A análise da inclinação é baseada na distância que a locomotiva sobe ao longo do eixo- $z$  em comparação com sua projeção no plano- $xy$  como mostrado na [Figura 26](#). O limite máximo de inclinação é aproximadamente 10 %, isto é, uma elevação de 10 metros no eixo- $z$  a cada 100 metros percorridos no plano- $xy$ .

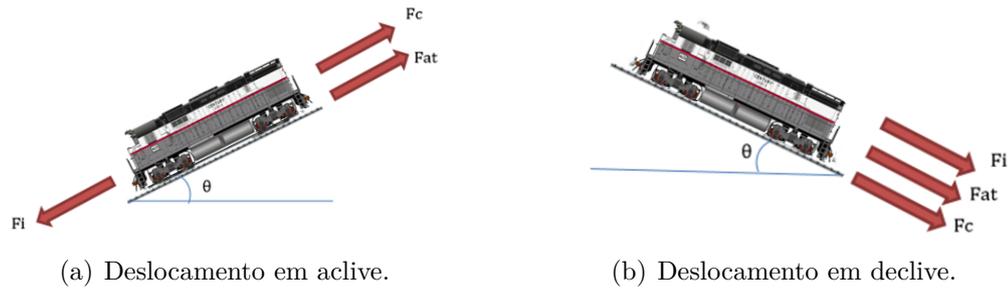


Figura 27 – Forças externas devido à inclinação.

A inclinação ( $i$ ) pode produzir forças que se opõem ao movimento durante o deslocamento em auge ou que auxiliam o movimento nos deslocamentos em declive, como mostrado na Figura 27. Esta força existe devido à componente da gravidade tangencial ao movimento da locomotiva, que depende do ângulo de inclinação em todos os pontos da trajetória. A inclinação é geralmente definida pela relação entre a elevação e a projeção da trajetória no plano- $xy$ , conforme indicado em (7.3.1).

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l'} \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{m}} \right] \quad (7.3.1)$$

A força de resistência devido à inclinação, sujeita a cada vagão, pode ser calculada como mostrado em (7.3.2), usando o resultado apresentado em (7.2.13).

$$\vec{\mathbf{F}}_i = m \vec{\mathbf{g}}_{tg} \quad [\text{N}] \quad (7.3.2)$$

Uma vez que essa força é proporcional à massa da locomotiva, grandes massas incorrerão em magnitudes de força bastante elevadas e influenciarão fortemente o movimento da composição.

### 7.3.2 Força devido à fricção

As forças devido à fricção sempre resistem ao movimento da locomotiva. Essas forças incluem arrasto do ar e fricção mecânica. O arrasto do ar aumenta com a velocidade, enquanto o atrito mecânico ocorre devido ao acoplamento das engrenagens, aos rolamentos e ao contato entre as rodas e o trilho.

$$\vec{\mathbf{F}}_{fric} = (A + Bv + Cv^2) mg \quad [\text{N}] \quad (7.3.3)$$

A expressão (7.3.3) inclui três tipos de atrito por meio dos coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Coeficiente  $A$  representa fricção mecânica, que é constante e independente da velocidade. Coeficiente  $B$  representa perdas relacionadas à histerese mecânica e amortecimento, entre outras forças verticais e horizontais (por exemplo, o contato ocasional entre o friso das rodas e o trilho nas curvas). Coeficiente  $C$  representa fricção com ar frontal e fluxo nas

Tabela 3 – Coeficientes de Davis

Tipo do veículo	A [N/kN]	B [Nh/kN · km]	C [Nh <sup>2</sup> /kN · km <sup>2</sup> ]
Locomotivas	$0.65 + \frac{13.5}{m_{ev}}$	0.00932	$\frac{0.00456 S_v}{(n_{ev} m_{ev})}$
Vagão	$0.65 + \frac{13.5}{m_{ev}}$	0.01405	$\frac{0.000945 S_v}{(n_{ev} m_{ev})}$

laterais da locomotiva. Essas constantes são obtidas empiricamente para várias condições operativas de uma locomotiva. Os valores empíricos são tabelados em (DAVIS, 1926). Na Tabela 3,  $S_v$  corresponde à área frontal da locomotiva em metros quadrados,  $m_{ev}$  é massa por eixo em toneladas e  $n_{ev}$  o número de eixos.

### 7.3.3 Força devido à curvatura

As curvas nas ferrovias podem ser caracterizadas pelo seu raio de curvatura. Os trilhos possuem curvas e tais situações também devem ser consideradas em um estudo de forças que atuam sobre uma locomotiva. Durante uma curva, a locomotiva é afetada por forças opostas ao seu movimento devido a três fatores principais: interação entre rodas e os eixos, paralelismo entre rodas e força centrífuga. A força que este conjunto de fatores exerce sobre o trem também é calculada experimentalmente e existem várias maneiras de apresentar esse cálculo. Neste caso, a força devida à curvatura representada pela expressão (7.3.4) é considerada dependente do distância entre os trilhos ( $b$ ) e do raio de curvatura ( $\rho$ ).

$$\vec{F}_{curva} = \frac{500 b}{\rho} m \vec{g} \quad [\text{N}] \quad (7.3.4)$$

### 7.3.4 Força de aderência

A aderência das rodas da locomotiva ao trilho também é um fator importante para o seu movimento, uma vez que essa força restringe a força do motor, impedindo as rodas de girar muito rápido até o ponto de perder e derrapar contra o trilho. Este fenômeno é conhecido como *drifting*. Por outro lado, a força de aderência também deve ser avaliada durante a frenagem uma vez que, se for muito elevada, o trem poderá bloquear as rodas e derrapar até que ele pare.

Para o cálculo da força de aderência, deve-se considerar o valor ( $\mu$ ) como função da velocidade (m/s) e do coeficiente de aderência para a velocidade nula ( $\mu_0$ ).

$$\mu = \mu_0 \frac{8 + 3.6 (0.1 v)}{8 + 3.6 (0.2 v)} \quad (7.3.5)$$

A força de aderência depende também do peso de aderência ( $\vec{P}_{ad}$ ), conforme indicado em (7.3.6). O peso de aderência é função do peso e do número de eixos ( $n_e$ ) da composição, além do número de eixos do motor ( $n_{emot}$ ).

$$\vec{P}_{ad} = \frac{n_{emot}}{n_e} m \vec{g} \quad [\text{N}] \quad (7.3.6)$$

Portanto, a força de aderência à partir da restrição descrita em (7.3.5) é dada por (7.3.7).

$$\vec{F}_{ad} \approx \mu \vec{P}_{ad} \quad [\text{N}] \quad (7.3.7)$$

### 7.3.5 Considerações sobre a força resultante

Na análise do movimento, ao longo de uma trajetória definida, da locomotiva deve-se levar em conta como a força líquida leva ao movimento efetivo. O resultado líquido das forças de atuação pode ser demonstrado pela equação (7.2.9).

É importante notar que, quando o trem está em movimento, é necessário considerar a inércia rotacional de seus diversos elementos de rotação (eixos, rodas, rotores do motor e mecanismos de transmissão). Para tal, existe um fator de correção de inércia ( $\xi$ ) aplicado à massa do trem que pode variar entre 2 % à 30 %, dependendo do tipo da composição. Este fator é encontrado com cálculos aproximados ou experiências dinâmicas nos veículos. O fator de correção de inércia ( $\xi$ ) para locomotivas está entre 1,15 e 1,30 (LOBO, 2006).

$$m' = m \xi \quad [\text{kg}] \quad (7.3.8)$$

Dessa forma, aplica-se este fator de correção à equação (7.2.9). A força líquida é então dependente do fator de correção de inércia, enquanto que a massa corrigida é a massa real multiplicada pelo fator de correção (7.3.9).

$$m' a_{tg} = F_{mot} + F_i + F_{fric} + F_{curve} - F_{fw} + F_{rw} \quad [\text{N}] \quad (7.3.9)$$

### 7.3.6 Relção entre a força motora e o conjugado mecânico

Para relacionar a força motora, à partir dos valores conhecidos de todas as forças que afetam a dinâmica de movimento da locomotiva durante o deslocamento, com o conjugado de carga a ser desenvolvido pelo motor de tração ( $\tau$ ), considere a equação de potência para um motor de indução, conforme descrito em (7.3.10).

$$P = \tau \omega \quad [\text{W}] \quad (7.3.10)$$

No entanto, à partir da mecânica clássica, pode-se definir a potência como sendo a força longitudinal aplicada a um corpo ( $\vec{F}_{mot}$ ) vezes a velocidade ( $\vec{v}$ ) na qual ele se

desloca, desta forma, no caso particular em que a força é paralela à velocidade, obtém-se a expressão dada a seguir.

$$P = F_{mot}v = F_{mot}(\omega R_{roda}) \quad (7.3.11)$$

onde  $R_{roda}$  é o raio da roda de tração da locomotiva.

Assim, o conjugado de carga do motor pode ser encontrado relacionado-se as expressões (7.3.10) e (7.3.11), como descrito em (7.3.12). Além disso, também é levado em consideração a eficiência de transmissão mecânica ( $n_{rt}$ ).

$$\tau = F_{mot}R_{roda}n_{rt} \quad (7.3.12)$$

---

**FRENAGEM REGENERATIVA**

---

A frenagem regenerativa, de um modo geral, é um mecanismo para recuperação de energia em que o movimento de veículos, geralmente elétricos, é utilizado para converter energia cinética em outras formas. Essa energia pode ser imediatamente reutilizada ou armazenada de diversas maneiras, caso necessário, de acordo com a conveniência da aplicação.

Neste trabalho, este tópico é abordado no intuito de analisar a capacidade de regeneração durante a frenagem de uma locomotiva diesel-elétrica, que se desloca ao longo de uma trajetória definida. A energia regenerada é armazenada em um acumulador de energia, de forma genérica, que poderia vir a ser, por exemplo, ultra-capacitores, banco de baterias, flywheels, etc.

### 8.1 Funcionamento e Modo Operativo

Durante a frenagem regenerativa, quando o sistema de freios é acionado, o motor é girado na direção inversa produzindo um contra torque em seu eixo. O efeito dessa reversão faz com que o motor elétrico atue como um gerador e forneça energia de volta para a fonte que o abastece.

No entanto, o sistema de acionamento elétrico analisado neste trabalho utiliza um retificador a diodos e, conforme descrito na [Seção 4.1](#), em tais retificadores o fluxo de energia só pode ser estabelecido do lado da CA para o lado CC. Assim, analisando a [Figura 13](#), se o efeito da reversão não for controlado, sua decorrência acarretará no aumento da tensão no elo CC, uma vez que, a energia reversa causaria um sobre-carregamento do capacitor. Dessa forma, a sobre-carga no capacitor poderá levar a ruptura dielétrica e a perda do componente que, na prática, não é desejado.

Assim, quando sistema de freios da locomotiva for acionado durante o deslocamento dentro de um trecho em declive, o sistema de alimentação do motor elétrico de tração (elo CC) deve ser chaveado de forma que o motor possa atuar como gerador, acionado pelo eixo das rodas, e a energia regenerada possa ser direcionada ao acumulador energético.

O sistema de controle da frenagem regenerativa consiste em monitorar o sentido da corrente no elo CC, através de um sistema supervisório, como descrito na [Figura 28](#).

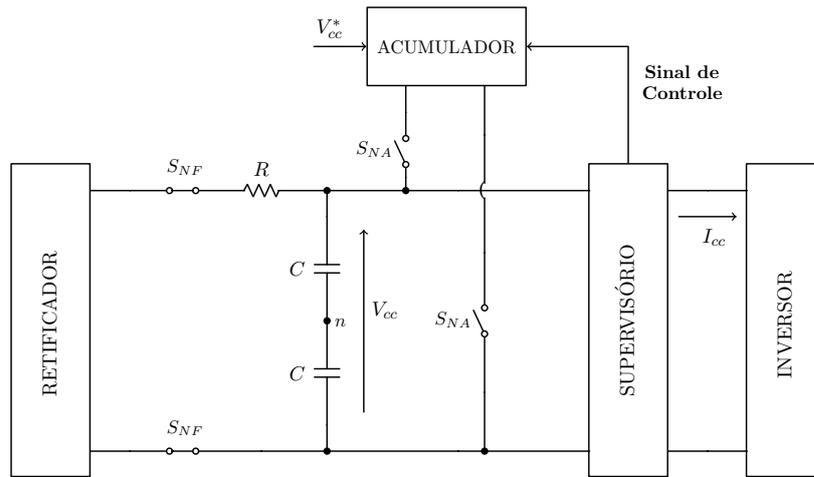


Figura 28 – Estrutura do regenerador de energia.

Durante a aceleração da locomotiva, a potência é fornecida ao motor de tração, ao passo que a corrente no elo CC é positiva, como denotado em (8.1.1), em que  $V_{cc}$  é a tensão sobre os capacitores. Durante este período de observação, as chaves normalmente fechadas ( $S_{NF}$ ) no elo CC e as chaves normalmente abertas ( $S_{NA}$ ) do acumulador de energia, permanecem em seus estados ativos.

$$P_{cc} = V_{cc}I_{cc} > 0 \quad (8.1.1)$$

No entanto, durante a regeneração, o conjugado mecânico é fornecido ao motor de indução e, portanto, o conjugado eletromagnético será negativo. Assim, de acordo com a equação (3.5.6), repetida a seguir por conveniência, as correntes nas fases do motor terão seu sentido invertido para satisfazer tal imposição.

$$\tau_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds}) \quad (8.1.2)$$

Dessa forma, as correntes que fluem através de cada fase do inversor também terão seus sentidos invertidos e, conseqüentemente, a corrente que flui no elo CC será negativa, como descrito em (8.1.3).

$$P_{cc} = V_{cc}I_{cc} < 0 \quad (8.1.3)$$

Nesse instante, o sistema supervisorio identifica a reversão da corrente no elo CC e estabelece um sinal de controle para abertura das chaves normalmente fechadas e, de modo semelhante, o fechamento das chaves normalmente abertas, como indicado na Figura 29. As chaves normalmente fechadas do elo CC são abertas de modo evitar que o gerador síncrono também forneça energia ao capacitor durante a reversão, uma vez que, durante este período, não é necessário.

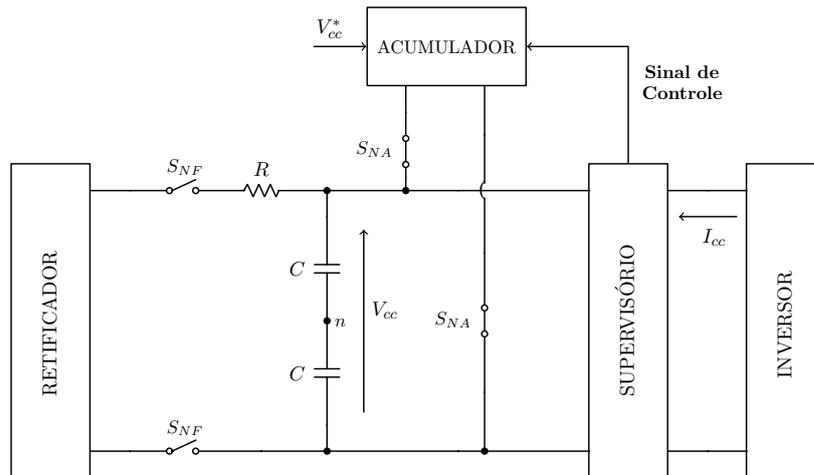


Figura 29 – Estrutura do regenerador durante a reversão.

Contudo, de modo à evitar o sobre-carregamento dos capacitores, a energia regenerada excedente deve ser direcionada ao acumulador, como salientado anteriormente. Para que a energia regenerada flua até o acumulador é necessário que a tensão sobre as chaves  $S_{NA}$  seja inferior à tensão sobre os capacitores  $V_{cc}$ , visto que o acumulador está disposto paralelamente aos capacitores.

Assim, à partir do valor de referência para tensão sobre os capacitores  $V_{cc}^*$  e do valor medido  $V_{cc}$  é possível estimar o valor da tensão sobre as chaves  $S_{NA}$ , para que, quando fechadas, a energia possa fluir até o acumulador.

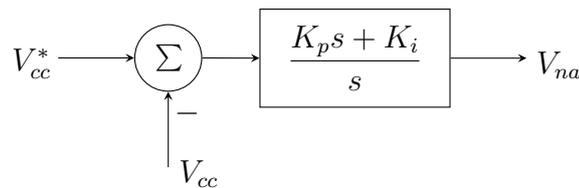


Figura 30 – Regulador de tensão do acumulador de energia.

Portanto, baseado na ação proporcional-integral do controlador, como denotado na [Figura 30](#), a tensão sobre as chaves  $S_{NA}$ , designada como  $V_{na}$ , diminui à medida que o valor da tensão sobre os capacitores  $V_{cc}$  excede o valor de referência estabelecido  $V_{cc}^*$ , fazendo com que a tensão sobre os capacitores permaneça sempre no valor especificado e evitando, dessa forma, a sobre-carga destes componentes.

---

**APLICAÇÕES E RESULTADOS**


---

Neste capítulo serão apresentadas aplicações práticas dos modelos e das técnicas de controle, abordadas ao longo deste trabalho, aplicadas ao sistema de acionamento elétrico de locomotivas. Para isto, são apresentados os modelos e as parametrizações de cada componente elétrico que constitui este sistema, implementados em linguagem *Modelica*, além dos resultados das simulações realizadas na plataforma *OpenModelica*.

### 9.1 Introdução à linguagem Modelica

Modelica é uma linguagem orientada a objeto, declarativa, multi-domínio para a modelagem de sistemas complexos, tais como sistemas físicos que contêm componentes mecânicos, elétricos, hidráulicos, térmicos, entre outros ([ASSOCIATION., 2012](#)). A linguagem Modelica é projetada para oferecer suporte ao desenvolvimento efetivo de bibliotecas e para intercambio de modelos.

A abordagem de projeto baseia-se na modelagem com emprego de equações algébrico-diferenciais, como indicado em (9.1.1). Além disso, a abordagem orientada a objetos possibilita uma melhor organização, versatilidade e reutilização do código fonte, o que facilita atualizações e melhorias nos modelos.

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{0} \quad (9.1.1)$$

onde,

- $\mathbf{F}$  → função vetorial algébrico-diferencial;
- $\dot{\mathbf{x}}$  → derivada das variáveis de estado;
- $\mathbf{x}$  → variáveis de estado;
- $\mathbf{y}$  → variáveis algébricas
- $\mathbf{u}$  → variáveis de entrada;
- $t$  → tempo;

Além disso, existem uma série de programas de uso geral para modelagem e simulação computacional, com linguagens e representações desenvolvidas tão somente para estes ambientes como, por exemplo, a plataforma MATLAB<sup>®</sup>.

Entretanto, com poucas exceções, nessas plataformas todos os ambientes de simulação são realizáveis apenas em um domínio e não são apropriados para modelar

componentes em outros domínios, fomentando o intercâmbio multi-áreas. Todavia, esta é grande vantagem da linguagem *Modelica* e da plataforma *OpenModelica*, uma vez que, os sistemas vem se tornando cada vez mais heterogêneos com componentes dos multidomínios da engenharia.

## 9.2 Aplicação em circuitos elétricos

De modo a fornecer uma introdução a linguagem *Modelica* (TILLER, 2004), será considerada a modelagem de um circuito elétrico RLC série como definido na Figura 31. Todos os componentes estão disponíveis na biblioteca de modelos elétricos na plataforma *OpenModelica*.

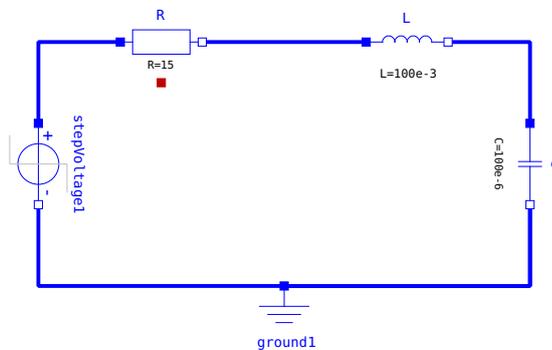


Figura 31 – Exemplo de um circuito RLC série na plataforma *OpenModelica*.

Antes de estabelecer a modelagem equivalente do circuito em linguagem *Modelica*, serão estabelecidas as equações que regem o comportamento dinâmico do modelo. Assume-se que a fonte de tensão é um degrau unitário, em que a tensão varia de 0 V para 1 V após 0,1 s de simulação. Pode-se então escrever a seguinte função para a fonte de tensão

$$V_{fonte} = \begin{cases} 0 \text{ V}, & 0 \leq t < 0,1 \text{ s} \\ 1 \text{ V}, & t \geq 0,1 \text{ s} \end{cases} \quad (9.2.1)$$

O próximo passo será determinar as equações que regem as variações dos níveis energéticos de cada componente. Usando a lei de Ohm, a tensão sobre o resistor pode ser escrita como dada abaixo.

$$v_R = Ri \quad (9.2.2)$$

Por sua vez, a taxa de variação da energia armazenada no campo magnético do indutor pode ser escrita como se segue.

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (9.2.3)$$

```

1  model CircuitoRLC
2
3  import Modelica.SIunits;
4
5  parameter SIunits.Resistance R = 15;
6  parameter SIunits.Capacitance C = 100e-6;
7  parameter SIunits.Inductance L = 100e-3;
8
9  SIunits.Voltage V_R, V_L, V_C, V_fonte;
10 SIunits.Current i;
11
12 equation
13
14 V_fonte = if time >= 0.1 then 1 else 0;
15 V_R     = R*i;
16 V_L     = L*der(i);
17 der(V_C) = (1/C)*i;
18 V_fonte = V_R + V_L + V_C;
19
20 end CircuitoRLC;

```

Figura 32 – Modelo equivalente do circuito RLC série em linguagem Modelica.

Finalmente, a taxa de variação da energia armazenada no campo elétrico do capacitor é descrita pela seguinte equação.

$$i = C \frac{dv_C}{dt} \quad (9.2.4)$$

Através da Lei de Kirchhoff das tensões, considerando as condições iniciais nulas e o sistema partindo do repouso, pode-se escrever que o valor da tensão da fonte é igual a soma das quedas de tensão através de cada componente como denotado em (9.2.5).

$$V_{fonte} = V_R + V_L + V_C \quad (9.2.5)$$

Desta forma, as variáveis do modelo são  $V_R$ ,  $V_L$ ,  $V_C$  e  $i$ . Assim, o modelo possui duas equações diferenciais associadas às variações dos níveis energéticos do sistema (9.2.3) e (9.2.4); duas equações algébricas, uma associada com a soma das quedas de tensão no circuito (9.2.5) e a outra com a queda de tensão através do resistor (9.2.2), caracterizando, dessa forma, o modelo algébrico-diferencial. A entrada do sistema é a tensão aplicada  $V_{fonte}$ .

A modelagem equivalente para o circuito elétrico mostrado na Figura 31, em linguagem Modelica, está ilustrada na Figura 32. Esta modelagem especifica as grandezas físicas (tensão, corrente, resistência, indutância e capacitância) através de parâmetros (linhas 5-7) e conforme será mostrado nas modelagens seguintes, essas características físicas fornecem informações importantes sobre as variáveis do modelo (linhas 9-10) como, por exemplo, unidades. Essas grandezas físicas são definidas através de um pacote existente na biblioteca da plataforma OpenModelica chamado `SIunits`.

### 9.3 Modelagem

De modo a obter uma representação completa da planta para o acionamento elétrico de uma locomotiva deve-se primeiramente levantar os modelos matemáticos individuais de cada componente, assim como suas interfaces com o mundo externo. Na sequência serão discutidos aspectos gerais sobre estes modelos.

#### 9.3.1 Máquinas elétricas

Os modelos dinâmicos do gerador síncrono e do motor de indução, derivados com base na teoria de modelagem nos sistemas referencias qd0, as chamadas equações de *Park* do modelo (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002), em linguagem Modelica, estão descritos no Apêndice A.

Os parâmetros das máquinas utilizados na simulação estão descritos na Tabela 4 (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). Esses valores são expressos em ohms, cujo valor de referência da frequência elétrica empregada nos cálculos das reatâncias é igual a 60 Hz.

Tabela 4 – Parâmetros da motor de indução

2250 HP, 2300 V, 60 Hz, 1800 rpm
$J = 63,87 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$
$r_s = 0,0092 \text{ pu}, r'_r = 0,0069 \text{ pu}$
$X_{ls} = 0,0717 \text{ pu}, X'_{lr} = 0,0717 \text{ pu}$
$X_m = 4,1376 \text{ pu}$

Na Tabela 4 a tensão é a eficaz nominal de linha, a rotação é a nominal para a máquina operando sob carga nominal, o conjugado  $\tau_{nom}$  é o nominal do motor e o momento de inércia  $J$  é o do rotor da máquina.

Para especificação dos parâmetros do gerador, primeiramente, é necessário a elucidação de alguns aspectos e a retomada de algumas premissas. O valor de pico da tensão de fase na saída de um inversor trifásico, modulado por largura de pulso, é igual a duas vezes a tensão CC na entrada, no máximo, para uma variação linear da taxa de modulação  $m_a$ . Assim, para o suprimento de tensão adequada ao motor de indução da planta, a tensão CC na entrada do inversor deve ser, no mínimo

$$V_{cc_{min}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}(2300) = 3755.88 \text{ [V]} \quad (9.3.1)$$

Portanto, com base nos aspectos teóricos levantados na Seção 4.1, a tensão CC na saída do retificador trifásico não controlado se relaciona com a tensão eficaz de linha do

gerador síncrono como indicado abaixo.

$$V_{\phi\phi_{rms}} = \left( \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \right) V_{cc_{min}} = 2781.16 \text{ [V]} \quad (9.3.2)$$

Deste modo, as grandezas base e os parâmetros do gerador síncrono estão definidos na Tabela 5 (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Tabela 5 – Parâmetros do gerador síncrono.

6 MVA, 2800 V, fp = 0,85, 60 Hz, 3600 rpm
J = 466,83 [kg · m <sup>2</sup> ]
$r_s = 0,003$ pu, $r'_{fd} = 0,000929$ pu
$r'_{kd} = 0,01334$ pu, $r'_{kq1} = 0,00178$ pu, $r'_{kq2} = 0,00841$ pu
$X_{ls} = 0,19$ pu, $X_q = 1,8$ pu, $X_d = 1,8$ pu
$X'_{lfd} = 0,1414$ pu, $X'_{lkd} = 0,08125$ pu
$X'_{lkq1} = 0,8125$ pu, $X'_{lkq2} = 0,0939$ pu

### 9.3.2 Conversor CA/CC

A ponte retificadora trifásica, implementada na plataforma OpenModelica, está ilustrada na Figura 33. O modelo obtido obedece aos aspectos teóricos levantados em (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989; BOSE, 2002; HART, 2010). Os diodos e os conectores para interface elétrica utilizados estão disponíveis na biblioteca de componentes elétricos padronizados da referida plataforma.

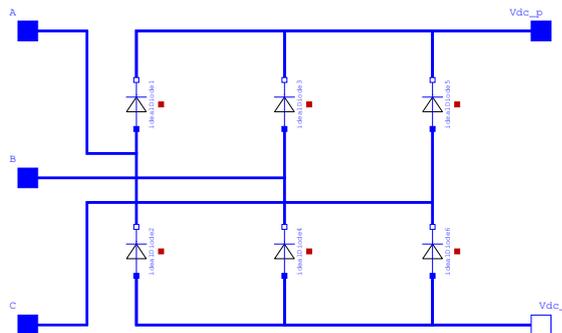


Figura 33 – Ponte retificadora trifásica implementada na plataforma OpenModelica.

### 9.3.3 Elo CC

A implementação do elo em corrente contínua entre o retificador trifásico não controlado e o inversor trifásico é ilustrada na Figura 34. Este detalhe visa enfatizar o cuidado com relação à alocação do ponto de referência para a terra.

Neste caso, para implementação na plataforma OpenModelica, o ponto de referência à terra dever ser alocado entre dois capacitores em série evitando que os terminais do

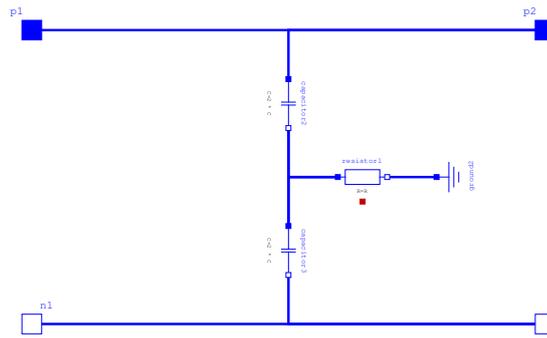


Figura 34 – Elo em corrente contínua na plataforma OpenModelica.

gerador síncrono sejam curto-circuitados. Além disso, entre o ponto de referência e a conexão entre os capacitores é alocada uma resistência, no intuito de mitigar erros numéricos e proporcionar uma referência de tensão no elo CC. Os valores dos capacitores e do resistor utilizados no elo CC são 15 mF e 1kΩ, respectivamente.

### 9.3.4 Conversor CC/CA

O inversor trifásico de ponte completa atua como uma fonte de corrente, controlando adequadamente a tensão que é produzida por meio da estratégia de comutação PWM. A estrutura deste controlador é mostrada na [Figura 35](#), como detalhado em [Seção 6.3](#) (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). As entradas deste controlador são as correntes comandadas no sistema referencial dos eixos- $qd$ ,  $i_{qs}^*$  e  $i_{ds}^*$ , as correntes medidas  $i_{qs}^e$  e  $i_{ds}^e$ , além da velocidade angular  $\omega_e$  no referencial síncrono. A ação de controle é alcançada através de um controlador proporcional-integral, conforme ilustrado na [Figura 22](#), produzindo como saídas, as tensões comandadas  $qd$ ,  $v_{qs}^*$  e  $v_{ds}^*$ , no referencial síncrono. Tais tensões são usadas como entradas para o módulo do controlador PWM senoidal.

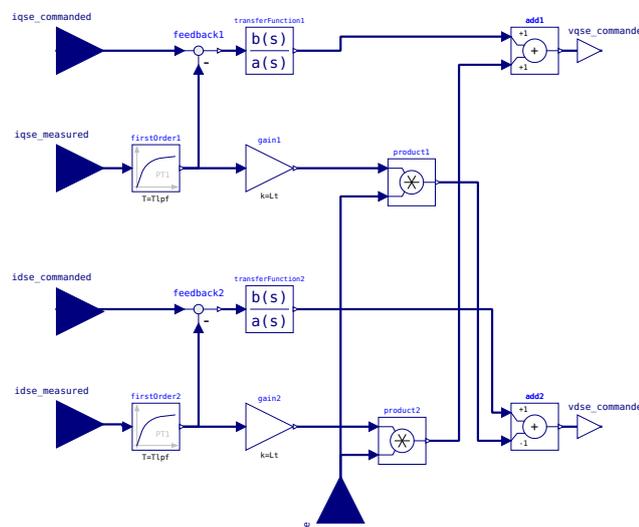


Figura 35 – Fonte de tensão baseada no controle de corrente.

Os parâmetros desta malha de controle são o ganho  $k_r$ , a constante de tempo  $\tau_r$  do controlador, a constante de tempo do filtro passa-baixa, além da indutância equivalente de Thevenin vista pelo estator da máquina  $L_T$ , como especificado na [Tabela 6](#).

Tabela 6 – Parâmetros da fonte de tensão baseada no controle de corrente.

---

Parâmetros do controlador:		
$k_r = 0.5$	$k_i = 8$	$L_T = L_{ss} - \frac{L_m^2}{L'_{rr}}$
Parâmetros dos filtro passa-baixa:		
$T_{PB} = \frac{1.01}{2\pi f_{sw}}$		

---

Na [Tabela 6](#),  $f_{sw}$  é a frequência de chaveamento empregada. Como foi usado um modelo médio instantâneo para modelar o inversor trifásico, foi usada uma frequência de corte de 1 MHz para escolher os ganhos do controlador de corrente. A indutância equivalente de Thevenin  $L_T$  vista pelo estator depende dos parâmetros da máquina, como estabelecido pela [Tabela 4](#).

No estágio de pré-processamento do módulo PWM, o ciclo de trabalho  $d$  e a posição angular no referencial do conversor  $\theta_c$  são calculados a partir das tensões comandadas  $v_{qs}^{e*}$  e  $v_{ds}^{e*}$ , da tensão  $V_{cc}$  no elo CC e da posição angular síncrona  $\theta_e$ , conforme mostrado na [Figura 36](#). A [Figura 37](#), por sua vez, mostra a geração das taxas de modulação associadas a cada fase da máquina. As taxas de modulação são, finalmente, utilizadas para controlar a amplitude da tensão CA aplicada aos motores de indução.

```

model DutyCycleModulator

import Modelica.SIunits;

Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput theta_e;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput vqs;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput vds;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput vdc;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput theta_c;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput d;

SIunits.Angle theta_ce;

equation

sqrt(vqs ^ 2 + vds ^ 2) = 0.5 * d * vdc;

theta_ce = atan2(-vds, vqs);

theta_c = theta_ce + theta_e;

end DutyCycleModulator

```

Figura 36 – Ciclo de trabalho.

```

model Modulation

import Modelica.SIunits;
import Modelica.Constants;

Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput d;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput theta_c;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput ma;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput mb;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput mc;

constant Real pi = Constants.pi;
parameter SIunits.Angle phi = 2 * pi / 3;

equation

ma = d * cos(theta_c);
mb = d * cos(theta_c - phi);
mc = d * cos(theta_c + phi);

end Modulation;

```

Figura 37 – Esquema do PWM senoidal.

A potência instantânea que é fornecida ao inversor através do elo CC é descrita por (9.3.3), enquanto a potência instantânea suprida pelo inversor é dada por (9.3.4).

$$P_{dc} = v_{dc} i_{dc} \quad (9.3.3)$$

$$P_{ac} = \frac{3}{2}(v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds}) \quad (9.3.4)$$

Deste modo, assumindo que as perdas no inversor são desprezíveis, a potência de entrada deve ser igual a potência de saída, como descrito a seguir.

$$v_{dc} i_{dc} = \frac{3}{2}(v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds}) \quad (9.3.5)$$

Portanto, à partir das premissas estabelecidas por (9.3.5) e em (6.3.4), para comutação baseada em PWM, a Figura 38 representa a estrutura do inversor fonte de tensão (VSI), onde  $V_{cc}$  e  $I_{cc}$  correspondem a tensão e a corrente CC fornecidas ao inversor;  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  são correntes em cada fase do lado CA;  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  são as tensões de saída e representam um valor de tensão médio instantâneo durante um período de comutação.

Ademais, a Figura 38 mostra na implementação do inversor VSI na linguagem Modelica. Como pode ser observado, que quando o ciclo de trabalho  $d$  da taxa de modulação varia entre 0 e 1 (variação linear), a amplitude da tensão de saída  $v_{abc}$  varia linearmente de 0 a  $V_{cc}/2$ . No entanto, quando o ciclo de trabalho é aumentado para além de 1, a relação linear entre a tensão de saída o ciclo de trabalho é perdida (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 1989).

### 9.3.5 Esquema de Controle do Acionamento Elétrico

Esta parte da modelagem dos controladores é destinada ao controle vetorial indireto implementado em linguagem Modelica e com a utilização dos componentes padrão da

```

model VSI

import Modelica.SIunits;

Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin vas;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin vbs;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin vcs;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.PositivePin p;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.NegativePin n;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput ma;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput mb;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput mc;

SIunits.Voltage va, vb, vc, vq, vd, v0, Vcc;
SIunits.Current ia, ib, ic, iq, id, i0, Icc
SIunits.Power Pdc, Pac;
SIunits.Angle theta_c;

equation

va = vas.v; vb = vbs.v; vc = vcs.v;
ia = vas.i; ib = vbs.i; ic = vcs.i;

theta_c = 0;
{vq, vd, v0} = Park(theta_c, {va, vb, vc});
{iq, id, i0} = Park(theta_c, {ia, ib, ic});

Pac = (3 / 2) * (vq * iq + vd * id);
Pdc = Vcc * Icc;
Pdc = -Pac;
Vcc = p.v - n.v;
Icc = p.i;
n.i = -p.i;

vas.v = 0.5 * Vdc * ma;
vbs.v = 0.5 * Vdc * mb;
vcs.v = 0.5 * Vdc * mc;

end VSI

```

Figura 38 – Inversor fonte de tensão (VSI).

plataforma OpenModelica. A partir das premissas estabelecidas por este controlador é que todos os princípios dos demais controladores são alcançados. Portanto, este controlador é, de sobremaneira, na estrutura do acionamento elétrico, o elemento mais significativo.

O modelo obtido, mostrado na [Figura 39](#), segue a metodologia instituída em (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). As entradas deste controlador são o fluxo enlaçado em eixo direto  $\lambda_{dr}^{e*}$  pretendido no rotor, o conjugado eletromagnético  $\tau_e^*$  desejado e a rotação da máquina  $\omega_{rm}$ . Os parâmetros requeridos dependem, tão somente, das características construtivas do motor, conforme estabelecido na [Tabela 4](#).

Adicionalmente, a [Figura 40](#) descreve o modelo do controle vetorial indireto através da orientação indireta do fluxo no rotor (indirect field-oriented control – IFOC), para obtenção da corrente comandada de eixo em quadratura  $i_{qs}^{e*}$  (5.1.20), que em conjunto com a corrente comandada em eixo direto  $i_{ds}^{e*}$  (5.1.17) e a frequência angular síncrona  $\omega_e$ , compõe a fonte de tensão baseada no controle de corrente, como descrito previamente.

A [Figura 41](#) descreve o modelo obtido para estimar a frequência síncrona de rotação

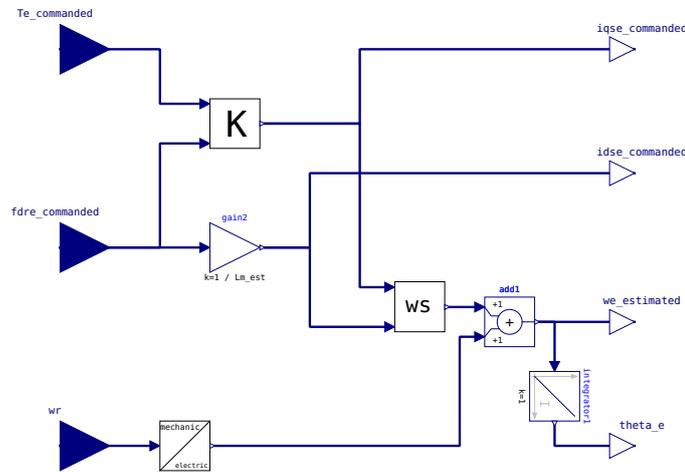


Figura 39 – Controle vetorial indireto implementado na plataforma OpenModelica .

```

model K

  import Modelica.SIunits;
  import Modelica.Constants;

  parameter SIunits.Frequency fe;
  parameter SIunits.Reactance xlr;
  parameter SIunits.Reactance xm;
  parameter Real P;

  constant Real pi = Constants.pi;

  parameter SIunits.AngularFrequency we = 2 * pi * fe;
  parameter SIunits.Inductance Llr_est = xlr / we;
  parameter SIunits.Inductance Lm_est = xm / we;
  parameter SIunits.Inductance Lrr_est = Llr_est + Lm_est;

  Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput Te_
  Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput fdre_estimated
  Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput iqse_commanded

equation

  iqse_commanded = (4*Lrr_est*Te_commanded) / (3*P*Lm_est*fdre_estimated);

end K

```

Figura 40 – Determinação da corrente comandada  $i_{qs}^{e*}$  em linguagem Modelica.

```

model Ws

import Modelica.SIunits;
import Modelica.Constants;

parameter SIunits.Frequency fe;
parameter SIunits.Resistance rr;
parameter SIunits.Reactance xlr;
parameter SIunits.Reactance xm;
parameter Real P;

constant Real pi = Constants.pi;

parameter SIunits.AngularFrequency we = 2 * pi * fe;
parameter SIunits.Inductance Llr_est = xlr / we;
parameter SIunits.Inductance Lm_est = xm / we;
parameter SIunits.Inductance Lrr_est = Llr_est + Lm_est;

Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput iqse_commanded;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput idse_commanded;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput ws;

equation

ws = (rr / Lrr_est) * (iqse_commanded / idse_commanded);

end Ws

```

Figura 41 – Estimativa da velocidade de escorregamento em linguagem Modelica.

do motor  $\omega_e$ . Para tal, utiliza-se um sensor de velocidade digital para mensuração da velocidade de rotação mecânica do rotor. Assim, o ângulo de referência  $\theta_e$  de orientação do campo é obtido a partir da velocidade do rotor medida diretamente e da velocidade de deslizamento (escorregamento), calculada com base nos parâmetros do motor.

### 9.3.6 Unidade de controle do gerador

Para alcançar a unidade de controle do GS, um regulador de velocidade e um regulador automático de tensão são utilizados.

A função básica do regulador de velocidade ilustrado na [Figura 42](#) é manter a frequência do sistema aproximadamente constante, tanto quanto possível (KUNDUR, 1994). Desde que o gerador opere de forma isolada, um controlador proporcional-integral (PI) como indicado na [Figura 18](#), também chamado de isócrona, é utilizado.

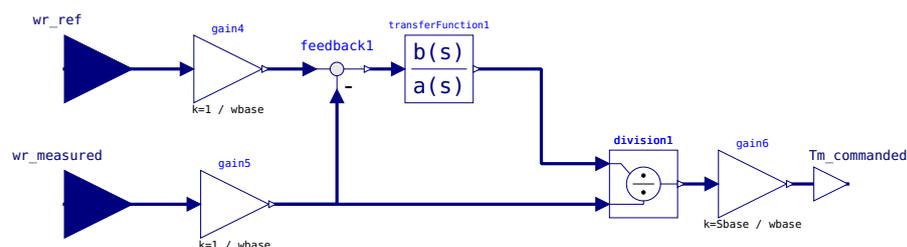


Figura 42 – Regulador de velocidade da máquina primária na plataforma OpenModelica.

Os componentes utilizados e as respectivas interfaces estão disponíveis na biblioteca para construção de blocos. Os parâmetros de normalização da planta dependem das características construtivas da máquina e os ganhos do controlador foram obtidos empiricamente. Na [Tabela 7](#) estão representados estes valores.

Tabela 7 – Parâmetros do regulador de velocidade.

Velocidade base: $\omega_{base} = \left(\frac{2}{P}\right) 2\pi f_e$ [rad/s]	
Potência base: $P_{base} = 5,1$ [MW]	
Parâmetros do controlador:	
$k_p = 500$	$k_i = 3000$

Nos parâmetros especificados acima,  $P$  é o número de polos do gerador síncrono,  $f_e$  é a frequência elétrica do sistema, que neste trabalho são iguais à 2 e 60 Hz, respectivamente.

O sistema de excitação junto a seu controlador visa fornecer e ajustar automaticamente a corrente de campo para manter tensão terminal da máquina constante. Além disso, esse controle deve ser capaz de responder a distúrbios transitórios, forçando o campo à se opor a esses distúrbios instantaneamente dentro do gerador ([KUNDUR, 1994](#)). O controlador por avanço-atraso de fase é empregado na estabilização do sistema de excitação, conforme ilustrado em [Figura 19](#). O diagrama de blocos do controlador é mostrado na [Figura 43](#), em que são utilizados componentes padronizados da plataforma OpenModelica.

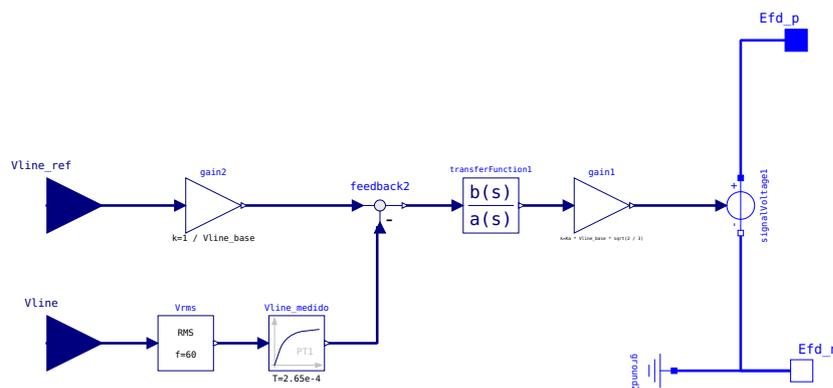


Figura 43 – Regulador de tensão do gerador síncrono na plataforma OpenModelica.

Na [Tabela 8](#) estão indicados os parâmetros do controlador utilizados para simulação computacional. O ganho  $k_c$  é o parâmetro que relaciona o sinal de controle normalizado com o valor real da tensão do circuito de excitação. As constantes de tempo são parâmetros empíricos.

Tabela 8 – Parâmetros do regulador de tensão.

Tensão base: $V_{base} = 2800$ [V]		
Parâmetros do controlador:		
$k_c = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) 200 V_{base}$	$T_c = 2.4$	$T_b = 10$

### 9.3.7 Sistema de regeneração

O sistema supervisorio que monitora o sentido do fluxo de energia no elo CC está descrito na [Figura 44](#). Após a habilitação do sistema de regeneração, com base nas premissas estabelecidas para o monitoramento da corrente  $I_{cc}$  na [Seção 8.1](#), o sistema supervisorio estabelecerá um sinal de controle ativo para o chaveamento, caso a potência nos terminais de saída do bloco supervisorio seja positiva. Na plataforma OpenModelica, o sentido convencional para fluxos positivos são àqueles que entram em um determinado conector, assim, nos períodos em que a potência estiver sendo fornecida ao motor, a potência de saída do bloco supervisorio será sempre negativa. Neste caso, se a potência de saída permanecer negativa, o sinal de controle para o chaveamento permanecerá inativo.

A [Figura 45](#) ilustra o esquema do regenerador. Uma vez identificada a reversão de energia através do sistema supervisorio, um sinal ativo de controle é comandado para fechamento das chaves normalmente abertas. Durante o período de reversão, a energia excedente é redirecionada para o acumulador. Desta forma, um wattímetro é utilizado para mensurar a tensão sobre as chaves e a corrente reversa, caracterizando, portanto, a potência regenerada. Assim, por efeito da potência regenerada, é possível estimar o montante de energia que poderia ser recuperada, somando-se, continuamente, cada parcela da potência reversa durante o intervalo de observação.

### 9.3.8 Controle de velocidade da locomotiva

A [Figura 46](#) ilustra uma possibilidade para o controle de velocidade da locomotiva. Assim, a velocidade comandada de referência  $v_{ref}$  atua como entrada para um limitador da taxa de variação de velocidade (Slew Rate Limiter – SRL), que tem por objetivo reduzir variações bruscas de velocidade, em valores entre  $\xi_{min}$  e  $\xi_{max}$ . O conjugado eletromagnético comandado  $\tau_e^*$  é alcançado pela ação de controle PID, conforme indicado em (7.2.15). A parcela derivativa é necessária devido às mudanças na elevação da trajetória durante o percurso. Além disso, o integrador com o método *anti-windup* é utilizado para o prevenir a integração de erros enquanto o conjugado comandado permanece inativo. Ainda, para os propósitos deste estudo, o ganho do controlador foi estabelecido para  $K = 10^3$ , enquanto as constantes de tempo do integrador e do derivador foram,  $T_i = 100$  ms e  $T_d = 10$  s, respectivamente. As taxas de variação de velocidade foram estabelecidas como  $\xi_{max} = 10$  [m/s] e  $\xi_{min} = -\xi_{max}$ .

```

model Supervisorio_Hysteresis

import Modelica.SIunits;

parameter Boolean ON = true;
parameter SIunits.Time StartTime;

Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.PositivePin P1;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.PositivePin P2;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.NegativePin N1;
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.NegativePin N2;
Modelica.Blocks.Interfaces.BooleanOutput y;

SIunits.Voltage Vcc;
SIunits.Current Icc;
SIunits.ActivePower Pcc_in, Pcc_out;

equation

connect(N1, N2);
connect(P1, P2);

Vcc = P1.v - N1.v;
Icc = P1.i;
Pcc_in = Vcc * Icc;
Pcc_out = -Pcc_in;

if time >= StartTime then

  if pre(Pcc_out) > 0 then
    y = ON;
  else
    y = not ON;
  end if;

else
  y = not ON;
end if;

end supervisorio;

```

Figura 44 – Sistema supervisorio em linguagem Modelica.

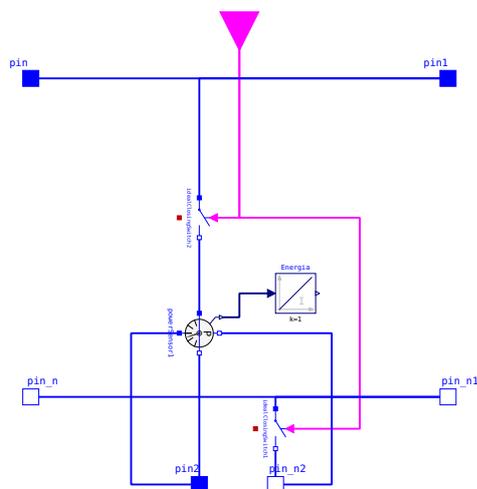


Figura 45 – Redirecionamento e medição da energia regenerada.

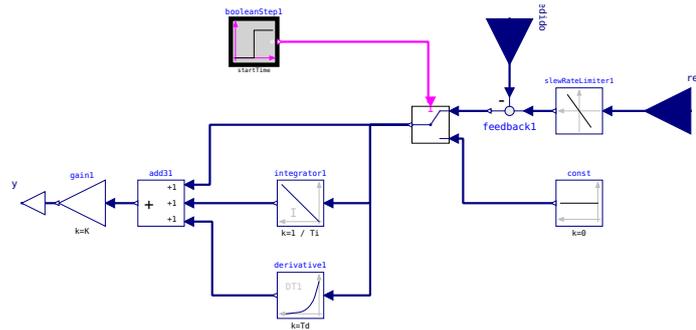


Figura 46 – Controle de velocidade da locomotiva.

#### 9.4 Sistema de acionamento

A partir dos modelos levantados nas seções anteriores para os componentes individuais, pode-se modelar uma planta de acionamento de uma locomotiva diesel-elétrica como ilustrado na [Figura 57](#).

Essa planta consiste em um gerador síncrono conectado à um retificador trifásico não controlado, que por sua vez alimenta um elo em corrente contínua que faz a interface com um inversor trifásico, cuja finalidade é suprir o motor de indução, com tensões ajustáveis em magnitude e frequência.

Além de todos os componentes que constituem a planta, existem ainda seus respectivos controles. Estão representados o regulador de velocidade (frequência) da máquina primária, o regulador de tensão do gerador síncrono, e o controle vetorial indireto, responsável pela regulação da tensão, em módulo e frequência, e consequentemente, da corrente suprida ao motor. Todos os elementos representados na [Figura 57](#), são aqueles reproduzidos na [Seção 9.3](#) e, além disso, todos os parâmetros dos controladores utilizados são os mesmos apresentados nas tabelas anteriores.

Ainda, na [Figura 57](#), está apresentada a estrutura do acumulador de energia, de forma genérica, e o controle de tensão das chaves normalmente abertas correspondentes, uma vez que, durante o período da regeneração, a tensão sobre as chaves deve ser menor que a tensão sobre os capacitores, de modo que a energia regenerada possa direcionada ao acumulador. Os ganhos do controlador PI utilizados na regulação da tensão sobre as chaves foram de  $K_p = 20$  e  $K_i = 200$ . Além disso, o valor do resistor utilizado no elo CC, entre o retificador e os capacitores, foi estimado considerando-se uma queda de tensão de, no máximo, 10 % sobre este resistor. Então, a partir de (9.3.1) e com base na potência do motor, como indicado na [Tabela 4](#), pode-se mostrar que  $R = 0,84 \Omega$ . Ademais, como será mostrado adiante, considerando-se o maior valor da potência regenerada e uma queda de tensão de 1 %, o resistor utilizado para proporcionar uma referência de tensão no acumulador é igual a  $0,45 \Omega$ .

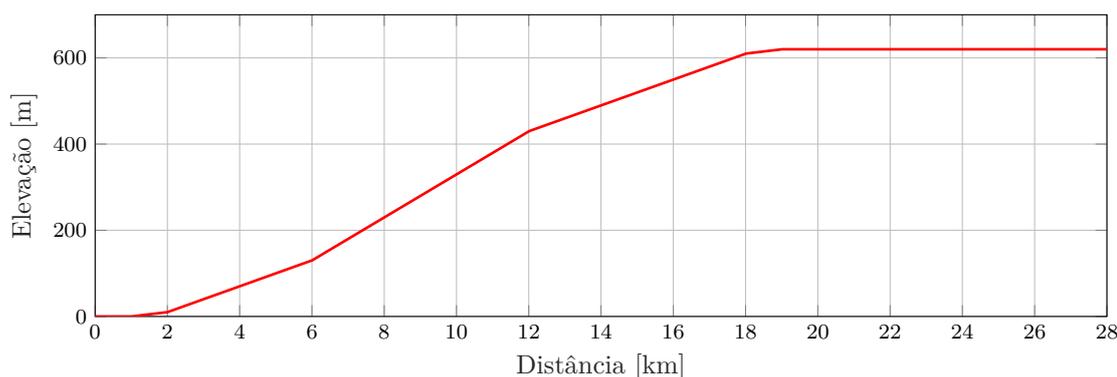


Figura 47 – Trajetória sintetizada.

De modo a introduzir a análise do acionamento elétrico de uma locomotiva que se desloca ao longo de uma trajetória, o estudo se inicia pela caracterização da trajetória percorrida, uma vez que, carga a ser acionada pelos motores de tração se relacionada dinamicamente com o percurso, conforme discutido no [Capítulo 7](#).

A trajetória escolhida tem por objetivo permitir a visualização do comportamento das forças líquidas em que a locomotiva é submetida ao longo do percurso. Para estabelecer tais premissas é utilizada uma trajetória hipotética, como ilustrada na [Figura 47](#). Essa trajetória possui 28 km e uma elevação total de 620 m.

Devido à restrição quanto aos parâmetros reais dos componentes elétricos, algumas simplificações se fazem necessárias. Desta forma, para que os limites físicos do motor de indução utilizado sejam respeitados, considerou-se que a locomotiva não possui vagões adicionais acoplados à ela e sua massa é de 30.000 kg, os demais parâmetros são expressos na [Tabela 9](#).

Destaca-se que devido a limitação computacional para simulação deste sistema de acionamento, uma vez que, além da complexidade do sistema e do número de variáveis envolvidas, para percorrer toda esta trajetória hipotética seriam necessários aproximadamente 1500 s de simulação no tempo. No entanto, com o recurso computacional disponível,

Tabela 9 – Parâmetros de Simulação

Numero de locomotivas	1
Massa da locomotiva	30,000 kg
Coefficiente de atrito inicial ( $k_f$ )	2,7
Coefficientes de Davis	$A = 1,12 \cdot 10^{-3} [N/N]$ $B = 9,32 \cdot 10^{-6} [N h/N km]$ $C = 3,04 \cdot 10^{-7} [N h^2/N km^2]$
Distância entre os trilhos ( $b$ )	1 m
Velocidade máxima	70 km/h = 19.44 m/s
Tempo de aceleração	30 s
Roda de tração	0.5 m
Distância da trajetória	28 km

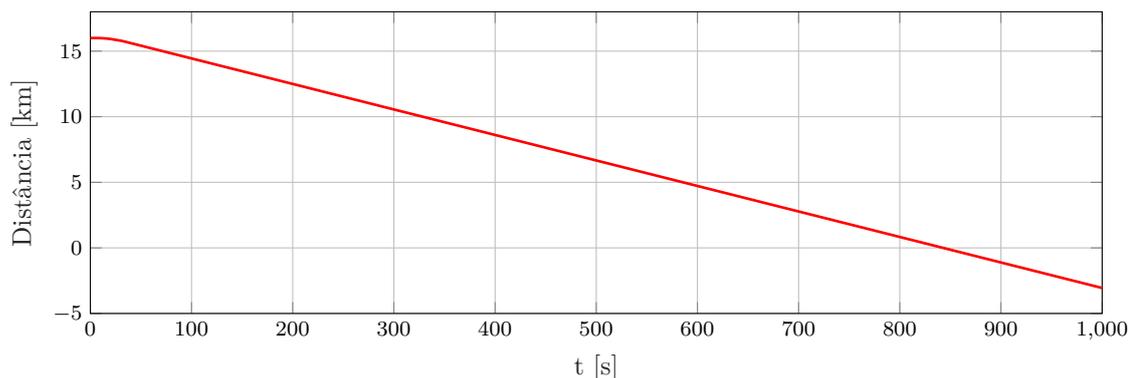


Figura 48 – Deslocamento da locomotiva.

para o sistema de acionamento completo como descrito na [Figura 57](#), é possível simular apenas 60 s, o que não é suficiente para as caracterizações das dinâmicas do sistema. Entretanto, uma simplificação é realizada conforme ilustrado na [Figura 58](#), no intuito de se observar a dinâmica do sistema durante o maior tempo possível. Assim, a unidade geradora juntamente com o retificador trifásico em ponte completa são substituídos por uma fonte CC equivalente. Dessa forma, é possível aumentar o tempo de simulação para 1000 s, uma vez que o número de variáveis associadas ao sistema é reduzido significativamente.

Todavia, como será apresentado nos resultados à seguir, essa simplificação não impacta a legitimidade do sistema de acionamento completo visto que, para os 60 s que são possíveis a simulação, a dinâmica da carga é exatamente igual àquela apresentada nos primeiros 60 s de simulação do sistema simplificado.

Como um dos objetivos deste trabalho é a análise da capacidade de regeneração de energia durante o deslocamento da locomotiva em trechos descendentes, assumi-se que a locomotiva está inicialmente na altura do quilômetro 16 e se desloca no sentido do quilômetro 0, conforme indicado na [Figura 48](#). Para esse fim, foi comandada uma velocidade de referência negativa, em que a locomotiva acelera durante 30 s antes de atingir a velocidade nominal, como mostra a [Figura 49](#). Portanto, a partir de uma velocidade de referencia negativa a locomotiva descoloca-se no sentido contrário. Ressalta-se que, após atingir o quilômetro 0, o sistema continua interpolando os dados da trajetória em torno desse último ponto. Portanto, uma vez estabelecidas estas premissas preliminares, segue-se para análise dos demais resultados alcançados.

A sequência de eventos da operação do sistema consiste em, primeiramente, estabelecer a velocidade nominal do gerador síncrono em vazio. Uma vez estabelecida a velocidade, o controle de excitação é acionado de modo a ajustar a tensão nominal no terminal da máquina. Após a tensão terminal do gerador síncrono atingir o valor especificado, o sistema permanece em vazio até o carregamento dos capacitores do elo em corrente contínua ser realizado. Somente após a conclusão destes estágios de energização, passa-se a energizar o motor de indução.

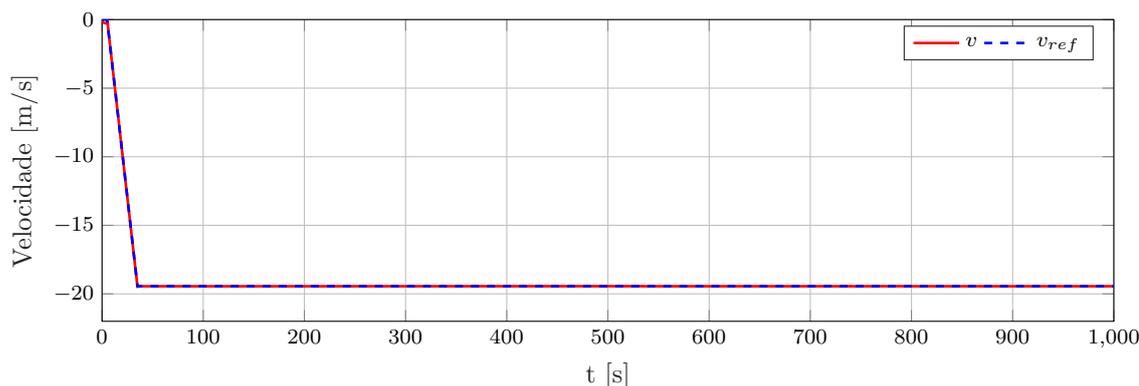


Figura 49 – Velocidade de deslocamento da locomotiva.

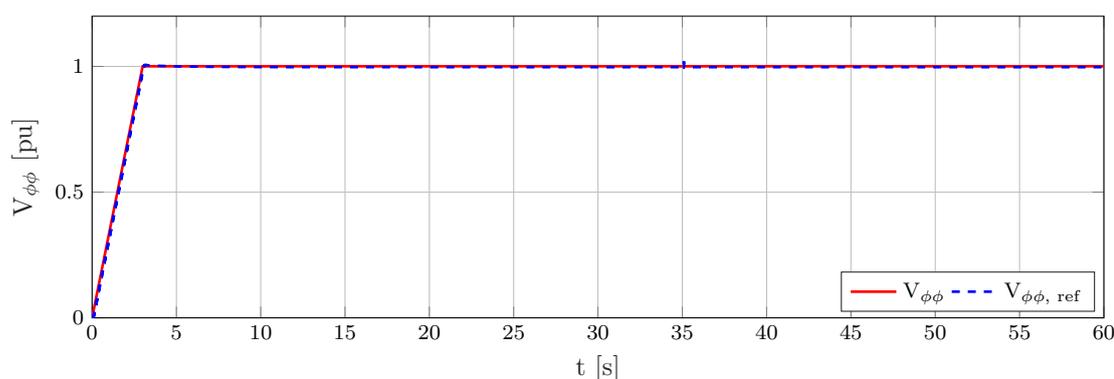


Figura 50 – Tensão terminal de linha do gerador síncrono.

Na [Figura 50](#), está mostrada a tensão terminal de linha do gerador síncrono e o sinal de referência para o controle de excitação. Neste trabalho, considera-se que a condição inicial para a velocidade da máquina primária seja a velocidade nominal. Desta forma, o gerador é excitado à partir de  $t = 0$  s com uma entrada em rampa até  $t = 3$  s.

Observa-se que a ação de controle por avanço-atraso de fase oferece um desempenho bastante satisfatório, fazendo com que as tensões terminais da máquina permaneçam inalteráveis, mesmo após o distúrbio ocasionado pela tomada de carga do motor de tração.

A tensão CC na entrada do inversor trifásico deve possuir um valor mínimo para o suprimento adequado das tensões ao motor de indução. Assim, a [Figura 51-a](#) mostra a tensão no elo CC do sistema completo em comparação com o sistema simplificado. Pode-se observar que após o estabelecimento da excitação primária do gerador e após o carregamento dos capacitores, a tensão no elo CC atinge o regime permanente em aproximadamente  $t = 10$  s, permanecendo praticamente constante. A [Figura 51-b](#) mostra a tensão sobre os capacitores  $V_{cc}$  e a tensão sobre as chaves  $V_{na}$  do regenerador no sistema simplificado. A locomotiva parte na trajetória de um ponto em declive. Dessa forma, após a aceleração empregada para o alcance da velocidade de referência, inicia-se a regeneração de energia. Neste instante, em aproximadamente  $t = 35$  s, pode-se observar na [Figura 51-c](#)

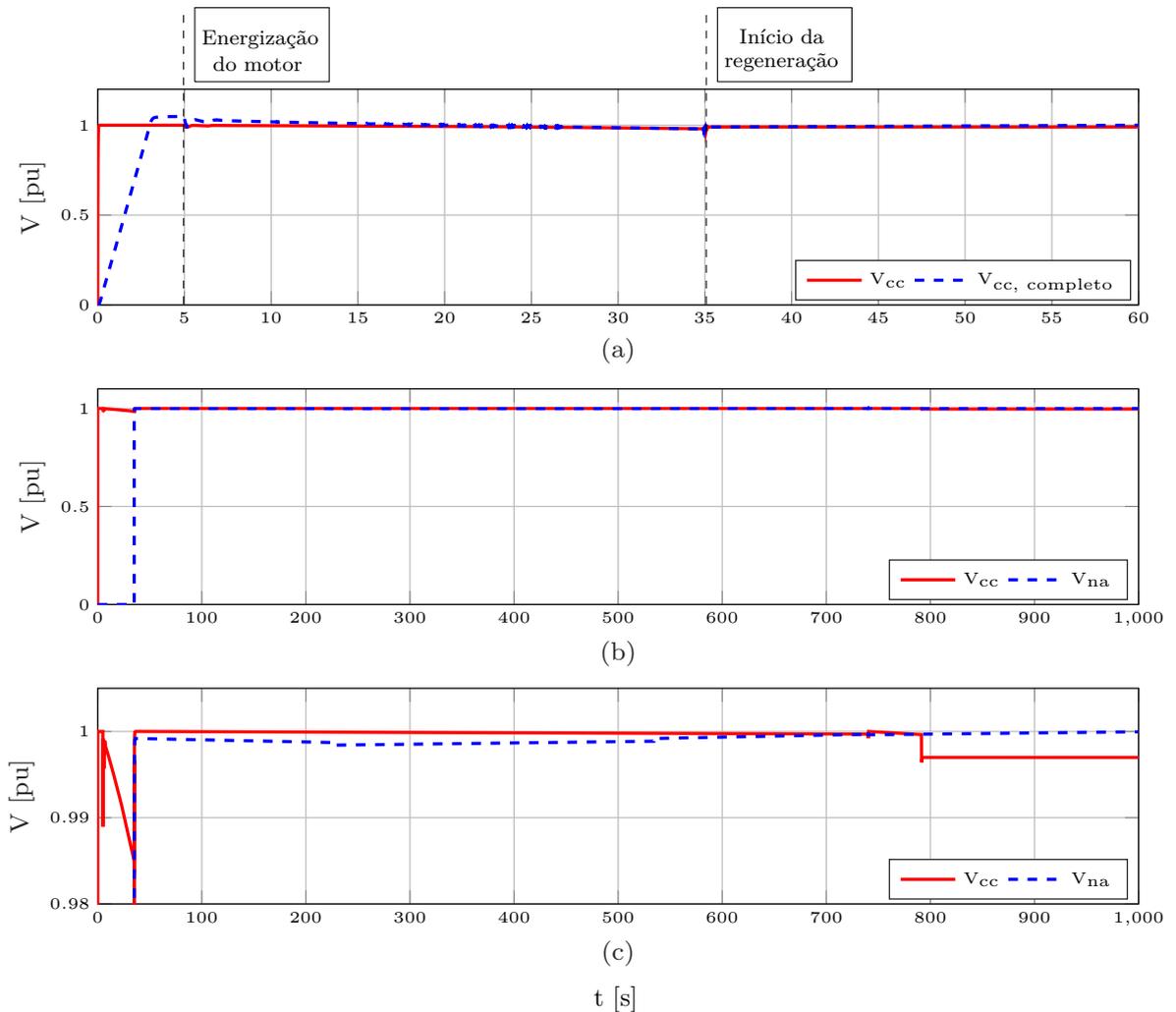


Figura 51 – Tensão no elo CC.

que a tensão sobre as chaves normalmente abertas  $V_{na}$  permanece menor que a tensão sobre os capacitores, como esperado, permitindo o direcionamento da energia até o acumulador. Ainda, nota-se na [Figura 51-c](#) que, devido ao passo de integração utilizado  $10^{-3}$  s, em regime permanente, a tensão CC na saída do retificador diverge ligeiramente do valor teórico dado em (4.1.1).

Logo após a locomotiva atingir a velocidade nominal, o sistema supervisor identifica a reversão da corrente  $I_{cc}$ , uma vez que, durante a regeneração, esta torna-se negativa como pode-se verificar na [Figura 52](#). A regeneração realiza-se até a locomotiva atingir o quilômetro zero da trajetória e à medida que esta região é alcançada, conforme pontuado previamente, o sistema de modelagem da carga permanece interpolando em torno do ultimo ponto da trajetória até o fim da simulação. Assim, a dinâmica da carga comporta-se de modo à caracterizar um deslocamento ao longo de uma trajetória constante. Dessa maneira, a regeneração é sessada e a corrente no elo CC torna-se positiva novamente. Vale ressaltar a validade do sistema de acionamento completo, uma vez que, quando

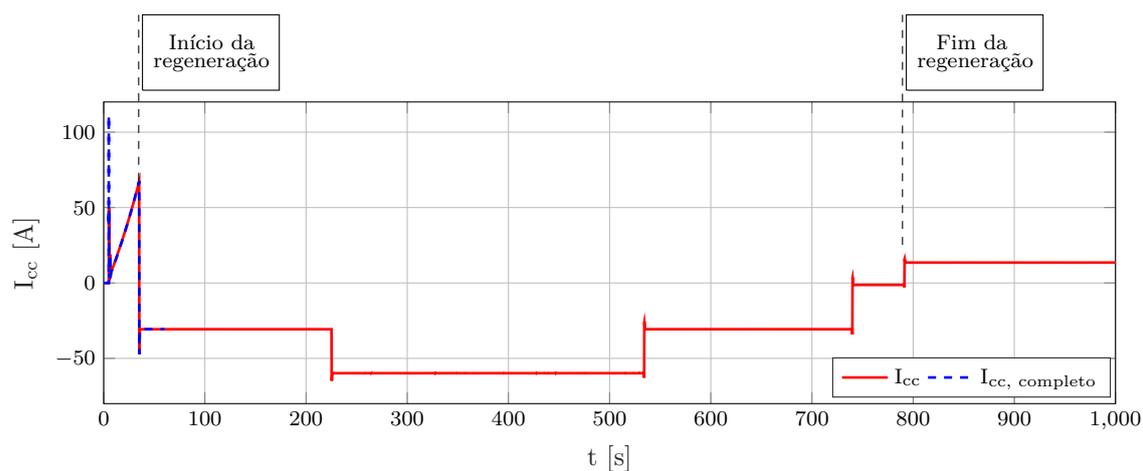


Figura 52 – Corrente no elo CC.

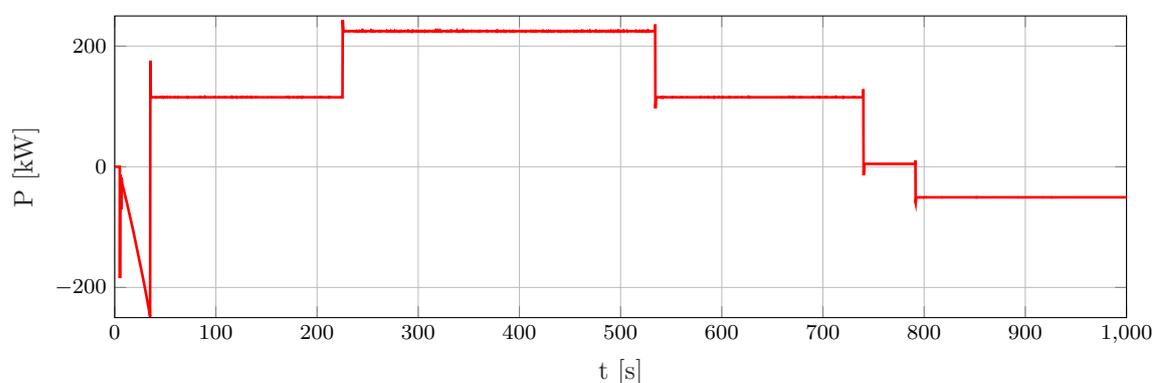


Figura 53 – Característica da potência elétrica no motor de indução.

comparado ao sistema simplificado, mostra a mesma característica para corrente no elo CC.

A Figura 53 mostra a dinâmica da potência elétrica que flui pelos terminais do motor de indução. Devido à característica da trajetória, sinteticamente utilizada, a potência possui transições bem definidas. Ainda, pode-se observar na Figura 53, durante o período regenerativo, que a potência é entregue (positiva) pelo motor uma vez que este atua como um gerador, convertendo a energia cinética do movimento da locomotiva em energia elétrica. Além disso, o valor de pico da potência durante o período da regeneração é aproximadamente igual ao valor de pico da potência requerida durante a partida da locomotiva, demonstrando, dessa maneira, a potencialidade do sistema de regeneração. Essa energia recuperada poderia ser utilizada, por exemplo, para partir uma segunda locomotiva.

A Figura 54 mostra a energia recuperada durante a regeneração. Ao longo do período da análise, para as características deste sistema simulado, é possível recuperar aproximadamente uma energia igual a 32,02 kW h. Essa energia é àquela armazenada no acumulador genericamente. No entanto, como discutido anteriormente, essa energia poderia

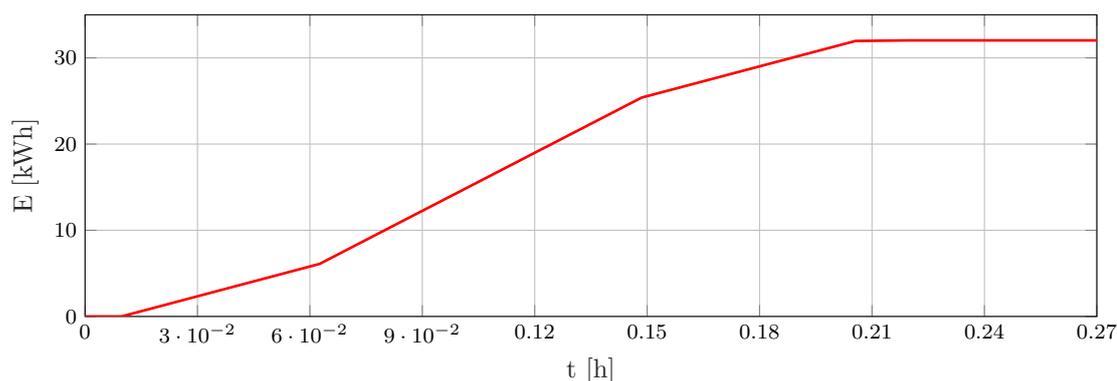


Figura 54 – Energia Regenerada.

ser armazenada em bancos de baterias/capacitores, caso fosse necessário ou dissipada em grandes resistências, como é feito muitas vezes na prática. Além disso, essa energia poderia ser reinjetada diretamente à rede de alimentação em sistemas de tração puramente elétrico, isto é, em sistemas nos quais os motores elétricos de tração das locomotivas são alimentados através de redes elétricas aéreas, também conhecidas como catenárias (LOBO, 2006).

As Figuras 55-56 mostram os resultados de simulação relacionados ao sistema de acionamento elétrico do motor de indução. A referência de velocidade da locomotiva  $v_{ref}$  é inicialmente nula. No entanto, em  $t = 5$  s a velocidade é aumentada linearmente até seu valor nominal em torno de  $t = 35$  s, como mostra a Figura 49. Assim, através da ação do controle PID, o conjugado eletromagnético  $\tau_e^*$  é comandado ao motor de tração em decorrência da habilitação do controle de velocidade, como mostrado na Figura 55-a. Além disso, devido ao desacoplamento proporcionado pelo controle vetorial entre o fluxo enlaçado e o conjugado, em  $t = 5$  s a referência para o fluxo em eixo direto do rotor é mantida constante em seu valor nominal  $\lambda_{dr}^{e*} = 4,4067$  Wb ao longo da simulação.

Como pode ser visto, o conjugado eletromagnético  $\tau_e$  desenvolvido pelo motor de tração, como esperado, tem seu sentido invertido durante a regeneração e naturalmente aumenta à medida que a velocidade tende a crescer, isto é, quando o sistema de freios é acionado de forma mais contundente e o contra-torque aplicado ao eixo do motor é maior. Por outro lado, ao fim da regeneração, um conjugado constante é desenvolvido pelo motor de tração de modo à manter a velocidade de deslocamento também constante, no valor especificado. Ademais, duas observações podem ser feitas com relação ao conjugado eletromagnético. A primeira é com relação a premissa do controle vetorial em que o conjugado eletromagnético  $\tau_e$  desenvolvido pela máquina é instantaneamente feito igual ao conjugado comandado  $\tau_e^*$ . A segunda observação realizada é com relação aos conjugados desenvolvidos no sistema de acionamento completo e no simplificado que, como pode ser observado na Figura 55-b, possuem rigorosamente o mesmo comportamento dinâmico.

Através do acionamento utilizando o controle vetorial, a corrente no estator da

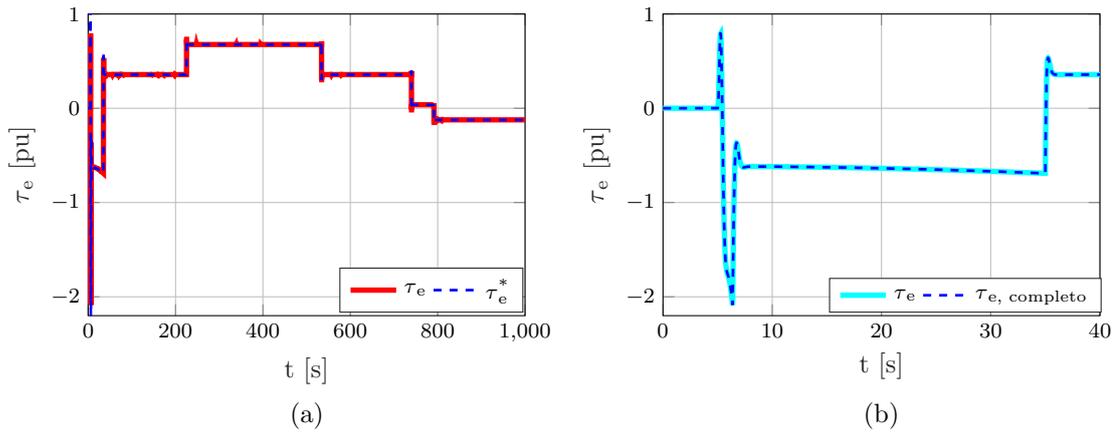


Figura 55 – Conjugado eletromagnético.

máquina  $i_{as}$  aumenta para seu valor nominal, no máximo, durante o período transitório, conforme indicado na [Figura 56-b](#), atenuando, de sobremaneira, a corrente durante a partida da máquina. Além disso, durante o período de observação e para as características do sistema simulado, o conjugado desenvolvido pelo motor mantém-se menor que o conjugado nominal. Assim, em decorrência deste fato, a corrente instantânea de fase requerida pela máquina também mantém-se menor que a corrente nominal, como indicado na [Figura 56-a](#).

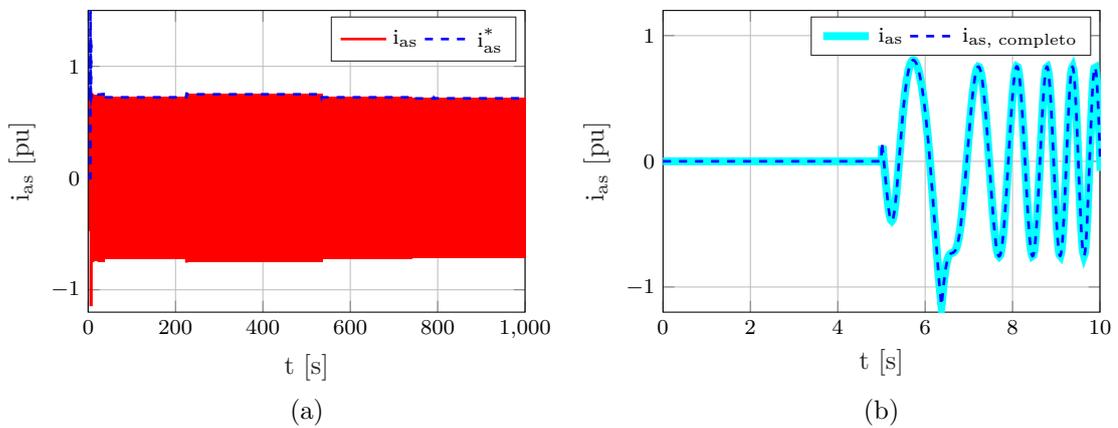


Figura 56 – Corrente instantânea de fase.

Da mesma forma, algumas considerações podem ser feitas acerca das correntes que fluem pelos terminais do motor. Pode-se observar na [Figura 56-a](#) que, através da técnica de controle vetorial, as correntes comandadas sobre os eixos- $q-d$ ,  $i_{qs}^{e*}$  e  $i_{ds}^{e*}$ , estabelecem uma corrente comandada  $i_{as}^*$  que é seguida precisamente pela corrente de fase instantânea  $i_{as}$ . Ademais, como mostrado na [Figura 56-b](#), o sistema de acionamento completo pode ser completamente validado, uma vez que, assim como para as demais grandezas apresentadas, as correntes instantâneas de fase em ambos os modelos apresentam exatamente a mesma resposta dinâmica.

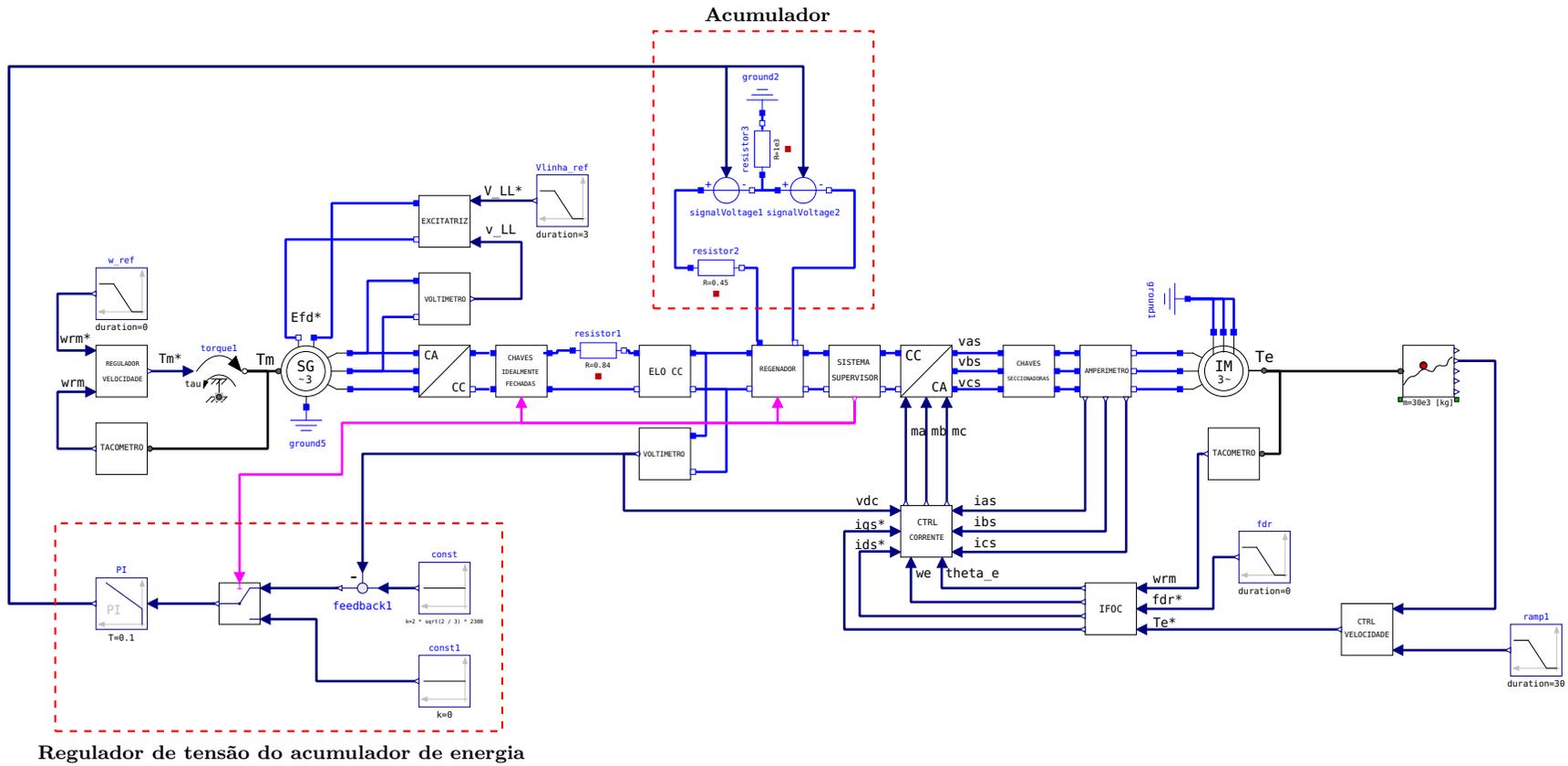
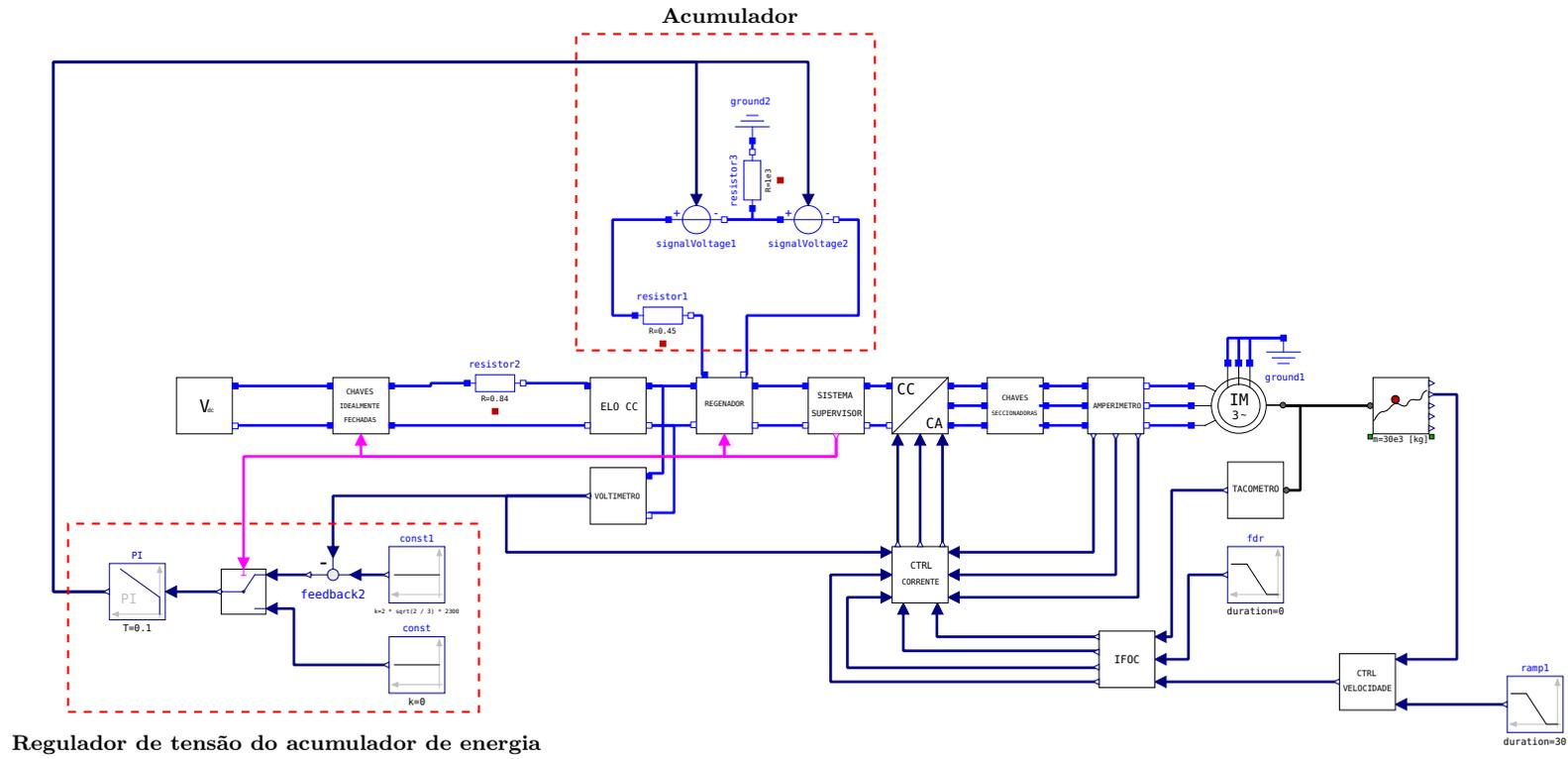


Figura 57 – Modelo completo para o acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica na plataforma OpenModelica.



Regulador de tensão do acumulador de energia

Figura 58 – Modelo simplificado para o acionamento elétrico de uma locomotiva diesel-elétrica na plataforma OpenModelica.

---

**CONSIDERAÇÕES FINAIS**

---

Este trabalho analisa o sistema de acionamento elétrico de locomotivas e seu modelo associado na linguagem Modelica. O modelo apresentado fornece uma planta genérica para simular o comportamento dinâmico do sistema que se desloca ao longo de uma trajetória fictícia. O desempenho dinâmico do sistema de acionamento sob mudanças de velocidade e/ou carga mostrou-se adequado por meio do esquema de controle por orientação de campo.

### 10.1 Conclusões

Este trabalho mostra o emprego da linguagem Modelica, baseada em equações algébrico-diferenciais e orientada a objeto, para modelagem e simulação de sistemas dinâmicos. A modelagem e a simulação dos componentes utilizados no acionamento elétrico de locomotivas diesel-elétricas mostraram-se bem-sucedidas. O resultado alcançado é uma base para trabalhos futuros de modelagem e simulação de sistemas elétricos mais complexos.

A linguagem Modelica permite aos usuários desenvolver bibliotecas para modelos específicos de acordo com as características do sistema em análise. Além disso, a plataforma OpenModelica utilizada, possui poderosas ferramentas matemáticas que possibilitam a solução dos problemas com eficiência e precisão.

Foi visto que, com o modelo preciso da carga, é possível estimar o torque eletromagnético a ser desenvolvido pelo sistema de tração da locomotiva, uma vez que, dentro deste contexto, fica evidente a interação entre o sistema elétrico e mecânico. Para modelagem da carga diversos fatores foram ser considerados. Pode-se destacar, por exemplo, a velocidade de descolamento desejada, o raio da roda de tração, a massa da carga à ser tracionada e, principalmente, a trajetória percorrida. Com base nesses fatores principais, além dos coeficientes de atrito intrínsecos a essa modelagem, é possível estimar o conjugado demandado pela carga, ponto-a-ponto, durante todo o deslocamento da composição.

Pode-se observar também a potencialidade do sistema de regeneração, mesmo com o emprego de uma trajetória sintética. Assim, à partir de uma trajetória real e em posse de maiores recursos computacionais, poderão ser feitos estudos mais aprofundados que possam proporcionar análises mais aderentes acerca da capacidade de regeneração, além

do sistema de acionamento como um todo.

Existe também um agravante com relação a especificação dos equipamentos e componentes que constituem o sistema de tração elétrica das locomotivas. Por esta razão, este trabalho objetivou a modelagem clássica dos principais componentes que compõe o acionamento, de uma forma generalizada, visando a avaliação das principais características que constituem o sistema elétrico. Essa abordagem proporcionou uma compreensão a respeito do problema e como este é abordado pelo ramo da modelagem de sistemas dinâmicos.

Outro ponto a ser ressaltado refere-se às parametrizações dos componentes da planta, como visto no [Capítulo 9](#), pois existe uma grande dificuldade para obtenção de dados de sistemas reais, visto que estes dados são fornecidos pelos fabricantes, principalmente os relacionados as máquinas elétricas.

No entanto, depois de modelado os componentes da planta, as parametrizações foram feitas à partir de adaptações da literatura utilizada para própria modelagem ([KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002](#)), além de alguns parâmetros obtidos empiricamente, os quais, no entanto, permitiram avaliar de forma adequada os estados que descrevem as dinâmicas relacionadas ao acionamento elétrico.

Por fim, mais importante do que avaliar uma técnica de controle bem conhecida para máquinas de indução, é considerar que toda a modelagem foi realizada de forma direta empregando a linguagem Modelica, que é muito próxima de simplesmente traduzir todas as equações relacionadas a uma tarefa específica ou a sistema dinâmico, como normalmente seria feito em um pedaço de papel. Além disso, com uma linguagem padrão para descrever sistemas híbridos, os modelos escritos em Modelica podem ser facilmente intercambiados com uma variedade de áreas, desde que as variáveis da interface permaneçam intactas. Uma consequência direta da padronização proporcionada pela linguagem Modelica é a viabilidade da implementação em plataformas de simulação de código aberto, como a plataforma OpenModelica, que é mantida pela comunidade de usuários e é livre para todos.

## 10.2 Trabalhos futuros

No âmbito da engenharia elétrica, o tema relacionado ao acionamento elétrico é profundamente difundido e abordado em diversas vertentes, principalmente no campo da eletrônica de potência. Desta forma, a seguir, algumas possibilidades acerca de desenvolvimentos serão abordadas.

Neste trabalho, incontestavelmente, um tópico a ser abordado é com relação os controladores da planta. Para esta finalidade, torna-se imprescindível o levantamento das funções de transferência relacionadas a cada componente da planta, que possibilitará o

projeto exato dos controladores, através das técnicas de projeto consolidadas na literatura. A parametrização acurada dos controladores fornecerá, sobremaneira, um ganho de desempenho no sistema.

Como trabalho futuro, outros aspectos relacionados ao sistema de acionamento elétrico de locomotivas podem ser avaliados e modelados na linguagem Modelica, como a carga de tração baseada na trajetória real, bem como as interações entre a locomotiva e os vagões, que resultam em composições mais realistas. Em posse desses modelos uma série de variáveis do sistema de acionamento poderiam ser otimizadas, com a finalidade de, por exemplo, minimizar o consumo de combustível, entre outros.

---

**REFERÊNCIAS**

---

- APOSTOL, T. M. **Cálculo**. Rio de Janeiro: Editora Reverté Ltda., 1994. v. 1.
- ASSOCIATION., M. **Modelica Language Specification**. Version 3.3. [S.l.: s.n.], 2012.
- BOSE, B. **Modern Power Electronics and AC Drives**. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 2002. (Eastern Economy Edition). ISBN 9780130167439.
- CANDEE, A. H. Performance of electric locomotives. **Electrical Engineering**, v. 69, n. 10, p. 913–918, Oct 1950. ISSN 0095-9197.
- CHAPMAN, S. **Electric Machinery Fundamentals**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2011. ISBN 9780073529547.
- CNT. **O sistema ferroviário brasileiro**. Brasília: [s.n.], 2013.
- DAVIS, W. J. **The tractive resistance of electric locomotives and cars**. [S.l.]: General Electric, 1926.
- HAPEMAN, M. J.; LONG, J.; PLETTE, D. L. Diesel electric locomotive propulsion systems-a look into the future. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IA-22, n. 3, p. 495–501, May 1986. ISSN 0093-9994.
- HART, D. **Power Electronics**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. ISBN 9780073380674.
- KRAUSE, P.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 2<sup>nd</sup>. ed. New York: IEEE Press, 2002. (IEEE Press series on power engineering). ISBN 9780471143260.
- KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. 1<sup>st</sup>. ed. New York: McGraw-Hill, 1994. (EPRI power system engineering series). ISBN 9780780334632.
- LOBO, P. C. **Simulação do sistema de tração elétrica metro-ferroviária**. Tese (Doutorado), 2006.
- MOHAN, N.; UNDELAND, T.; ROBBINS, W. **Power Electronics: Converters, Applications and Design**. [S.l.]: Wiley, 1989. (And Its Applications). ISBN 9780471613428.
- NOVOTNY, D. W.; LIPO, T. **Vector Control and Dynamics of AC Drives**. [S.l.]: Clarendon Press, 1996. (Monographs in electrical and electronic engineering). ISBN 9780198564393.
- SAADAT, M.; ESFAHANIAN, M.; SAKET, M. H. Energy-efficient operation of diesel-electric locomotives using ahead path data. **Control Engineering Practice**, ELSEVIER, p. 85–93, 2016.

SIEMENS. **Diesel-Electric Locomotive SD90MAC with Three-Phase Drive**. Siemens transportation systems. [S.l.: s.n.], 2005.

SILVA, L. T. F. W.; RESENDE, L. P.; TOMIM, M. A. Mathematical modeling and numerical simulation of locomotives electrical drive systems in modelica. In: **Brazilian Power Electronics Conference - COBEP 2017**. [S.l.: s.n.], 2017. (submitted).

SOLOVYEVA, E. **Mathematical Models and Stability Analysis of Induction Motors under Sudden Changes of Load**. Dissertação (Mestrado) — Department of Mathematical Information Technology, University of Jyväskylä, Finland, 2013.

TILLER, M. **Introduction to Physical Modeling with Modelica**. 2<sup>nd</sup>. ed. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2004.

WU, B. **High-Power Converters and AC Drives**. [S.l.]: Wiley, 2007. ISBN 9780471773702.

---

**MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS EM LINGUAGEM MODELICA**


---

**A.1 Modelagem da máquina síncrona**

O modelo dinâmico do gerador síncrono obtido no Capítulo 2, derivado da teoria de modelagem no referencial do rotor, as chamadas equações de *Park* do modelo (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002), em linguagem Modelica está descrito na Figura 59.

```

model GeradorSincrono

import Modelica.SIunits;
import Modelica.Constants;

parameter SIunits.ApparentPower So;
parameter Real fp "Fator de Potencia";
parameter SIunits.ActivePower Po = fp*So;
parameter SIunits.ReactivePower Qo = sqrt(So ^ 2 - Po ^ 2);
parameter SIunits.Voltage Vline;
parameter SIunits.MomentOfInertia J;
parameter Real P "Polos";

parameter SIunits.Frequency fe;
parameter SIunits.Reactance Xls;
parameter SIunits.Reactance Xlkq1;
parameter SIunits.Reactance Xlkq2;
parameter SIunits.Reactance Xlfd;
parameter SIunits.Reactance Xlkd;
parameter SIunits.Reactance Xd;
parameter SIunits.Reactance Xq;

parameter SIunits.Resistance rs;
parameter SIunits.Resistance rkq1;
parameter SIunits.Resistance rkq2;
parameter SIunits.Resistance rfd;
parameter SIunits.Resistance rkd;

constant Real pi = Constants.pi;
parameter SIunits.AngularFrequency ws = 2 * pi * fe;
parameter SIunits.Inductance Lls = Xls / ws;
parameter SIunits.Inductance Llkq1 = Xlkq1 / ws;
parameter SIunits.Inductance Llkq2 = Xlkq2 / ws;
parameter SIunits.Inductance Llfd = Xlfd / ws;
parameter SIunits.Inductance Llkd = Xlkd / ws;
parameter SIunits.Inductance Ld = Xd / ws;
parameter SIunits.Inductance Lq = Xq / ws;
parameter SIunits.Inductance Lmd = Ld - Lls;
parameter SIunits.Inductance Lmq = Lq - Lls;

SIunits.ApparentPower St;
SIunits.ActivePower Pt, Pm, Pe;
SIunits.ReactivePower Qt;

```

```

SIunits.Voltage vfd, Efd;

SIunits.Current      ikq1, ikq2, ifd, ikd;
SIunits.MagneticFlux fkq1, fkq2, ffd, fkd;

SIunits.MagneticFlux fmq, fmd;

SIunits.AngularFrequency wr(start = ws, fixed = true);
SIunits.AngularFrequency wrm;

SIunits.Torque Tm, Te;

SIunits.Angle theta_r, theta_rm, delta;

SIunits.Voltage vas, vbs, vcs;
SIunits.Current ias, ibs, ics;

Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin As
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Bs
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Cs
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin n
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.PositivePin pin_p
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.NegativePin pin_n

Modelica.Mechanics.Rotational.Interfaces.Flange_a Eixo

equation

  vas = As.v - n.v;
  vbs = Bs.v - n.v;
  vcs = Cs.v - n.v;

  ias = As.i;
  ibs = Bs.i;
  ics = Cs.i;

  n.i = As.i + Bs.i + Cs.i;

  {vqs, vds, v0s} = Park(theta_r, {vas, vbs, vcs});
  {iqs, ids, i0s} = Park(theta_r, {ias, ibs, ics});

  Pt = -3 / 2 * (vqs * iqs + vds * ids);
  Qt = -3 / 2 * (vqs * ids - vds * iqs);
  St ^ 2 = Pt ^ 2 + Qt ^ 2;

  vqs = rs * iqs + wr * fds + der(fqs);
  vds = rs * ids - wr * fqs + der(fds);
  v0s = rs * i0s + der(f0s);

  0 = rkq1 * ikq1 + der(fkq1);
  0 = rkq2 * ikq2 + der(fkq2);
  vfd = rfd * ifd + der(ffd);
  0 = rkd * ikd + der(fkd);

  ifd = pin_p.i;
  pin_p.i + pin_n.i = 0;
  Efd = pin_p.v - pin_n.v;

  Efd = (Xd - Xls) * vfd / (sqrt(2) * rfd);

  fmq = Lmq * (iqs + ikq1 + ikq2);
  fmd = Lmd * (ids + ifd + ikd);

  fqs = Lls * iqs + fmq;
  fds = Lls * ids + fmd;
  f0s = Lls * i0s;

  fkq1 = Llkq1 * ikq1 + fmq;
  fkq2 = Llkq2 * ikq2 + fmq;
  ffd = Llfd * ifd + fmd;
  fkd = Llkd * ikd + fmd;

```

```

Te = 3 / 2 * (P / 2) * (fqs * ids - fds * iqs);

J * der(wrm) = (-Te) + Tm;

Pm = Tm * wrm;
Pe = Te * wrm;

Tm = Eixo.tau;
theta_rm = Eixo.phi;

der(theta_rm) = wrm;
der(delta) = wr - ws;

wr = P / 2 * wrm;
theta_r = P / 2 * theta_rm;

end GeradorSincrono;

```

Figura 59 – Modelo para gerador síncrono em linguagem Modelica.

## A.2 Modelagem do motor de indução

Seguindo a mesma metodologia apresentada na seção anterior, foi obtido o modelo dinâmico do motor de indução em linguagem Modelica, as equações de *Park* do modelo, como dissertado no Capítulo 3. A Figura 60 denota o modelo obtido.

```

model MIT

import Modelica.SIunits;
import Modelica.Constants;

parameter SIunits.Frequency fe;
parameter SIunits.Reactance xlr;
parameter SIunits.Reactance xls;
parameter SIunits.Reactance xm;
parameter SIunits.Resistance rr;
parameter SIunits.Resistance rs;
parameter SIunits.Torque Tnominal;
parameter SIunits.MomentOfInertia J;
parameter Real P "Polos";

constant Real pi = Constants.pi;
parameter SIunits.AngularFrequency we = 2 * pi * fe;

parameter SIunits.Inductance Llr = xlr / we;
parameter SIunits.Inductance Lls = xls / we;
parameter SIunits.Inductance Lm = xm / we;

SIunits.Voltage vqs, vds, v0s;
SIunits.Voltage vqr, vdr, v0r;
SIunits.Current iqs, ids, i0s;
SIunits.Current iqr, idr, i0r;
SIunits.MagneticFlux fqs, fds, f0s;
SIunits.MagneticFlux fqr, fdr, f0r;
SIunits.AngularFrequency w;
SIunits.AngularFrequency wr(start = 0);
SIunits.AngularFrequency wrm(start = 0);
SIunits.Torque Tm, Te;
SIunits.Angle theta, theta_r, theta_rm;

```

```

SIunits.Current ias, ibs, ics;
SIunits.Current iar, ibr, icr;
SIunits.Voltage vas, vbs, vcs;
SIunits.Voltage var, vbr, vcr;

SIunits.ActivePower Pt;
SIunits.ReactivePower Qt;

constant SIunits.Angle phi = 2 * pi / 3;

Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin As
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Bs
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Cs
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Ar
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Br
Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin Cr
Modelica.Mechanics.Rotational.Interfaces.Flange_a Eixo

initial equation
der(wr) = 0;
der(fqs) = 0;
der(fds) = 0;
der(f0s) = 0;
der(fqr) = 0;
der(fdr) = 0;
der(f0r) = 0;

equation

w = we;

vas = As.v;
vbs = Bs.v;
vcs = Cs.v;

ias = As.i;
ibs = Bs.i;
ics = Cs.i;

var = Ar.v;
vbr = Br.v;
vcr = Cr.v;

iar = Ar.i;
ibr = Br.i;
icr = Cr.i;

{vqs, vds, v0s} = Park(theta, {vas, vbs, vcs});
{vqr, vdr, v0r} = Park(theta - theta_r, {var, vbr, vcr});

{iqs, ids, i0s} = Park(theta, {ias, ibs, ics});
{iqr, idr, i0r} = Park(theta - theta_r, {iar, ibr, icr});

vqs = rs * iqs + w * fds + der(fqs);
vds = rs * ids - w * fqs + der(fds);
v0s = rs * i0s + der(f0s);

vqr = rr * iqr + (w - wr) * fdr + der(fqr);
vdr = rr * idr - (w - wr) * fqr + der(fdr);
v0r = rr * i0r + der(f0r);

fqs = Lls * iqs + Lm * (iqs + iqr);
fds = Lls * ids + Lm * (ids + idr);
f0s = Lls * i0s;

fqr = Llr * iqr + Lm * (iqs + iqr);
fdr = Llr * idr + Lm * (ids + idr);
f0r = Llr * i0r;

Pt = 3 / 2 * (vqs * iqs + vds * ids);
Qt = 3 / 2 * (vqs * ids - vds * iqs);

```

```

Te = 3 / 2 * (P / 2) * (fds * iqs - fqs * ids);
J * der(wrm) = Te + Tm;

Tm = Eixo.tau;
theta_rm = Eixo.phi;

der(theta_rm) = wrm;
der(theta) = w;
der(theta_r) = wr;

wr = P / 2 * wrm;

end MIT;

```

Figura 60 – Modelo para o motor de indução em linguagem Modelica.

### A.3 Modelagem da transformada de Park

Como apresentado na Seção 2.3, o modelo para transformada de Park, utilizado na modelagem das máquinas elétricas do modo à eliminar os parâmetros das equações diferenciais variáveis com o tempo, em linguagem Modelica, está descrito na Figura 61.

```

function Park

import Modelica.SIunits;
import Modelica.Constants;

input SIunits.Angle theta;
input Real Fabc[3];
output Real Fqd0[3];

protected
constant Real k = 2 / 3;
constant Real pi = Constants.pi;
constant SIunits.Angle phi = 2 * pi / 3;

algorithm

Fqd0[1] := k * (Fabc[1] * cos(theta) + Fabc[2] * cos(theta - phi) +
+ Fabc[3] * cos(theta + phi));

Fqd0[2] := k * (Fabc[1] * sin(theta) + Fabc[2] * sin(theta - phi) +
+ Fabc[3] * sin(theta + phi));

Fqd0[3] := k * (Fabc[1] * (1 / 2) + Fabc[2] * (1 / 2) + Fabc[3] * (1 / 2));

end Park;

```

Figura 61 – Modelo para o motor de indução em linguagem Modelica.

---

**MODELAGEM DA CARGA EM LINGUAGEM MODELICA**


---

```

model WagonAlongPath

  import Modelica.Math.Vectors.length;
  import Modelica.Math.Vectors.normalize;

  Real r[3], t[3], n[3];
  Real gt, gn;
  Real curvatura, raio;
  Real Fmot, Fincl, Fatrito, Fcurva, Faderencia, Paderente, Faderencia_neg;
  Real norm_t;
  Real v_kmh;
  Real mi;
  Real k_Fatrito;
  Real Ftot;

  parameter Real v_eps = 0.1;
  parameter Boolean externalForce = true;
  parameter Real g[3] = {0, 0, 10};

  parameter Real m = 30e3 "Massa da locomotiva" annotation( Dialog(group = "Parametros
    da composicao"));
  parameter Real R = 0.5 "Raio da roda de tracao" annotation( Dialog(group = "
    Parametros da composicao"));

  parameter Real v_estFric = 3;

  parameter Real A = 0.0011224 annotation(Dialog(group = "Parametros Atrito (Coef. da
    formula de Davis)"));
  parameter Real B = 0.00000932 annotation(Dialog(group = "Parametros Atrito (Coef. da
    formula de Davis)"));
  parameter Real C = 0.0000003044 annotation(Dialog(group = "Parametros Atrito (Coef.
    da formula de Davis)"));

  // Bitola da via
  parameter Real b = 1;

  // Coeficiente de aderencia com velocidade nula
  parameter Real mi_o = 0.28;

  // Comprimento da locomotiva
  parameter Real h = 5;

  // Directorio em que os dados da trajetoria esta alocado
  parameter String TableFile = "" annotation(Dialog(group = "Parametros da trajetoria"));

  Modelica.Blocks.Tables.CombiTable1Ds Rs(columns = {2, 3, 4}, fileName = TableFile,
    smoothness = Modelica.Blocks.Types.Smoothness.ConstantSegments, tableName = "r",
    tableOnFile = true, verboseRead = true);
  Modelica.Blocks.Tables.CombiTable1Ds DRDS(columns = {2, 3, 4}, fileName = TableFile,
    smoothness = Modelica.Blocks.Types.Smoothness.ConstantSegments, tableName = "drds"
    , tableOnFile = true, verboseRead = true);
  Modelica.Blocks.Tables.CombiTable1Ds D2RDS2(columns = {2, 3, 4}, fileName = TableFile,
    smoothness = Modelica.Blocks.Types.Smoothness.ConstantSegments, tableName = "
    d2rds2", tableOnFile = true, verboseRead = true);

```

```

Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput s(start = h);
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput v;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput at;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput an;
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Fn;
Locomotives.Coupling cf;
Locomotives.Coupling ct;
Modelica.Mechanics.Rotational.Interfaces.Flange_a Tmot ;
equation
// Dados da trajetoria
r = Rs.y;
t = DRDS.y;
n = D2RDS2.y;
norm_t = length(t);

// Equacoes de movimento ao longo da trajetoria definida por r, t e n
v = der(s);
at = der(v);
v_kmh = 3.6 * v;
curvatura = length(n);
raio = 1 / (curvatura + 1e-7);
an = v ^ 2 * curvatura;
gt = g * t;
gn = g * normalize(n);

// Forcas envolvidas
Fincl = -m * gt;
if v_kmh > v_eps and v_kmh < v_eps + v_estFric then
  k_Fatrito = 2.7;
elseif v_kmh < -v_eps and v_kmh < -v_eps - v_estFric then
  k_Fatrito = -2.7;
elseif v_kmh >= v_eps + v_estFric then
  k_Fatrito = 1.0;
elseif v_kmh <= -v_eps - v_estFric then
  k_Fatrito = -1.0;
else
  k_Fatrito = 2.7*v_kmh/v_eps;
end if;

Fatrito = -((A+C*v_kmh^2)*k_Fatrito + B*v_kmh)*m*length(g);
Fcurva = -(500*b*curvatura)*m*g[3]*1e-3;

// Equacao das forcas resultantes
Ftot = -(Fincl + Fatrito + Fcurva - cf.F + ct.F);
m * at = Ftot + Fincl + Fatrito + Fcurva - cf.F + ct.F;
m * an = Fn - m * gn;

// Conjugado de carga
Tmot.tau = Ftot * R * 0.95;
der(Tmot.phi) * R = v;

// Aderencia
mi = mi_o * (8 + 0.1 * v_kmh) / (8 + 0.2 * v_kmh);
Paderente = m * g[3];
Faderencia = mi * Paderente;
Faderencia_neg = -Faderencia;

if not externalForce then
  Ftot = 0;
end if;
//
connect(s, Rs.u);
connect(s, DRDS.u);
connect(s, D2RDS2.u);

// Acoplamento mecanico entre os vagoes
cf.s = s + h;
ct.s = s - h;

end WagonAlongPath;

```

Figura 62 – Modelo básico de locomotivas em linguagem Modelica.

```
connector Coupling
Real s;
flow Real F;
end Coupling;
```

Figura 63 – Definição de acoplamento mecânico na linguagem Modelica.