

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**

**YASMIN MONTEIRO CYRILLO**

**COMPARAÇÃO DAS ABORDAGENS PDE E PDDE - UMA  
VISUALIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO**

Juiz de Fora, MG - Brasil

Julho de 2015

**YASMIN MONTEIRO CYRILLO**

**COMPARAÇÃO DAS ABORDAGENS PDE E PDDE - UMA  
VISUALIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO**

Relatório final apresentado à Universidade Federal de Juiz de Fora, como parte das exigências para a obtenção do título de Engenheira Eletricista.

Orientador: Prof. André Luís Marques Marcato

Juiz de Fora, MG - Brasil

Julho de 2015

Cyrillo, Yasmin Monteiro

Comparação das abordagens PDE e PDDE - Uma  
visualização da função de custo futuro /

Yasmin Monteiro Cyrillo. – 2015.

90 f. : il.

Orientador: Prof. André Luís Marques Marcato.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) –  
Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia,  
2015.

1. PDE. 2. PDDE. 3. Planejamento da operação energética.

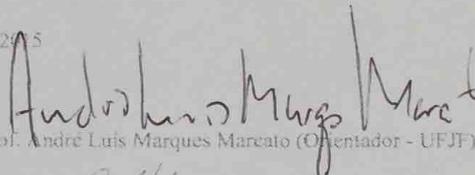
YASMIN MONTEIRO CYRILLO

COMPARAÇÃO DAS ABORDAGENS PDE E PDDE - UMA  
VISUALIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO

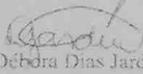
Relatório final, apresentado a Universidade  
Federal de Juiz de Fora, como parte das  
exigências para a obtenção do título de  
engenheiro electricista.

Orientador: Prof. André Luís Marques Mareato

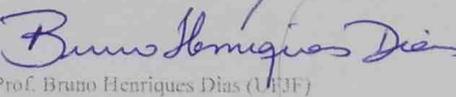
Aprovada em 06 de Julho de 2015

  
Prof. André Luís Marques Mareato (Orientador - UFJF)

  
Prof. André Luiz Souto Lima, D.Sc. (CEPEL/UFJF)

  
Débora Dias Jardim Penna, D.Sc.(CEPEL)

  
Prof. Ivo Chaves da Silva Junior, D.Sc. (UFJF)

  
Prof. Bruno Henriques Dias (UFJF)

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar eu agradeço a Deus, por ter me dado o arcabouço necessário para chegar até aqui, bem como por ter me cercado de pessoas maravilhosas, dentre as quais cito as que contribuíram diretamente para minha formação como Engenheira Eletricista.

Aos meus pais e irmãs, pelo amor e apoio contínuo, por formarem minha base.

Ao Dirceu, por todo apoio, paciência e carinho.

Aos amigos da turma, pelo companheirismo e compreensão durante os anos de convivência

Ao professor e orientador André Marcato, pelo apoio, dedicação e entusiasmo com este trabalho, mesmo com tão pouco tempo para sua conclusão. Pelo constante incentivo ao meu crescimento profissional.

Ao doutorando Rafael Gomes, pela ajuda concedida com os algoritmos implementados.

Aos pesquisadores do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Prof. André Diniz e Débora Dias, e aos docentes Bruno Dias e Ivo Silva Junior, pela gentileza de participarem da banca de avaliação deste trabalho e pela contribuição enriquecedora.

Ao professor e amigo Francisco José Gomes, inicialmente, por ter me dado a oportunidade de participar do Programa de Educação Tutorial da Engenharia Elétrica – PET-Elétrica, que tanto contribuiu para minha formação acadêmica. Depois, por ter permanecido tão presente nas etapas da minha formação, me incentivando a enriquecê-la com as importantes competências transversais, tão requisitadas pelo atual mercado e tão pouco trabalhadas em sala de aula.

Aos amigos do PET-Elétrica, pela amizade e troca contínua de conhecimentos.

“A leitura após certa idade distrai excessivamente o espírito humano das suas reflexões criadoras. Todo o homem que lê de mais e usa o cérebro de menos adquire a preguiça de pensar”. (*Albert Einstein*)

# RESUMO

A recente redução da geração hidrelétrica vivenciada pelo país mostra, dentre outros fatores, a dependência entre a matriz elétrica brasileira e a estocasticidade do regime hidrológico. Motivado pelo contexto atual, o presente trabalho implementa os algoritmos das metodologias de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) aplicadas à apenas uma usina hidrelétrica com o objetivo de comparar o comportamento da Função de Custo Futuro calculada. Ambas as metodologias são utilizadas na solução do problema de planejamento da operação de médio prazo, que visa considerar o efeito da estocasticidade das condições hidrológicas e tem suas decisões implicando em grandes efeitos na economia nacional, em momentos como o da atual crise energética. A utilização de apenas uma usina hidrelétrica tem o objetivo de estabelecer um caso tutorial com uma função de custo futuro bidimensional para avaliar o comportamento das metodologias.

## **Comparação das abordagens PDE e PDDE**

### **- Uma visualização da função de custo futuro -**

Yasmin Monteiro Cyrillo

Julho, 2015

Orientador: Prof. André Luís Marques Marcato.

# **ABSTRACT**

The current hydropower generation's reduction in Brazil shows, among other factors, the dependency between the electric matrix and the hydrological stochasticity.. Motivated by the current context, this paper implements the Stochastic Dynamic Programming (SDD) and Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDD) algorithms to a system involving just one hydropower plant aiming to compare the future cost function. Both methods are used to solve the medium term operation's planning problem, which aim to consider the hydrologic stochasticity and have effects on the national economy. The use of just one hydro power plant intends to establish a tutorial case with a bidimensional future cost function to evaluate the behavior of both methodologies.

## **Comparison between SDD and SDDD - An overview of the Future Cost Function -**

Yasmin Monteiro Cyrillo

July, 2015

Supervisor: Prof. André Luís Marques Marcato.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Problema do planejamento da operação.....	18
Figura 2: Horizontes de planejamento da operação no Brasil .....	19
Figura 3: A função de custo futuro e o valor da água.....	20
Figura 4: Representação do sistema em estudo, associado aos parâmetros básicos das usinas	23
Figura 5: Processo de decisão para um problema de otimização de 3 estágios.....	34
Figura 6: Cortes de Benders e formação da FCF.....	32
Figura 7: Esquema da solução adotada pela PDE .....	37
Figura 8: Função de custo futuro no primeiro estágio de problema resolvido por PDE com a) 3 discretizações e b) 100 discretizações .....	39
Figura 9: Problema base, composto por 3 estágios, para exemplificação de solução por PDDE. ....	44
Figura 10: Tabela com as 10 séries sorteadas. À exemplo, conferência específica do caminho traçado nos conjuntos de aberturas da série 2.....	45
Figura 11: Todos os caminhos possíveis, passando por 3 estágios, com 2 aberturas a cada estágio.....	46
Figura 12: Etapa de progressão - Forward.....	47
Figura 13: Etapa de recursão – Backward .....	47
Figura 14: Distância entre os limites Zinf e Zsup resultantes da primeira iteração .....	49
Figura 15: Distância entre os limites Zinf e Zsup resultantes da 2ª iteração.....	52
Figura 16: Distância entre os limites Zinf e Zsup resultantes da 3ª e última iteração.....	53
Figura 17: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso I.....	57
Figura 18: Sobreposição das FCFs referente ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	57
Figura 19: : Sobreposição das FCFs referente ao 3º e último estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	58
Figura 20: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso II .....	59
Figura 21: Sobreposição das FCFs referentes ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	60
Figura 22: Sobreposição das FCFs referentes ao 3º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	60
Figura 23: Sobreposição das FCFs referentes ao 4º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	61

Figura 24: Sobreposição das FCFs referentes ao 5º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	61
Figura 25: Sobreposição das FCFs referentes ao 6º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	62
Figura 26: Sobreposição das FCFs referentes ao 7º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	62
Figura 27: Sobreposição das FCFs referentes ao 8º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	63
Figura 28: Sobreposição das FCFs referentes ao 9º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	63
Figura 29: Sobreposição das FCFs referentes ao 10º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	64
Figura 30: Sobreposição das FCFs referentes ao 11º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	64
Figura 31: Sobreposição das FCFs referentes ao 12º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	65
Figura 32: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso III.....	67
Figura 33: Sobreposição das FCFs referentes ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	67
Figura 34: Sobreposição das FCFs referentes ao 3º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	68
Figura 35: Sobreposição das FCFs referentes ao 4º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	68
Figura 36: Sobreposição das FCFs referentes ao 5º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	69
Figura 37: Sobreposição das FCFs referentes ao 6º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	69
Figura 38: Sobreposição das FCFs referentes ao 7º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	70
Figura 39: Sobreposição das FCFs referentes ao 8º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	70
Figura 40: Sobreposição das FCFs referentes ao 9º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	71

Figura 41: Sobreposição das FCFs referentes ao 10º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	71
Figura 42: Sobreposição das FCFs referentes ao 11º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	72
Figura 43: Sobreposição das FCFs referentes ao 12º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).....	72
Figura 44: Comparação do nº de PL's resolvidas pela PDE e pela PDDE em função do número de hidrelétricas do sistema.....	74
Figura 45: Zoom no gráfico da figura 14, mostrando momento de cruzamento das técnicas..	75
Figura 46: Organização dos arquivos que compõem o programa original.....	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros do reservatório da usina de UHE Itumbiara .....	24
Tabela 2: Parâmetros sobre o conjunto de máquinas da UHE Itumbiara .....	24
Tabela 3: Vazões médias mensais e anuais (última coluna) para a UHE Itumbiara. Dados de 1931 a 1940 .....	28
Tabela 4: Aberturas sorteadas das séries históricas de vazão.....	45
Tabela 5: Dados de entrada do primeiro estudo de caso. ....	56
Tabela 6: Dados de entrada do segundo estudo de caso.....	58
Tabela 7: Dados de entrada do segundo estudo de caso.....	66

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XII</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>16</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1 Contribuições do Trabalho	22
1.2 Estrutura do Trabalho	22
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>23</b>
<b>2. APRESENTAÇÃO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO EM ESTUDO</b>	<b>23</b>
2.1 Descrição do sistema em estudo	23
2.2 Parâmetros da usina hidrelétrica do sistema	24
2.2.1 Volume útil	24
2.2.2 Volume médio	25
2.2.3 Cota média do reservatório	25
2.2.4 Perdas hidráulicas	25
2.2.5 Altura média de queda da usina:	26
2.2.6 Produtibilidade média	26
2.2.7 Volume turbinável máximo	27
2.2.8 Séries históricas de vazões	28
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>30</b>
<b>3. MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO</b>	<b>30</b>
3.1.1 A função objetivo - FOB	30
3.1.2 Restrições de igualdade   Atendimento à demanda	31
3.1.3 Restrições de igualdade   Balanço hídrico do reservatório	31
3.1.4 Inequações   A função de custo futuro	31
3.1.5 Formulação completa do problema	33

<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>34</b>
<b>4. APRESENTAÇÃO DAS METODOLOGIAS PDE E PDDE</b>	<b>34</b>
<b>4.1 Solução I – Programação Dinâmica Estocástica (PDE)</b>	<b>36</b>
4.1.1 Algoritmo PDE	41
<b>4.2 Solução II – Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)</b>	<b>43</b>
4.2.1 Sorteio de aberturas e <i>forwards</i>	44
4.2.2 A solução iterativa	46
4.2.3 Algoritmo PDDE	53
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>56</b>
<b>5. RESULTADOS</b>	<b>56</b>
<b>5.1 Estudo de caso I:</b>	<b>56</b>
<b>5.2 Estudo de caso II</b>	<b>58</b>
<b>5.3 Estudo de caso III</b>	<b>66</b>
<b>5.4 Número de PL’s resolvidas por cada metodologia</b>	<b>73</b>
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>76</b>
<b>6. CONCLUSÕES</b>	<b>76</b>
<b>6.1 Considerações Iniciais</b>	<b>76</b>
<b>6.2 Sugestões Para Estudos Futuros</b>	<b>76</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>78</b>
<b>7. 78</b>	
<b>A. PROGRAMA DESENVOLVIDO   ALGORÍTMOS PDE E PDDE</b>	<b>81</b>
<b>A.1 Arquivo “compara.m”</b>	<b>81</b>
<b>A.1.1 Arquivo “set_sistema.m”</b>	<b>82</b>
<b>A.2 Arquivo “pdde.m”</b>	<b>83</b>
<b>A.2.1 Função “set_abt_fw.m”</b>	<b>84</b>
<b>A.2.2 Função “despacho_mensal.m”</b>	<b>85</b>

<b>A.2.3</b>	<b>Função “calcula_fcf_pi”</b>	<b>86</b>
<b>A.3</b>	<b>Aquivo “pde.m”</b>	<b>87</b>
<b>A.3.1</b>	<b>Aquivo “pde_despacho_mensal.m”</b>	<b>88</b>
<b>A.3.2</b>	<b>Aquivo “pde_calcula_fcf_pi.m”</b>	<b>89</b>
<b>A.3.3</b>	<b>Aquivo “plota_fcf_pdde.m”</b>	<b>89</b>

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

A matriz elétrica do Brasil o caracteriza como um país cujo sistema de geração de eletricidade é basicamente hidrotérmico. De acordo com a (EPE, 2014), uma fatia de 70,6% da eletricidade gerada no país, no ano de 2013, foi proveniente de fonte hidráulica, 27,1% de fonte térmica (incluem-se biomassa, gás, petróleo e carvão mineral), 2,4% de fonte nuclear, sendo o restante suprido por energia eólica e por uma porcentagem muito baixa de energia solar. Uma comparação com a geração de eletricidade por fonte primária de energia entre os anos de 2012 e 2013 mostra que o país teve um aumento expressivo de geração térmica, o que se deveu principalmente à redução de geração hidrelétrica entre esses mesmos anos.

A redução de geração hidrelétrica que ocorre no país desde 2012 ocorreu, entre outros motivos, devido às condições hidrológicas desfavoráveis observadas ao longo do tempo, reduzindo os volumes de água armazenados nos reservatórios de usinas de todo o país, diminuindo, em consequência, a energia armazenada que poderia se transformar em eletricidade. Em resultado, as termelétricas, como sistema de complementação das hidrelétricas, tiveram de ser acionadas (EPE, 2014). Ressalta-se que o aumento da geração termelétrica não é explicado apenas pelos anos secos. Nota-se que nos últimos anos, grande parte dos empreendimentos de geração hidrelétrica foi destinada à construção de usinas a fio d'água<sup>1</sup>, o que também implica em maior complementação da geração por outras fontes. (GOMES, 2012)

A energia elétrica proveniente de hidrelétricas, no contexto de operação das usinas, apresenta custo imediato de operação nulo, enquanto as termelétricas precisam contabilizar o preço do combustível gasto na geração, como óleo diesel, gás natural ou carvão. No entanto, o volume final das usinas hidrelétricas está associado a um custo futuro estocástico calculado nos meses seguintes ao estágio atual. Nesse sentido, o aumento da geração termelétrica

---

<sup>1</sup> As usinas a fio d'água geram energia elétrica a partir do fluxo de água dos rios, com pouca ou nenhuma capacidade de regularização. As usinas a fio d'água com represamento possuem capacidade de regular a vazão de curto prazo, em base diária ou semanal. (GOMES, 2012)

resulta em um aumento expressivo no preço da energia gerada, afetando diversos setores da economia nacional. Em Fevereiro de 2014, de acordo com (CCEE, 2015), o Preço de Liquidação das Diferenças<sup>2</sup> - PLD atingiu o marco de R\$822,83/MWh, contra R\$17,57/MWh no mesmo mês de 2012.

A contextualização apresentada evidencia que o planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é um problema dependente das condições hidrológicas, que apresentam comportamento estocástico, de solução complexa e que surte grandes efeitos no âmbito da economia nacional.

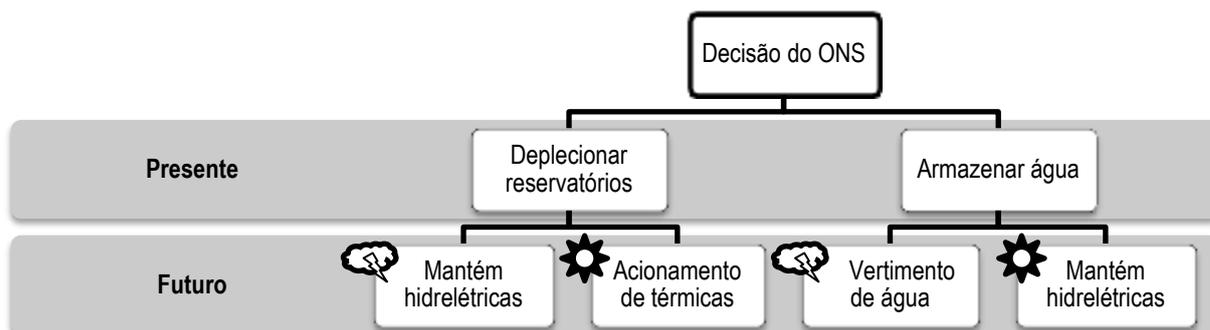
O planejamento da operação, segundo (SOUZA, *et al.*, 2014), define-se como os esforços para delinear o comportamento desse sistema em um horizonte de tempo, promovendo o aproveitamento racional de recursos, a fim de garantir a qualidade e a segurança no atendimento à demanda do mercado, os requisitos operativos do sistema hidrotérmico e a minimização dos custos operativos.

Em outras palavras, planejar a operação da geração do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) significa otimizar a operação desse sistema, a fim de estabelecer uma política baseada em um conjunto de cenários de afluências futuras que permitem estimar o custo de operação de determinado horizonte de planejamento, considerando os valores esperados de geração termelétrica e de corte de carga (déficit) para o período. Desde setembro de 2013, além do critério de mínimo custo global, o Brasil adota, oficialmente, aspectos de aversão ao risco, no sentido de evitar o corte de cargas esperado em situações onde baixos volumes dos reservatórios levam a valores da água superiores ao custo do déficit. (MACEIRA, *et al.*, 2015; SHAPIRO, *et al.*, 2013).

A decisão de operação diariamente tomada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) pode ser representada pela Figura 1:

---

<sup>2</sup> O Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) é utilizado para valorar os montantes liquidados no Mercado de Curto Prazo (MCP). Apurado semanalmente pela CCEE, por submercado e por patamar de carga, o PLD é limitado por um preço mínimo e por um preço máximo, estabelecidos anualmente pela Agência Nacional de Energia Elétrica – Aneel (CCEE, 2015).

**Figura 1: Problema do planejamento da operação**

Fonte: Elaborada pela própria autora.

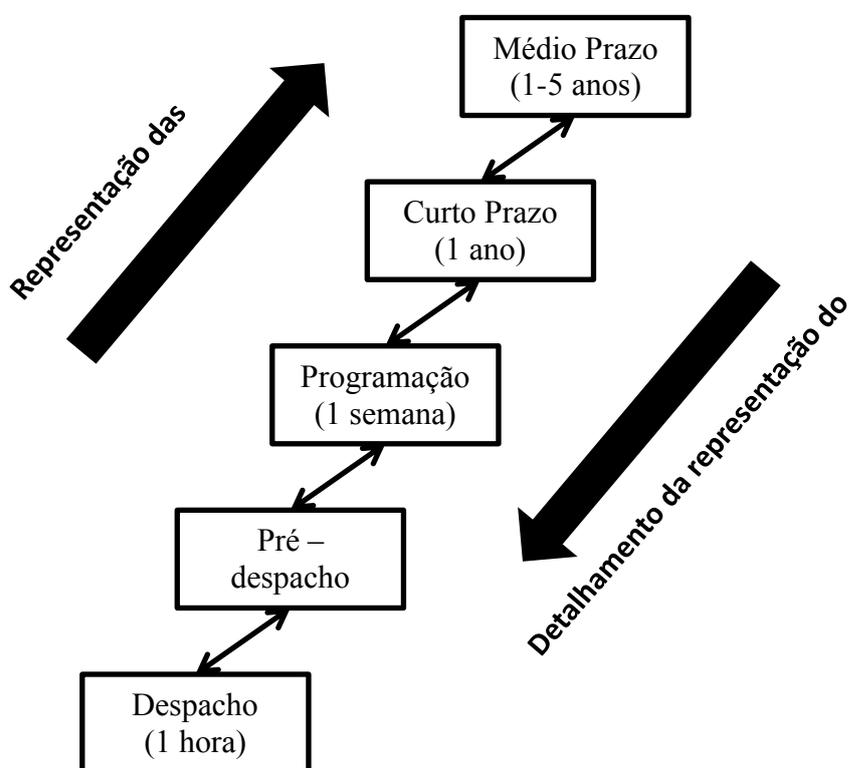
A Figura 1 mostra as possíveis opções para a decisão que deve ser tomada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), no presente (estágio atual). Se o operador opta por deplecionar os reservatórios das hidrelétricas, sua decisão está atrelada às condições hidrológicas futuras, que podem ser favoráveis ou não. Por exemplo, se chover no futuro, os reservatórios serão reabastecidos e pode-se manter uma operação econômica, com uso predominante de hidrelétricas. Caso contrário, se ocorrer um período seco, será necessário o acionamento das termelétricas e a operação terá um custo maior. Mas, se, no estágio atual, o operador decide por armazenar água, condições hidráulicas favoráveis no futuro acarretariam em vertimento de água, que se traduz em desperdício de energia e um custo inicial mais alto que fora desnecessário, enquanto condições futuras desfavoráveis não afetariam consideravelmente os reservatórios cheios e resultaria, portanto, em uma operação econômica.

O problema apresentado na Figura 1 é dividido em estágios (presente e futuro), cada estágio é associado a um ou mais estados (condições possíveis entre as quais o sistema pode estar), sendo o estado de um estágio futuro dependente da decisão tomada no presente, entretanto, quando se chega no futuro, a decisão aí tomada não influencia no estágio anterior. Tais aspectos compõem características básicas de um problema de Programação Dinâmica (PD), que depende ainda de uma variável (condição hidrológica) que apresenta comportamento estocástico.

A solução do problema é planejada previamente, isto é, é realizada para um determinado horizonte de tempo, para um determinado sistema. No âmbito do planejamento da operação de médio prazo, esse horizonte tem o limite de 5 anos de estudo acrescidos de 5 anos pós-estudo. Considerando um contexto mais amplo, observa-se que na medida em que o

horizonte de planejamento aumenta, diminui-se o detalhamento da representação dos componentes do sistema e enfatiza-se a modelagem do comportamento da estocasticidade das afluições. Por outro lado, na medida que o horizonte de planejamento diminui, torna-se necessário detalhar com precisão os componentes do sistema ao passo que não há necessidade de representar a estocasticidade das afluições, pois podem ser realizadas previsões altamente acuradas para as mesmas.

**Figura 2: Horizontes de planejamento da operação no Brasil**

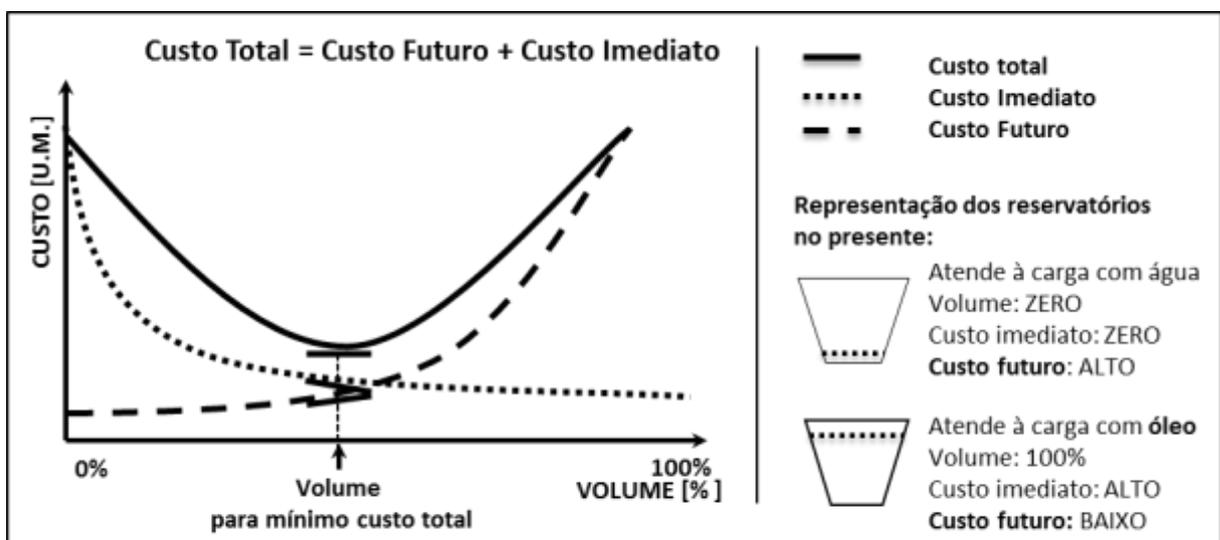


Fonte: (MARCATO, 2002)

Por exemplo, na Figura 2, no planejamento do horizonte de médio prazo, a representação do sistema é feita de forma mais simplificada, considerando todas as usinas compondo um único e grande reservatório. Quanto menor o horizonte de planejamento, menor o grau de incerteza da previsão das afluições e melhor e mais detalhada é a representação do sistema, adotando-se a representação de usinas individualizadas, de forma a garantir o atendimento da demanda dentro das condições reais de operação das usinas, sejam elas baseadas na energia térmica ou hidráulica.

Com o horizonte de planejamento estabelecido, a solução do problema apresentado consiste em confrontar o custo imediato de operação do sistema considerado (CI), com o custo futuro (CF), estimado em função da decisão tomada no presente. A Figura 3 representa as curvas de custo imediato e futuro, em função do armazenamento de água do reservatório. Nota-se que o custo imediato associado à decisão de poupar água no presente é alto, entretanto, o custo futuro de manter tal volume no reservatório é baixo. O custo ótimo é obtido quando o custo total, isto é, a soma desses dois custos (CI e CF), é mínima.

**Figura 3: A função de custo futuro e o valor da água**



Fonte: (ONS, 2009) – adaptada.

O Brasil utiliza uma cadeia de modelos matemáticos e computacionais para o planejamento e programação da operação energética, que objetivam coordenar a operação das hidrelétricas conectadas ao SIN, de maneira a buscar o mínimo custo global de operação e a redução dos custos de déficit. Para o planejamento da operação de médio prazo, foi desenvolvido o NEWAVE (MACEIRA, 1999; MACEIRA, *et al.*, 2008); para o planejamento da operação do curto prazo, o modelo usado é chamado DECOMP (COSTA, PRADO e BINATO, 1999); e, para o planejamento e programação diária da operação foi desenvolvido o modelo DESSEM (BELLONI, *et al.*, 2003). Os modelos citados foram desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL).

A função de custo futuro para um dado horizonte de planejamento pode ser calculada por técnicas de otimização baseadas na abordagem da Programação Dinâmica. Dentre os métodos convenientes à solução deste problema, este trabalho objetiva estudar os seguintes: a

Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Atualmente, a PDDE (GORESTIN, *et al.*, 1992; PEREIRA, 1989; PEREIRA e PINTO, 1985) é a técnica oficialmente utilizada pela cadeia de modelos citada anteriormente. Na década de 80, a PDE (BELLMAN, 1962; PEREIRA, 1985; ROSENTHAL, 1985) foi oficialmente utilizada, no entanto, a partir da interligação Norte-Sul, esta metodologia foi abandonada devido à “maldição da dimensionalidade” inerente.

A PDE apresenta características interessantes, como representar não-linearidades e considerar aspectos estocásticos do problema, contudo, tem um inconveniente, chamado pelos estudiosos da técnica de “maldição da dimensionalidade” (BELLMAN, 1962). É necessário que se discretize o volume dos reservatórios em estudo (espaço de estados) e que as discretizações de diferentes reservatórios sejam combinadas entre si. Quanto maior o número de discretizações, maior o número de combinações a serem incorporadas na função de custo futuro gerada. Em contrapartida, um alto número de discretizações associado a várias usinas hidrelétricas demanda tempo computacional excessivo.

A PDDE é uma alternativa à PDE que é vantajosa no sentido de reduzir o esforço computacional de sistemas constituídos de um grande número de hidrelétricas ou reservatórios equivalentes. Essa metodologia se baseia no princípio de decomposição de Benders, que é uma técnica de relaxação utilizada em problemas de grandes dimensões (BENDERS, 1962; BENDERS, 1980). Com a PDDE não é necessário discretizar o espaço de estados, a solução é obtida através de um processo iterativo que continuamente refina a função de custo futuro. Entretanto, a técnica exige convexidade do problema.

O presente trabalho objetiva apresentar os princípios de cada metodologia e aplicá-los na solução de um problema de minimização do custo futuro da operação de um sistema hidrotérmico, composto por apenas uma usina hidrelétrica e duas termelétricas. Utilizam-se os parâmetros reais da UHE Itumbiara no trabalho e as vazões relacionadas a essa usina, documentadas na série histórica de vazões, disponibilizada no site do ONS.

Os algoritmos da PDE e PDDE serão apresentados e implementados para o mesmo sistema, no intuito de gerar as funções de custo futuro e compará-las.

## 1.1 Contribuições do Trabalho

Este trabalho apresenta uma revisão e comparação das metodologias PDE e PDDE. Foram desenvolvidos os algoritmos de ambas as técnicas, implementados através do software Matlab, para delinear a função de custo futuro para um sistema hidrotérmico pequeno, com apenas uma hidrelétrica. As funções geradas são comparadas, bem como o número de problemas de programação linear (PL) resolvidos por cada técnica, a fim de mostrar o esforço computacional empreendido nas duas formas de solução. A implementação destas técnicas pode assumir elevada complexidade devido ao número de usinas despachadas centralmente.

O objetivo deste trabalho foi mostrar a solução do problema de planejamento da operação pela PDE e pela PDDE de forma bem didática para plena compreensão do problema por aqueles que se interessem em iniciar um estudo do tema.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

O trabalho está dividido em 6 capítulos. O capítulo 1 apresenta a introdução deste trabalho, abordando sua contextualização, contribuição e objetivos.

No capítulo 2 é apresentado o sistema hidrotérmico proposto para o estudo, abordando os cálculos de seus principais parâmetros.

No capítulo 3 modela-se as equações para o problema de otimização do custo de operação do sistema hidrotérmico apresentado.

O capítulo 4 apresenta as metodologias PDE e PDDE e exemplifica a solução por ambas do problema apresentado no capítulo anterior.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos da implementação dos algoritmos da PDE e da PDDE para diferentes dados de entrada no problema.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do desenvolvimento do presente trabalho.

## Capítulo 2

### APRESENTAÇÃO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO EM ESTUDO

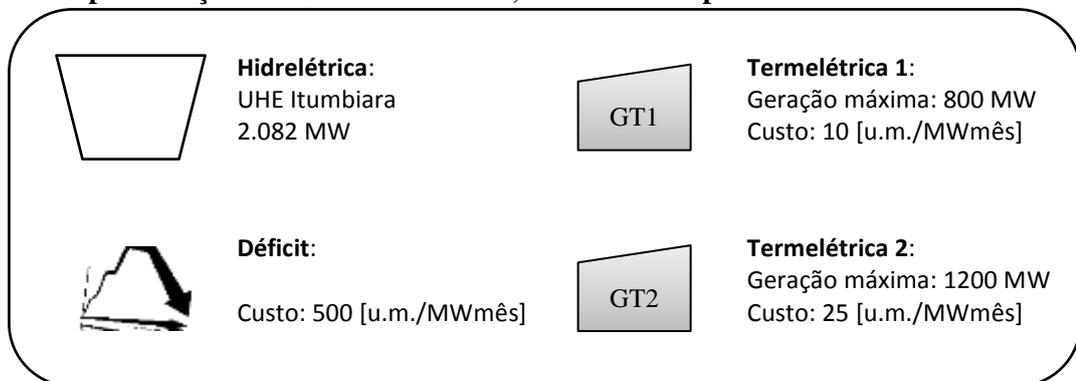
Neste capítulo será apresentado o sistema hidrotérmico escolhido para o estudo, bem como os principais parâmetros pertinentes à solução pelas metodologias propostas.

#### 2.1 Descrição do sistema em estudo

O sistema em estudo é composto por uma única usina hidrelétrica, duas usinas termelétricas e uma usina fictícia, chamada déficit, que representa um corte na carga demandada, devido a condições hidrológicas desfavoráveis, associadas ao baixo volume de reservatório e insuficiência de suprimento por parte das termelétricas.

A Figura 4 ilustra o sistema em estudo. A hidrelétrica escolhida para a realização dos estudos aqui apresentados foi a UHE Itumbiara, cujos principais parâmetros de interesse serão apresentados e explicados na seção 2.2 deste trabalho.

**Figura 4: Representação do sistema em estudo, associado aos parâmetros básicos das usinas**



Fonte: Elaborada pela própria autora

Na Figura 4, as usinas termelétricas são representadas com sua capacidade de geração máxima e o custo por unidade de energia gerada. Para o déficit, apresenta-se o custo por corte de uma unidade de energia.

A carga definida para esse sistema foi de 2.295,0 MW, um pouco acima da potência instalada da hidrelétrica escolhida, que é 2.082,0 MW.

## 2.2 Parâmetros da usina hidrelétrica do sistema

O ONS disponibiliza parâmetros pertinentes ao estudo de planejamento da operação de todas as usinas hidrelétricas conectadas ao Sistema Interligado Nacional – SIN, bem como daquelas que serão ainda conectadas, dentro de um determinado horizonte de tempo. Esses parâmetros estão disponíveis dentro da planilha Hidr.xls, no conjunto de dados intitulado Inventário de Dados Técnicos de Aproveitamentos Hidroelétricos, no site da ONS (ONS, 2015).

Abaixo, seguem a Tabela 1 e a Tabela 2 que mostram esses parâmetros para a UHE de Itumbiara. Os parâmetros têm apresentados, da primeira à última linha das tabelas: seu nome, unidade de medida, sigla e valor. As siglas apresentadas serão utilizadas neste trabalho.

**Tabela 1: Parâmetros do reservatório da usina de UHE Itumbiara**

Posto	Volume máximo	Volume mínimo	Cota média do canal de fuga	Produtibilidade específica	Vazão mínima
	[hm <sup>3</sup> ]	[hm <sup>3</sup> ]	[m]	[MW/m <sup>3</sup> /s/m]	[m <sup>3</sup> /s]
31	V <sub>MÁX</sub>	V <sub>MÍN</sub>	Cf <sub>MÉD</sub>	ρ <sub>ESP</sub>	Q <sub>MÍN</sub>
	17027	4573	435.6	0.0088	261

Fonte: Elaborada pela própria autora

**Tabela 2: Parâmetros sobre o conjunto de máquinas da UHE Itumbiara**

Perda hidráulica	Número de conjuntos	Número de máquinas por conjunto	Potência efetiva do conjunto	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Programada
[%]	[unidade]	[unidade]	[MW]	[%]	[%]
CPHID	N <sub>CONJ</sub>	N <sub>MQCONJ</sub>	P <sub>EFCONJ</sub>	TEIF	IP
1,2	1	6	380	2,92	12,12

Fonte: Elaborada pela própria autora

A seguir, serão apresentados os dados calculados a partir dos parâmetros mostrados na Tabela 1 e na Tabela 2, necessários ao cálculo da função de custo futuro.

### 2.2.1 Volume útil

O volume útil da usina ( $V_{UTIL}$ ), dado em hm<sup>3</sup>, é definido como a diferença entre o total (volume máximo -  $V_{MÁX}$ ) e a menor quantidade de água que pode ser armazenada neste

reservatório, que ainda assim preserve a capacidade de geração da usina (volume mínimo ou volume morto -  $V_{MÍN}$ ):

$$V_{\acute{U}TIL} = V_{M\acute{A}X} - V_{M\acute{I}N} \quad (2.1)$$

O volume útil representa o volume que, de fato, está disponível para realizar trabalho mecânico em uma usina. Para a UHE Itumbiara,  $V_{\acute{U}TIL} = 12454 \text{ hm}^3$ .

### 2.2.2 Volume médio

O volume médio ( $V_{M\acute{E}D}$ ), dado em  $\text{hm}^3$ , é definido como o armazenamento correspondente a 65% do volume útil do reservatório, acima do volume morto ( $V_{M\acute{I}N}$ ):

$$V_{M\acute{E}D} = 0,65 V_{\acute{U}TIL} + V_{M\acute{I}N} \quad (2.2)$$

Este valor é importante para o cálculo dos próximos valores médios e para a UHE Itumbiara resultou em  $12668 \text{ hm}^3$ .

### 2.2.3 Cota média do reservatório

A cota é definida como a distância vertical medida entre a superfície de água do reservatório e um plano arbitrário, sendo este plano, no caso de estudos hidrológicos, o nível médio do mar.

A cota média ( $C_{M\acute{E}D}$ ), dada em metros, é a cota associada ao volume médio do reservatório. A planilha Hidr.xls disponibiliza coeficientes (PCV(0), PCV(1), PCV(2), PCV(3), PCV(4)) de uma função polinomial de 4º grau, chamada polinômio cota-volume (PCV), que permite o cálculo da cota da superfície do reservatório, a partir de seu volume, como mostra a Equação (2.3):

$$C_{M\acute{E}D} = PCV(0).V_{M\acute{E}D}^0 + PCV(1).V_{M\acute{E}D}^1 + PCV(2).V_{M\acute{E}D}^2 + PCV(3).V_{M\acute{E}D}^3 + PCV(4).V_{M\acute{E}D}^4 \quad (2.3)$$

A cota média da UHE Itumbiara é de  $513,7 \text{ m}$ .

### 2.2.4 Perdas hidráulicas

Também chamadas de perdas de carga ( $CPHID$ ), representam as perdas de energia associadas à passagem da água pelas tubulações, no caminho entre reservatório e a turbina.

O valor das perdas são dados diretamente pela planilha Hidr.xls e sua unidade de medida é dada pelo campo “Tipo perdas”, da mesma planilha. Se esse campo estiver preenchido com 1, a perda representa um percentual da altura bruta de queda e se o campo estiver preenchido com 2, as perdas são valores absolutos, dados em MW.

### 2.2.5 Altura média de queda da usina:

Com os valores de cotas médias do reservatório (2.3) e do canal de fuga e das perdas hidráulicas da usina (Tabela 1), é possível calcular a altura de queda média disponível para geração de energia, como mostra a Equação (2.4), específica para perdas apresentadas em valores percentuais. O valor encontrado para a UHE Itumbiara foi de 77,16m.

$$H_{MÉD} = (C_{MÉD} - C_{f_{MÉD}}) \cdot \left(1 - \frac{CP_{HID}}{100}\right) \quad (2.4)$$

### 2.2.6 Produtibilidade média

A produtibilidade ( $\rho$ ) de uma usina possibilita calcular a potência gerada em função da vazão, como mostra sua unidade de medida  $\left[\frac{MW}{m^3/s}\right]$ . É calculada pelo produto entre a produtibilidade específica da usina ( $\rho_{ESP}$  - Tabela 1) e a altura de queda média, calculada pela Equação (2.4):

$$\rho_{MED, m^3/s} = \rho_{ESP} \cdot H_{MÉD} \quad (2.5)$$

A Equação (2.5) calcula a produtibilidade média ( $\rho_{MED, m^3/s}$ ), que se baseia na altura média do reservatório. Nota-se que, se a altura de queda do reservatório varia, a potência resultante pode ser maior ou menor, em consequência dessa variação. O uso da altura média foi uma simplificação adotada. Para uma solução mais acurada, utiliza-se parábolas de correção que visam alterar a geração hidrelétrica durante a simulação da operação, em função de variações do volume armazenado. (SOUZA, *et al.*, 2014, p. 47-49)

O resultado da Equação (2.5) é dado em  $\left[\frac{MW}{m^3/s}\right]$ . Entretanto, é de interesse da solução do problema em estudo obter a produtibilidade em função do volume mensal que passa pela turbina (em hm<sup>3</sup>), e não em função da vazão (m<sup>3</sup>/s). Para tal deve-se converter o tempo de um mês em segundos (2.6):

$$1 [\text{mês}] = 30\text{dias} \cdot 24\text{h} \cdot 60\text{min} \cdot 60\text{s} = 2592000 [\text{s}] \quad (2.6)$$

e multiplicar o denominador da produtibilidade por esse valor, suprimindo a unidade de tempo da vazão, como dado por (2.7):

$$\frac{MW}{\left[\frac{m^3}{s}\right]} \left[\frac{1}{1[\text{mês}]}\right] = \frac{MW}{\left[\frac{m^3}{s}\right]} \left[\frac{1}{2592000 [\text{s}]}\right] = \frac{MW_{\text{mês}}}{[m^3]} \left[\frac{1}{2592000}\right] \quad (2.7)$$

Normalmente os valores de volume para usinas são trabalhados na unidade de  $\text{hm}^3$ . Assim, o denominador também deve ser multiplicado por  $10^{-6}$ , para converter  $[m^3]$  em  $[\text{hm}^3]$ . No final, a produtibilidade será dada em  $\left[\frac{MW_{\text{mês}}}{\text{hm}^3}\right]$ , e significará o valor médio de potência gerada pela quantidade de água que foi turbinada em um mês:

$$\frac{MW_{\text{mês}}}{[m^3]} \left[\frac{1}{2592000}\right] = \frac{MW_{\text{mês}}}{[\text{hm}^3]} \left[\frac{1}{2592000 \cdot 10^{-6}}\right] = \frac{MW_{\text{mês}}}{[\text{hm}^3]} \left[\frac{1}{2,592}\right]$$

A razão  $\left[\frac{1}{2,592}\right]$  é o fator responsável pela conversão desejada e será representado por  $F_{QV}$ . Logo,

$$F_{QV} = \frac{1}{2,592} \quad (2.8)$$

e a produtibilidade em  $[\text{MW}/\text{hm}^3/\text{mês}]$  é dada por (2.9):

$$\rho_{MED, \text{hm}^3} = F_{QV} \cdot \rho_{MED, m^3/s} \quad (2.9)$$

É importante observar que no caso da utilização em problemas de planejamento de médio prazo, como a utilização da produtibilidade pressupõe um mesmo turbinamento médio constante ao longo do mês, a produtibilidade vezes o volume turbinado (ou vazão turbinada média) resultada na energia que a usina entrega para o sistema em  $[\text{MW} \cdot \text{mês}]$ . Para Itumbiara, encontrou-se  $\rho_{MED, \text{hm}^3} = 0,2628 \left[\frac{MW_{\text{mês}}}{\text{hm}^3}\right]$ .

### 2.2.7 Volume turbinável máximo

O volume turbinável máximo ( $V_{t, M\acute{A}X}$ ) é o limite mensal de volume que pode passar pela turbina para gerar eletricidade. Seu valor é função da potência instalada total da usina ( $P_{INST}$ ), das taxas de indisponibilidades forçada ( $TEIFH$ ) e programada ( $IPH$ ), como mostra a

Equação (2.10). Foi encontrado o valor de  $7400,6 \text{ hm}^3$ , como volume turbinável máximo de Itumbiara.

$$V_{t,MÁX} = \frac{P_{INST} \cdot \left(1 - \frac{TEIFH}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{IPH}{100}\right)}{\rho_{MÉD}} \quad (2.10)$$

## 2.2.8 Séries históricas de vazões

Para simular os cenários de afluições do reservatório da UHE de Itumbiara, foi adotado o histórico de vazões naturais para essa usina. A vazão natural é a vazão que ocorreria em uma seção do rio, se não houvesse as ações antrópicas na sua bacia contribuinte — tais como regularizações de vazões realizadas por reservatórios, desvios de água, evaporações em reservatórios e usos consuntivos (irrigação, criação animal e abastecimentos urbano, rural e industrial). A vazão natural é obtida por meio de um processo de reconstituição, que considera a vazão observada no local e as informações relativas às ações antrópicas na bacia (ONS, 2015).

Esse histórico é disponibilizado no site da ONS, através de uma planilha nomeada *Vazões\_Mensais\_1931\_2013.xls*. Essa planilha mostra, para cada usina conectada ao SIN e identificada por seu posto (Tabela 1), os valores das médias mensais e anuais das vazões naturais que fluíram pelos reservatórios de 1931 a 2013. A Tabela 3 mostra uma pequena parte do histórico para a usina em estudo, mostrando as vazões médias mensais (em  $\text{m}^3/\text{s}$ ) de 1931 a 1940. A última coluna mostra as médias anuais.

**Tabela 3: Vazões médias mensais e anuais (última coluna) para a UHE Itumbiara. Dados de 1931 a 1940**

ITUMBIARA (31)													
ANO	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	MED
1931	3082	4758	5334	4055	2261	1460	1333	1156	1115	1150	1216	1585	2375
1932	2984	3530	2685	1886	1301	1183	1005	776	619	921	1189	2338	1701
1933	4505	3706	2672	2450	1584	1219	1091	839	767	908	1061	2081	1907
1934	2590	1906	1944	1548	1163	668	574	468	529	683	615	764	1121
1935	3299	3768	3383	3613	2195	1336	983	859	491	710	869	1471	1915
1936	1513	975	2857	2035	1255	850	768	582	491	513	695	1134	1139
1937	2023	699	1242	1535	1029	915	679	523	469	661	1308	2244	1111
1938	2679	1820	1882	1466	885	756	714	510	421	480	711	1911	1186
1939	2852	2981	1310	1107	961	809	601	533	426	477	901	1100	1172
1940	1967	3251	3127	1571	1234	919	713	538	431	517	1500	1315	1424

Fonte: (ONS, 2015)

O histórico apresenta valores de vazões em m<sup>3</sup>/s. Foi necessário calcular, a partir desse valores, o volume mensal correspondente, apenas multiplicando-o pelo fator (2.8). Os valores em hm<sup>3</sup> são representados pelo símbolo AFL ao longo deste trabalho.

## Capítulo 3

### MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema objeto de estudo deste trabalho consiste em construir a Função de Custo Futuro (FCF) que permite encontrar o menor valor esperado para o custo de operação em função do volume armazenado no reservatório, considerando o despacho de usinas do sistema hidrotérmico apresentado no capítulo 2. A função de custo futuro é calculada para cada estágio do horizonte de planejamento considerado, constituído de estágios mensais.

O presente capítulo apresenta a modelagem das equações envolvidas na minimização do custo do horizonte de planejamento considerado.

#### 3.1.1 A função objetivo - FOB

O custo de operação desse sistema é um problema de múltiplos estágios, uma vez que o horizonte de planejamento envolve vários meses e, como tal, pode ser modelado como a soma de duas parcelas:

$$C = c_1 \cdot x_1 + \alpha(x_1) \quad (3.1)$$

sendo  $C$  o custo total do horizonte de planejamento, o primeiro termo  $c_1 x_1$ , definido como custo imediato (CI) de operação, ou custo do primeiro estágio, e o segundo, o custo futuro (CF), associado à decisão que acabou de ser tomada ( $x_1$ ).

O custo imediato é composto pelo custo de operação das térmicas, adicionado ao custo de déficit, já que a hidrelétrica é considerada como de custo zero de operação. Logo, esse termo pode ser reescrito da seguinte forma:

$$CI = \$_{gt1} \cdot gt_1 + \$_{gt2} \cdot gt_2 + \$_{def} \cdot def \quad (3.2)$$

Onde:

$gt_1$ : Geração da térmica 1 (MWmês);

$def$ : Diferença entre a energia mensal

$\$_{gt1}$ : Custo da geração térmica 1 (u.m./MWmês);

$gt_2$ : Geração da térmica 2 (MWmês);

descrito no capítulo 2 gerou no mesmo mês;

$\$_{gt2}$ : Custo da geração térmica 1 (u.m./MWmês);

$\$_{def}$ : Custo de corte de cargas (u.m./MWmês)

Com a decisão associada ao custo imediato, chega-se ao final do primeiro estágio com um dado volume no reservatório. A parcela do custo  $\alpha(x_1)$  representa o valor esperado do custo futuro, que pode ser traduzido como o valor esperado dos custos de operação nos estágios seguintes devido à decisão  $x_1$ , levando em consideração as possibilidades de afluência do futuro.

### 3.1.2 Restrições de igualdade | Atendimento à demanda

A tentativa de minimizar o custo do horizonte de planejamento deve respeitar o atendimento à demanda exigida pelo mercado, isto é, a soma dos montantes de geração hidrelétrica, representado pelo produto entre o volume turbinado e a produtibilidade equivalente da usina ( $\rho_{EQ} \cdot v_t$ ), de geração das duas térmicas ( $gt_1$  e  $gt_2$ ) e de déficit ( $def$ ) deve ser igual à carga solicitada pelo mercado ( $CARGA$ ), como mostra (3.3):

$$\rho_{EQ} \cdot v_t + gt_1 + gt_2 + def = CARGA \quad (3.3)$$

### 3.1.3 Restrições de igualdade | Balanço hídrico do reservatório

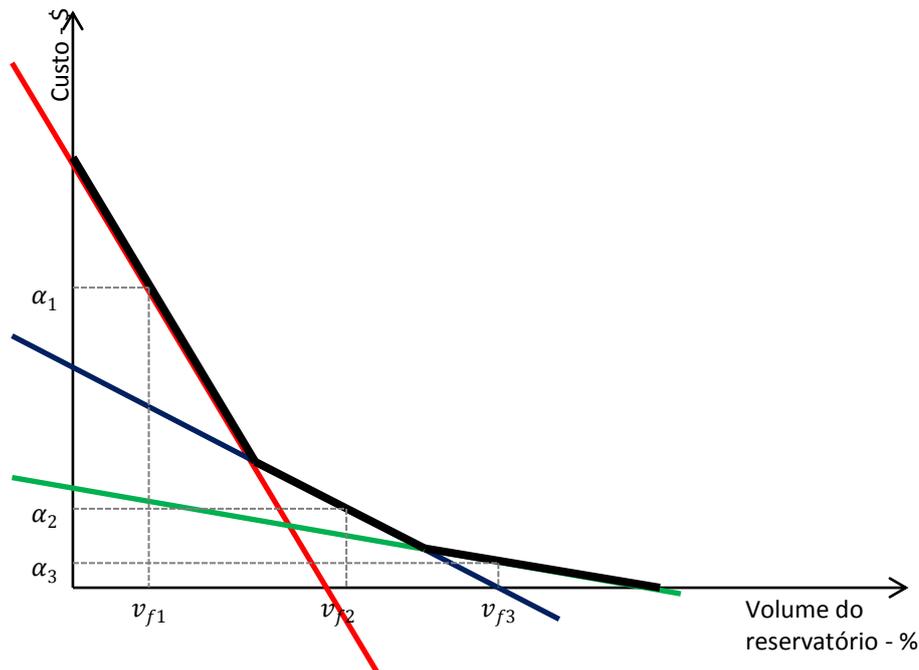
A tentativa de minimizar o custo deve ainda respeitar o balanço hídrico da usina, como mostra a Equação (3.4): o volume do final do mês no reservatório ( $v_f$ ) deve ser igual à soma do volume inicial do reservatório (VI) com volume de entrada (AFL - afluência), subtraída do volume que sai do reservatório, representado pela soma dos volumes turbinado ( $v_t$ ) e vertido ( $v_v$ ).

$$\begin{aligned} v_f &= VI + AFL - (v_t + v_v) \rightarrow \\ &\rightarrow v_f + v_t + v_v = VI + AFL \end{aligned} \quad (3.4)$$

### 3.1.4 Inequações | A função de custo futuro

A função de custo futuro pode ser representada por uma função linear por partes. Assim, uma forma de inseri-la como restrição de um problema de otimização é utilizar várias restrições de desigualdade, sendo que cada uma delas representará um corte (parte linear) da FCF, como mostra a Figura 5:

Figura 5: Cortes de Benders e formação da FCF



Na Figura 5, cada corte colorido (vermelho, azul ou verde), representa uma restrição de desigualdade. Cada restrição constitui uma função linear de primeiro grau, representando o custo futuro ( $\alpha$ ) em função do volume final deixado no estágio anterior no reservatório ( $v_f$ ), como mostrado em (3.5). A variável  $\pi$  representa o multiplicador de Lagrange<sup>3</sup> médio da restrição de balanço hídrico e mostra o comportamento da FOB em relação à variação de uma unidade de volume do reservatório, isto é, mostra como o custo total reage à decisão de turbinar ou não uma unidade a mais (ou a menos) de volume do reservatório, constituindo portanto, um parâmetro de grande importância para a montagem da FCF. A variável  $b$  representa o termo independente da função de primeiro grau.

$$\alpha \geq \pi v_f + b \quad (3.5)$$

Cada corte apresentado pela Figura 5 é representado por uma restrição como a (3.5). O conjunto de todos os cortes constitui as restrições de desigualdade do problema. Como a FOB

<sup>3</sup> Neste caso,  $\pi$  é o multiplicador de Lagrange associado à equação de balanço hídrico.

tem o objetivo de minimizar o custo e as restrições são do tipo  $\geq$ , a solução estará na envoltória das restrições apresentadas, formando a curva destacada em preto, da Figura 5, assim como era desejado.

### 3.1.5 Formulação completa do problema

As equações (3.3), (3.4) e (3.5) constituem restrições da função objetivo apresentada. O problema de otimização completo de cada estágio é dado por:

$$\begin{aligned}
 \text{Mín} \quad & \$_{gt1} \cdot gt_1 + \$_{gt2} \cdot gt_2 + \$_{def} \cdot def + \alpha & (3.6) \\
 \text{s. a. :} \quad & \\
 & \rho_{EQ} \cdot v_t + gt_1 + gt_2 + def = CARGA \\
 & v_f + v_t + v_v = VI + AFL \\
 & \alpha_1 \geq \pi_1 v_{f1} + b_1 \\
 & \alpha_2 \geq \pi_2 v_{f2} + b_2 \\
 & \vdots \\
 & \alpha_{ncortes} \geq \pi_{ncortes} v_{f,ncortes} + b_{ncortes} \\
 \\ 
 & 0 \leq gt1 \leq 800 & 0 \leq v_v \leq \infty & 0 \leq \alpha \leq \infty \\
 & 0 \leq gt2 \leq 1200 & V_{MÍN} \leq v_f \leq V_{MÁX} \\
 & 0 \leq v_t \leq V_{t,MÁX} & 0 \leq def \leq \infty
 \end{aligned}$$

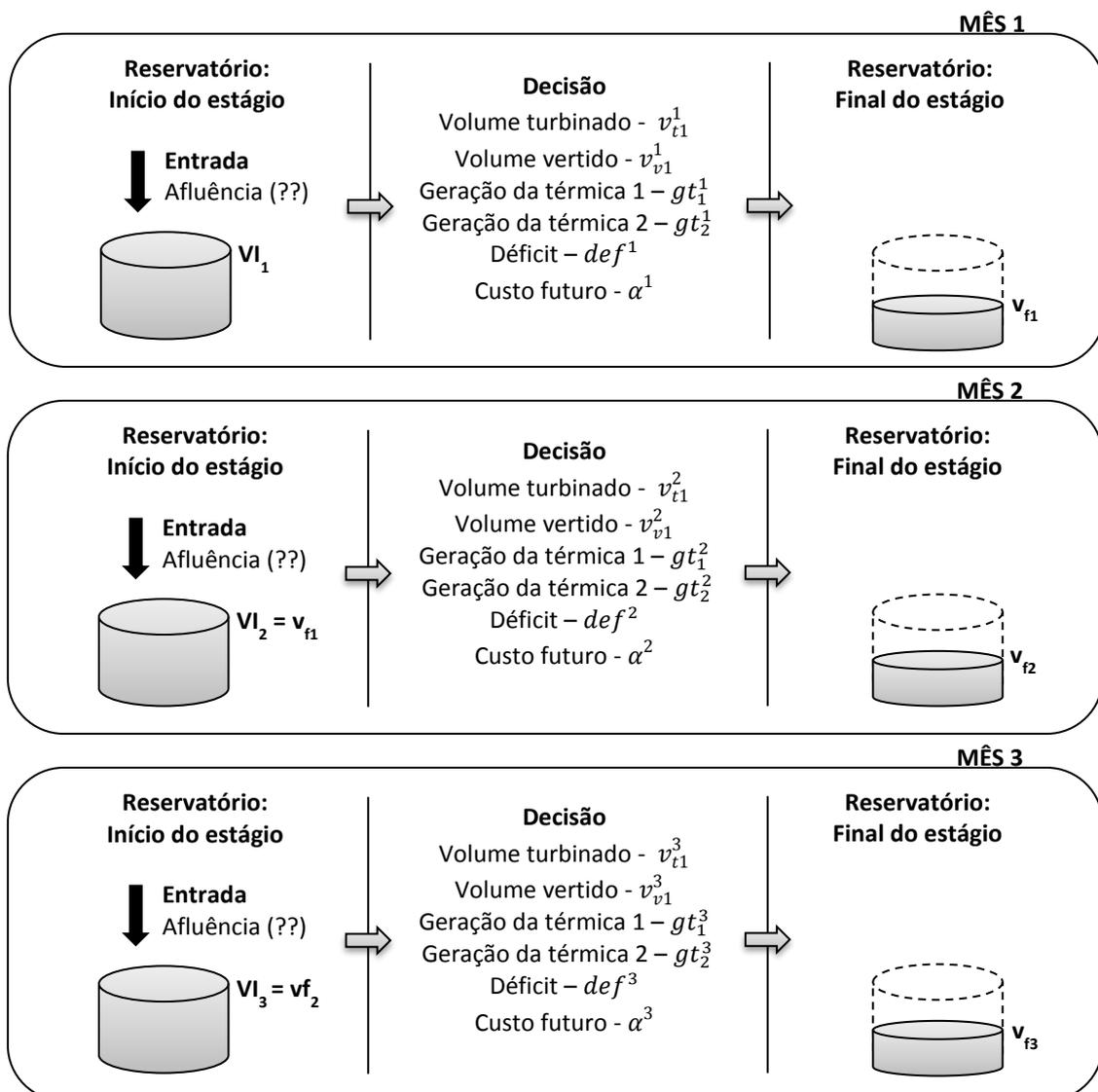
Sendo as últimas restrições de desigualdade, os limites inferior e superior das variáveis presentes, e, no conjunto de restrições de desigualdade que representam a FCF,  $ncortes$  representa o número total de cortes da função de custo futuro para dado estágio do problema.

## Capítulo 4

### APRESENTAÇÃO DAS METODOLOGIAS PDE E PDDE

O planejamento da operação energética de médio prazo auxilia o ONS na decisão do montante de geração hidrelétrica que será despachado mensalmente, através da função de custo futuro, fruto da solução do problema apresentado em (3.6). Por exemplo, para um horizonte de planejamento de 3 meses para o sistema apresentado no capítulo 2, a Figura 6 mostra o processo de decisão:

Figura 6: Processo de decisão para um problema de otimização de 3 estágios.



Na Figura 6, no primeiro mês, o volume inicial do reservatório da usina é  $VI_1$ . A esse volume é somada a entrada de uma afluência, variável estocástica, que deve ser tratada como tal. A partir daí, respeitando-se as limitações operativas das usinas, decide-se qual parte desse volume será turbinada ( $v_{t1}^1$ ) e qual parte necessitará ser vertida ( $v_{v1}^1$ ) e quanto será necessário gerar a partir das termelétricas ( $gt_1^1, gt_2^1$ ), a fim de complementar a geração hídrica. Caso a soma dos montantes gerados pelas termelétricas e pela hidrelétrica seja inferior à carga demandada pelo mercado, será ainda necessário contabilizar uma parcela de déficit ( $def^1$ ). À decisão que acaba de ser tomada, que é baseada na FCF que foi calculada previamente para esse estágio, está associado um custo futuro ( $\alpha^1$ ), que representa o custo de se chegar ao próximo estágio com o volume ( $v_{f1}$ ) no reservatório, sendo esta última variável o estado final do reservatório para o primeiro estágio.

O segundo mês se inicia com o volume  $VI_2$  no reservatório, que é igual ao volume deixado no fim do primeiro mês ( $v_{f1}$ ). Novamente, o volume do segundo mês é alterado pela afluência (variável estocástica) e a decisão é tomada, resultando em um estado  $v_{f2}$  do reservatório, que será o volume inicial do último estágio. A análise do último estágio é análoga.

Nota-se as seguintes características no exemplo dado:

- O problema apresentado pode ser dividido, de maneira mais natural, em *estágios* temporais, representados pelos meses do período considerado, com a necessidade de se estabelecer uma decisão política a cada estágio;
- Cada estágio possui um conjunto de *estados* associados a ele, isto é, pode-se chegar a um estágio com qualquer volume no reservatório. Esse volume vai depender da decisão tomada e da afluência do mês;
- O efeito da decisão política (decisão de quanto volume turbinar) é transformar o estado do estágio atual em um estado do próximo estágio, isto é, a decisão do volume que será turbinado gera o volume final do reservatório em um mês, que corresponde ao volume inicial do próximo;
- Dado o estado atual, uma decisão ótima para os estágios restantes é independente da estratégia adotada nos estágios anteriores.

Segundo (LOESCH e HEIN, 2009), esse conjunto de informações sobre o problema o caracterizam como um problema passível de ser resolvido pela abordagem da Programação Dinâmica (PD). A metodologia utilizada na resolução de problemas de PD é resumida pelo princípio da otimalidade de Bellman (BELLMAN, 1962), que diz que, dado o estado atual, uma política ótima para os estágios restantes é independente da política adotada nos estágios anteriores. Esse princípio sugere que a solução do problema se inicie pelo último estágio, retrocedendo até alcançar o estágio inicial.

O fato de ter uma variável estocástica associada traz a necessidade de adotar um método de PD que garanta a correta abordagem dessa variável. Neste trabalho, a PDE e a PDDE são apresentadas e aplicadas nesse sentido.

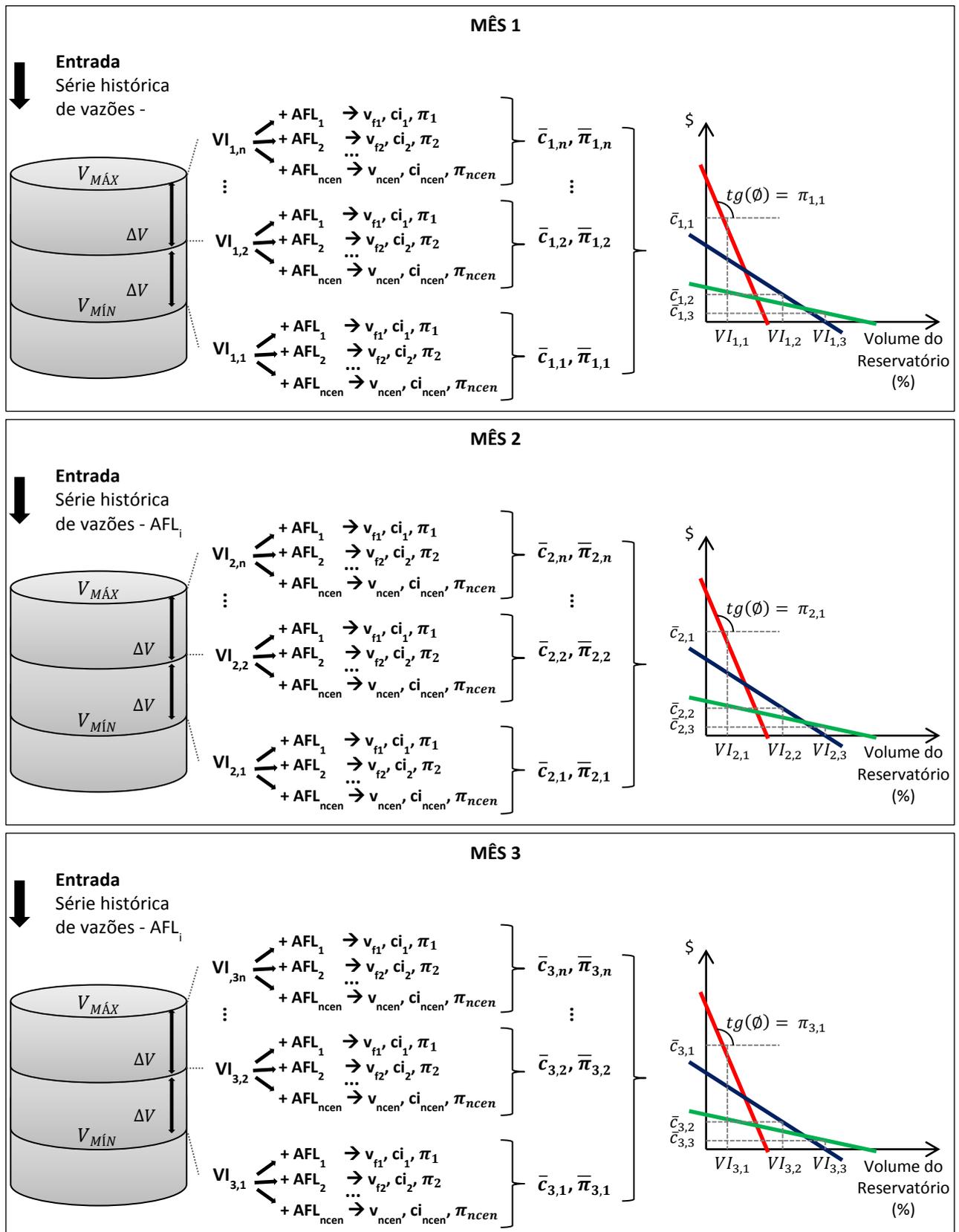
Este capítulo reúne uma breve revisão de ambas as metodologias (PDE e PDDE), apresentando as principais vantagens e desvantagens de cada uma delas. Após, segue-se a solução do problema apresentado pela Equação (3.6) para ambas as abordagens. Na solução apresentada, são adotados parâmetros de forma a deixar o problema simples de ser resolvido e, portanto, compreendido.

#### **4.1 Solução I – Programação Dinâmica Estocástica (PDE)**

A PDE apresenta características interessantes, como representar não-linearidades e considerar aspectos estocásticos do problema, contudo, tem um inconveniente, chamado pelos estudiosos da técnica de “maldição da dimensionalidade”. É necessário a discretização do espaço de estados e, quando o problema envolve mais de um reservatório, as discretizações de diferentes reservatórios devem ser combinadas entre si. Quanto maior o número de discretizações, maior o número de combinações a serem incorporadas na função de custo futuro gerada. Em contrapartida, um alto número de discretizações associado a várias usinas hidrelétricas demanda tempo computacional excessivo. Para resolver o problema da dimensionalidade, algumas metodologias sugerem a agregação de reservatórios, formando um sistema equivalente (MARCATO, 2002).

Para compreensão da solução de um problema por PDE, analise o esquema exposto na Figura 7.

Figura 7: Esquema da solução adotada pela PDE

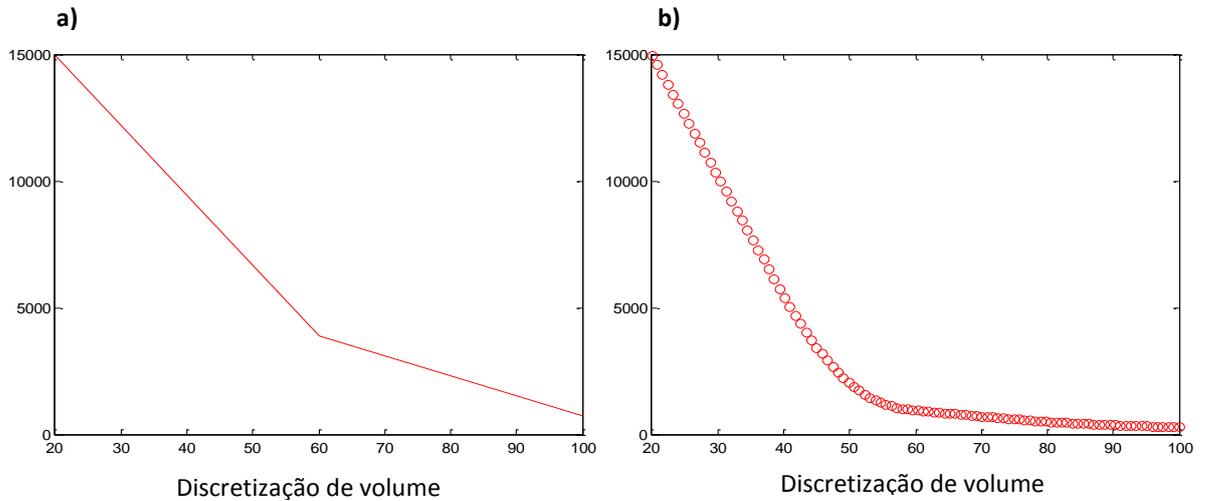


A Figura 7 mostra um esquema simplificado da solução do problema (3.6) por PDE. A variável  $\{AFL_i^j \mid i = 1, 2, \dots, n_{cen}; j = 1, 2, \dots, T\}$  representa o conjunto de cenários de afluências do histórico da série de vazões. O índice inferior ( $i$ ) indica o número da série. O histórico é constituído por 82 séries, isto é, são 82 anos (de 1931 a 2013) de dados armazenados de vazões. Assim,  $n_{cen} = 82$  se forem utilizadas todas as séries do histórico. Para a solução encontrada computacionalmente, nem todas as séries do histórico foram utilizadas e essa indicação será mais bem detalhada na seção 4.2.1 deste trabalho. O índice superior ( $j$ ) indica o estágio utilizado. Como foi apresentado, as médias do histórico são mensais e a variável  $T$  representa o número de estágios (meses) envolvidos no horizonte de planejamento.

Supondo um problema de 3 estágios ( $T = 3$ ), com  $n_{cen}$  cenários de afluências, como dito e representado pela figura, a solução começa pelo último mês, neste caso, pelo mês 3. A PDE resolve o problema apresentado a partir da discretização dos valores possíveis para a variável de estado, que neste caso é o volume do reservatório. Para tratar a estocasticidade do problema, cada um dos valores discretizados é otimizado para todos os cenários de afluências ( $n_{cen}$  cenários) considerados na solução do problema. O resultado para cada discretização constitui uma média das soluções encontradas para cada cenário.

O número de discretizações do problema ditará a precisão da solução encontrada. Por exemplo, a Figura 8 mostra a FCF obtida no primeiro estágio de um problema de PDE. O gráfico (a) mostra a função obtida para o total de 3 discretizações de volume e o (b), para 100 discretizações. A vantagem do maior número de discretizações fica óbvia na figura: a FCF é mais precisa, entretanto, aumenta muito o esforço computacional e, em consequência, o tempo de obtenção da resposta.

**Figura 8: Função de custo futuro no primeiro estágio de problema resolvido por PDE com a) 3 discretizações e b) 100 discretizações**



Com o número  $n$  de discretizações desejado, calcula-se as parcelas de volume ( $\Delta V$ ) que serão gradualmente somadas para a composição do volume inicial (VI) do reservatório, usado para a otimização, a partir do volume mínimo até o volume máximo. Essa variação será a razão entre o volume útil ( $V_{\acute{U}TIL}$ ) e o número definido de discretizações ( $n$ ), subtraído da unidade, como mostra a Equação (4.1):

$$\Delta V = \frac{V_{\acute{U}TIL}}{n - 1} \quad (4.1)$$

Iniciando a análise pelo volume mínimo, que corresponde ao valor discretizado ( $VI_{3,1}$ ) da Figura 7, esse valor é utilizado como dado de entrada do problema de PL (3.6), formando um par com cada uma das  $n_{cen}$  aflúências (AFL). No final do processo de otimização de cada par de entradas, para o mesmo  $VI_{3,1}$ , obtém-se um custo ótimo de despacho ( $ci$ ), o valor do multiplicador de Lagrange da restrição de balanço hídrico ( $\pi$ ) e o volume do reservatório resultante da decisão tomada ( $v_f$ ). O custo médio ( $\bar{c}_{3,1}$ ) de se chegar ao início do estágio 3 com o volume ( $VI_{3,1}$ ) é dado pela média dos custos obtidos por cada aflúência, como mostra (4.2):

$$\bar{c}_{3,1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{cen}} ci_i}{n_{cen}} \quad (4.2)$$

Associado ao custo médio, está o multiplicador médio de Lagrange ( $\bar{\pi}_{2,1}$ ), dado por:

$$\bar{\pi}_{3,1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{cen}} \pi_i}{n_{cen}} \quad (4.3)$$

Com os três parâmetros mostrados ( $VI_{3,1}$ ,  $\bar{c}_{3,1}$ ,  $\bar{\pi}_{3,1}$ ), há o suficiente para montar um corte da FCF do estágio 3, através da equação (3.5), que terá como única incógnita o termo independente  $b$ , que assim, pode ser calculado. Na Figura 7, supondo  $n = 3$ , o corte em vermelho representa o custo  $\bar{c}_{3,1}$  do estágio 3.

A seguir, são calculados o custo e o multiplicador de Lagrange para as demais discretizações de volume, aplicadas às afluências. Para passar para a próxima discretização, basta somar a primeira ( $VI_{3,1}$ ) com o  $\Delta V$  calculado, obtendo assim  $VI_{3,2}$ . Cada discretização gera um corte com os valores médios, como calculado acima, resultando em uma FCF com  $n$  cortes para o mês 3, com  $n = 3$ . Essa FCF vai compor o conjunto de restrições de desigualdade na solução de cada problema de PL do mês 2, como mostrado na seção 3.1.4.

A solução do problema do segundo estágio é análoga ao do último, mostrado acima: otimiza-se as discretizações de volume para todos os valores de afluência. O diferencial está na adição do conjunto de restrições de desigualdade que representam a FCF do estágio 3. Assim, há de se concluir que o problema de otimização é mais complexo no segundo estágio, pois além de calcular o melhor custo imediato do despacho, representado pelo custo de acionamento das termelétricas, deve também considerar, através das restrições, qual o custo futuro de se chegar ao estágio 3 com o volume decidido ( $v_f$ ). A decisão é tomada pelo mínimo custo total.

O resultado do segundo estágio é uma FCF que apresenta cortes que mostram o custo do restante do horizonte de planejamento de se chegar ao estágio 2 com determinado volume. Essa nova FCF é utilizada como restrição para o primeiro estágio que, uma vez solucionado, produz a FCF que contempla todo o horizonte de planejamento, que neste caso, é de 3 meses. Com a FCF associada ao primeiro estágio é possível conhecer o valor esperado do custo de operação do sistema, uma vez que o volume inicial é conhecido.

A seguir, será apresentado o algoritmo da PDE, para solução computacional do problema (3.6).

### 4.1.1 Algoritmo PDE

Para a solução computacional do problema de otimização apresentado pela Equação (3.6), inicialmente é importante convertê-lo para a forma matricial, como mostrado abaixo:

Produto entre coeficientes da FOB e variáveis de decisão:

$$\underbrace{[0 \ 0 \ 0,01 \ \$_{gt1} \ \$_{gt2} \ \$_{def} \ 1]}_c \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} v_f \\ v_t \\ v_v \\ gt_1 \\ gt_2 \\ def \\ \alpha \end{bmatrix}}_x$$

Restrições de igualdade:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot x = \begin{bmatrix} VI + AFL \\ CARGA \end{bmatrix}$$

Restrições de desigualdade:

$$\begin{bmatrix} \pi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \pi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ & & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & & \\ \pi_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot x \leq \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -b_n \end{bmatrix}$$

Limites inferiores:

$$[V_{MÍN} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Limites superiores:

$$[V_{MÁX} \ V_{t,MÁX} \ \infty \ 800 \ 1200 \ \infty \ \infty]$$

Nota-se que o vetor ( $c$ ) da FOB atribui o coeficiente 0,01 para o volume vertido ( $v_v$ ). Esse valor foi atribuído como penalidade ao vertimento, para que o otimizador “entenda” que vertimento significa desperdício, consistindo em uma técnica para melhorar a solução computacional. Ao calcular o valor do custo do horizonte de planejamento, é importante anular esse coeficiente do colume vertido.

Supondo um horizonte de tempo composto por  $T$  estágios, com um número  $n$  de discretizações desejadas e um  $\Delta V$  previamente calculado, segue-se o desenvolvimento da solução computacional por PDE:

1. Para cada estágio  $i$ , com  $i=T, T-1, \dots, 1$ , faça:
  2. Atribua à variável de volume inicial ( $VI$ ) o volume máximo do reservatório.
  3. Para cada discretização de volume  $j$ , com  $j = 1, 2, \dots, n$ , faça:
    4. Para cada cenário de aflúências  $k$ , com  $k = 1, 2, \dots, n_{cen}$ , faça:
      5. Resolva o problema de PL (3.6);
      6. Calcule o somatório dos custos ótimos encontrados, na variável  $\bar{c}$ ;
      7. Calcule o somatório do multiplicador de Lagrange ótimo encontrado, na variável  $\bar{\pi}$ ;
    8. Calcule as médias dos somatórios calculados em  $\bar{c}$  e  $\bar{\pi}$ , para a discretização, e armazene em um vetor;
    9. Armazene o valor da discretização em um vetor;
    10. Decresça o volume inicial ( $VI$ ) de  $\Delta V$ , para dar início à nova discretização;
11. Armazene os dados da FCF calculada para o estágio  $i$ .
12. Plote o vetor  $\bar{c}$  em função do vetor com os volumes iniciais. Essa será a FCF do estágio  $i$ .

## 4.2 Solução II – Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

A PDDE é uma alternativa à PDE que é vantajosa no sentido de reduzir o esforço computacional de sistemas constituídos de um grande número de hidrelétricas ou reservatórios equivalentes. Essa metodologia se baseia no princípio de decomposição de Benders, que é uma técnica de relaxação utilizada em problemas de grandes dimensões. Com a PDDE não é necessário discretizar o espaço de estados, a solução é obtida através de um processo iterativo que continuamente refina a função de custo futuro. Entretanto, a técnica exige convexidade do problema.

A PDDE é atualmente a metodologia oficial para o cálculo do planejamento da operação em sistemas hidrotérmicos (SOUZA, *et al.*, 2014).

A abordagem da PDDE considera um conjunto de séries, chamadas *forwards*, a partir de conjuntos amostrais de afluições, chamados de aberturas.

As aberturas compõem um conjunto de vazões sorteadas do histórico (diferentes anos são sorteados, por estágio do horizonte de planejamento. Para determinado horizonte de planejamento, há uma matriz de aberturas associada, que tem o número de linhas igual ao número de estágios desse horizonte e o número de colunas igual ao número de vazões sorteadas por estágio. As séries *forward* são caminhos aleatórios percorridos pelos estágios da matriz de aberturas.

Essa abordagem de sorteio de aberturas e *forwards*, considerando eventos independentes, foi adotada neste trabalho a fim de simular, de forma simplificada, o processo hidrológico natural, onde a natureza “sorteia” a vazão que ocorrerá mensalmente em um reservatório, compondo um cenário de afluições para o período considerado. Nota-se, que esta não é a melhor abordagem adotada para a solução do problema real do planejamento, uma vez que na natureza, a vazão que ocorreu em determinado mês, está relacionada, de certa forma, às vazões dos meses anteriores. O modelo utilizado pode sortear, para um mês, uma vazão característica de um mês seco e, para o mês subsequente, uma vazão característica de um ano úmido, ignorando a tendência hidrológica natural.

Para a consideração da tendência hidrológica no modelo, há abordagens capazes de produzir séries sintéticas de afluições, diferentes das séries históricas, mas igualmente

possíveis. O modelo autorregressivo periódico PAR(p), por exemplo, calcula as afluições do estágio atual em função de vários estágios anteriores, representando melhor o processo natural. (PENNA, 2009).

A seguir, serão apresentados os passos envolvidos na solução deste problema por PDDE. Para auxiliar na compreensão da metodologia, toda a solução será baseada no problema de 3 estágios, da Figura 9.

**Figura 9: Problema base, composto por 3 estágios, para exemplificação de solução por PDDE.**

<p><b>1º Estágio - Abril</b></p> <p><math>Vf_1=?</math></p>
<p><b>2º Estágio - Maio</b></p> <p><math>Vf_2=?</math></p>
<p><b>3º Estágio - Junho</b></p> <p><math>Vf_3=?</math></p>

#### 4.2.1 Sorteio de aberturas e *forwards*

O primeiro passo da solução por PDDE consiste no sorteio das aberturas e das séries *forwards*. A ideia do sorteio de aberturas e *forwards* é representar o grande conjunto de afluições presente no histórico de vazões através de um número  $n_{fw}$  de séries, que seja grande o suficiente para que as séries sejam consideradas equiprováveis, quando o sorteio é feito de forma livre, sem restringir séries repetidas.

Considere a realização do sorteio para a solução do problema da Figura 9. O primeiro passo consiste em definir o número de aberturas ( $n_{abt}$ ) e o número de *forwards* ( $n_{fw}$ ) utilizados. Neste exemplo, para facilitar a compreensão da metodologia, adotou-se que a solução será baseada em  $n_{abt} = 2$  aberturas e  $n_{fw} = 10$  *forwards*. Para compor as aberturas, sorteia-se  $n_{abt}$  valores dentre as afluições que compõem a série histórica de vazões. São sorteadas  $n_{abt}$  aberturas por estágio do problema, obtendo-se os resultados expostos na Tabela 4, com as vazões já convertidas em volumes mensais ( $\text{hm}^3$ ):

**Tabela 4: Aberturas sorteadas das séries históricas de vazão**

Estágio	Mês/Ano	
	Volume mensal do histórico [hm <sup>3</sup> ]	
	Abertura 1	Abertura 2
1	<b>Abr/1979</b>	<b>Abr/1983</b>
	6052,32	9577,44
2	<b>Mai/1931</b>	<b>Mai/1959</b>
	4598,208	3071,52
3	<b>Jun/2007</b>	<b>Jun/1933</b>
	2786,4	3159,648

Fonte: Elaborada pela própria autora.

Na Tabela 4, para o estágio 1 do problema, que corresponde ao mês de Abril, foram sorteadas as vazões correspondentes ao mesmo mês dos anos de 1979 e 1983. Logo abaixo da data estão os volumes mensais correspondentes. O mesmo ocorre para os outros 2 estágios.

Com o conjunto de aberturas sorteadas, sorteia-se  $n_{fw}$  caminhos diferentes dentre as aberturas apresentadas, do 1º ao 3º estágio do problema, como exposto na tabela “Séries forwards”, apresentada na Figura 10. Ainda nesta figura, a título de exemplo, mostra-se o caminho traçado pela série sorteadada de número 2, na tabela de aberturas: a série 2 indica o caminho 2-1-2, representado por cores diferentes, para cada estágio. Esse caminho é marcado na tabela de abertura à esquerda da figura, com as mesmas cores e têm seus volumes descritos na pequena tabela da parte inferior à direita.

**Figura 10: Tabela com de séries e aberturas sorteadas. Destaque do caminho traçado na série 2.**

Aberturas			Séries forwards										
Estágio	Mês/Ano Vazão do histórico [hm <sup>3</sup> ]		Estágio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Abertura 1	Abertura 2											
1	<b>Abr/1979</b> 6052,32	<b>Abr/1983</b> 9577,44	1	2	2	2	1	1	1	2	1	2	1
	<b>Mai/1931</b> 4598,208	<b>Mai/1959</b> 3071,52	2	2	1	2	2	2	2	1	2	1	1
3	<b>Jun/2007</b> 2786,4	<b>Jun/1933</b> 3159,648	3	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1

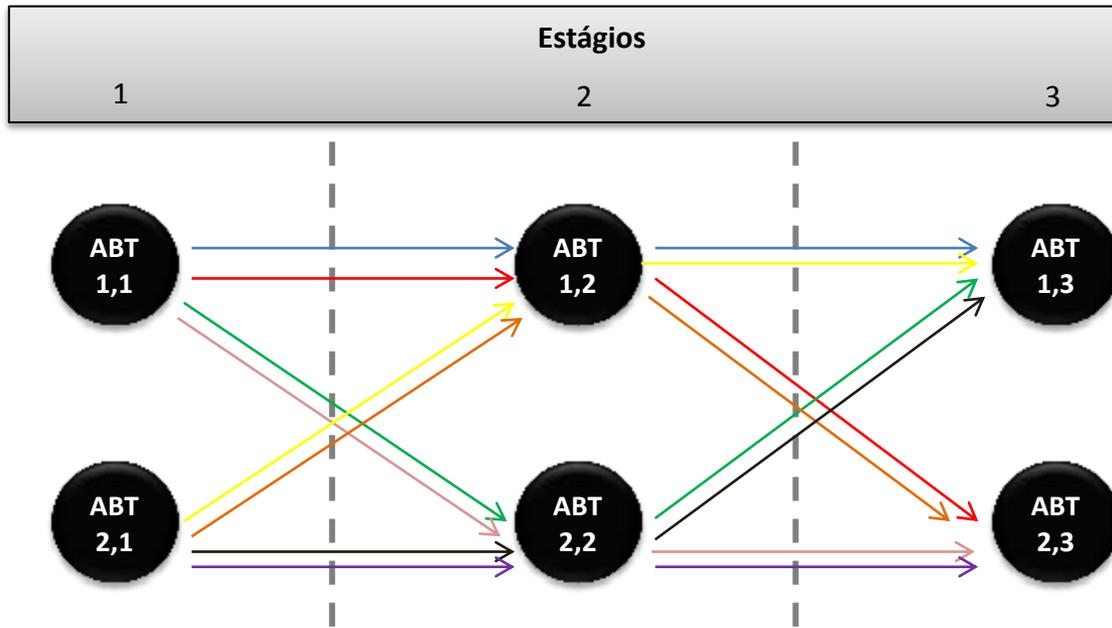
  

Estágio	Série 2
1	9577,44
2	4598,21
3	3159,65

Fonte: Elaborada pela própria autora.

Como mostrado para a série 2, cada série *forward* representa um caminho dentro do conjunto de aberturas. Por exemplo, com 2 aberturas e 3 estágios, pode-se afirmar que temos  $2^3 = 8$  caminhos diferentes que podem ser percorridos, como ilustrado pela Figura 11.

**Figura 11: Todos os caminhos possíveis, passando por 3 estágios, com 2 aberturas a cada estágio.**



Fonte: Elaborada pela própria autora.

O algoritmo desenvolvido neste trabalho não bloqueia o sorteio de séries repetidas. O uso de um número maior de séries do que o número de caminhos possíveis dentro da matriz de aberturas foi uma tentativa de aumentar a chance de passar por todos os caminhos possíveis. Uma alternativa para contornar esse problema é utilizar o bloqueio do sorteio de séries iguais, possibilitando o uso de um número menor de séries.

#### 4.2.2 A solução iterativa

Com as séries *forwards* sorteadas, dá-se início à solução iterativa do problema, afim de estimar a FCF desejada. Cada iteração envolve dois processos:

- A progressão, chamada *forward*;
- E a recursão, chamada *backward*.

A fim de tornar a explicação mais clara, considere a figura abaixo, que mostra de maneira esquematizada a resolução de um problema por PDDE:

Figura 12: Etapa de progressão - Forward

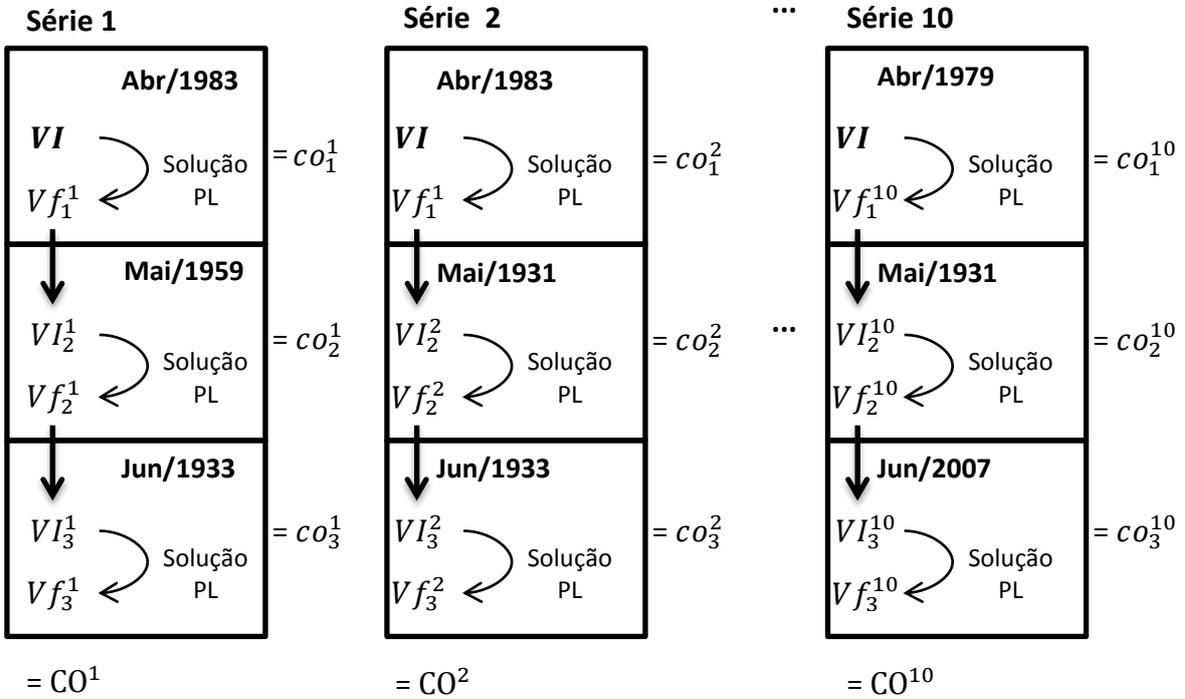
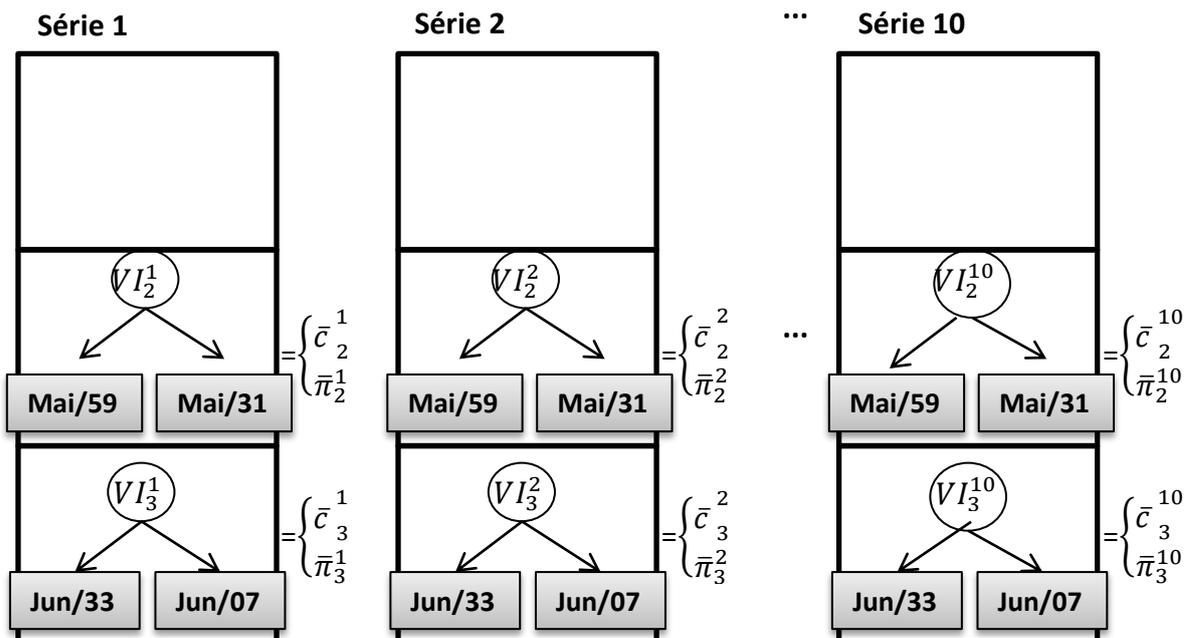


Figura 13: Etapa de recursão – Backward



Na primeira iteração, inicia-se a solução considerando que o custo futuro da operação é nulo. A etapa *forward* é representada pela Figura 12 e é utilizada para fornecer à etapa *backward* um vetor de teste para os volumes iniciais do reservatório, por estágio. A figura representa as séries de afluições de números 1, 2, ... 10. Cada quadrinho de uma série representa um estágio do problema de otimização e cada um deles vêm acompanhado da afluição sorteada. A variável  $VI$  representa o valor do volume inicial do reservatório no primeiro estágio. Esse valor é fixo para todas as séries e foi definido como sendo igual ao volume médio:

$$VI = V_{MÉDIO} \quad (4.4)$$

Na série 1, para  $VI$  e a afluição de Abril de 1983, resolve-se o problema de otimização representado por (3.6). O resultado da PL, dada uma decisão representada pelo vetor  $x_1^1$ , é um custo de operação imediato  $co_1^1$ , sendo o índice inferior indicativo do estágio e o superior indicativo da série. Ainda da operação, resta o volume  $(vf)_1^1$ , que corresponde ao volume inicial  $VI_2^1$  do próximo estágio. O processo citado é realizado para a solução do primeiro estágio de todas as séries sorteadas, resultando nos custos de cada série *forward* e nos volumes que serão ponto de início da solução durante o processo de *backward*.

Neste ponto, é possível calcular o custo do primeiro estágio a partir da FCF estimada, que constituirá o limite inferior ( $Z_{INF}$ ) da FCF. É estranho citar essa questão agora, já que foi dito que a FCF é considerada nula. O cálculo do limite inferior é melhor compreendido a partir da segunda iteração. Por ora, fica óbvio que a solução da equação (4.5), que representa o custo médio de primeiro estágio, vai representar um custo muito pequeno de operação de todo o horizonte de planejamento, já que  $\alpha(x_1^i)$ , que representa o custo futuro associado a decisão tomada  $x_1^i$ , pode ser ignorado.

$$Z_{INF} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{fw}} [co_1^i + \alpha(x_1^i)]}{n_{fw}} \quad (4.5)$$

No segundo estágio, os volumes finais do reservatório no primeiro estágio ( $vf_2^i$ , para  $i = 1, 2, \dots, n_{fw}$ ) tornam-se o inicial deste e, associados às afluições de segundo estágio de cada série, são utilizados para a resolução do problema de PL (3.6), gerando  $co_2^i$  e  $vf_2^i$ , para  $i = 1, 2, \dots, n_{fw}$ . A resolução é análoga para o terceiro estágio. O custo de operação de todo o horizonte de tempo para uma série  $i$  ( $CO^i$ ) é dado por:

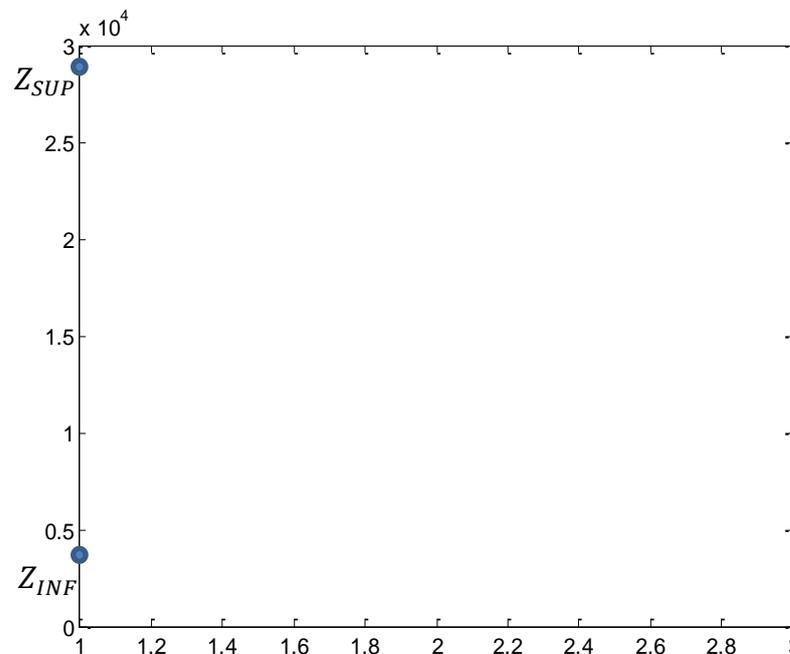
$$CO^i = \sum_{j=1}^3 CO_j^i \quad (4.6)$$

Cada uma das séries *forward* terá associado um custo de operação. Como o custo futuro é considerado nulo na primeira iteração, a tendência é que a solução tenda a não poupar água nos primeiros estágios e, quando o último estágio for alcançado, poderá ser necessário aumentar o montante de geração por termelétricas. A partir dessa análise, é razoável supor que o custo médio operacional das séries seja bem alto no início e, por isso, constitui um limite superior ( $Z_{SUP}$ ) para a FCF que se deseja encontrar. Logo:

$$Z_{SUP} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{fw}} CO^j}{n_{fw}} \quad (4.7)$$

O valor do limite superior ( $Z_{SUP}$ ) é representado por uma variável aleatória com distribuição normal e média igual ao valor esperado do custo de operação do horizonte de estudo. A Figura 14 mostra um exemplo da distância dos limites  $Z_{INF}$  e  $Z_{SUP}$  em um gráfico, em função do número da iteração. Assim, finaliza-se a etapa *forward*.

**Figura 14: Distância entre os limites  $Z_{inf}$  e  $Z_{sup}$  resultantes da primeira iteração**



A etapa de recursão *backward* é responsável por montar os cortes da FCF, a partir dos dados obtidos na etapa *forward*. Observe a Figura 13, enquanto segue-se a explicação.

Nesta etapa, a análise dos estágios é regressiva, se iniciando pelo estágio 3. O volume  $VI_3^i$ , com  $i$  representando a série forward em análise, representa a decisão tomada na etapa forward de segundo estágio. Em cada uma das séries, este volume será utilizado como entrada do problema (3.6), combinado com cada uma das  $n_{abt}$  aberturas correspondentes ao 3º estágio. A solução para cada abertura, para uma mesma série e estágio, resulta em um custo imediato de operação e em um multiplicador de Lagrange. A média desses custos é representada na figura por  $\bar{c}_3^i$  e o multiplicador médio de Lagrange é dado por  $\bar{\pi}_3^i$ .

O conjunto de dados de cada série ( $VI_3^i, \bar{c}_3^i, \bar{\pi}_3^i$ , para  $i=1,2,\dots, n_{fw}$ ) será utilizado para montar a FCF referente ao 3º estágio, através da equação (3.5). Cada série é responsável por um corte da FCF, o que significa que essa função será uma combinação de  $n_{fw}$  cortes e será similar à FCF mostrada na Figura 5: Cortes de Benders e formação da FCF.

Com a FCF do estágio 3 delineada, segue-se para o problema do estágio 2, resolvido de maneira análoga à do terceiro, com o diferencial da restrição adicional. Dessa vez, a solução do problema de PL para cada abertura estará restrita com a FCF de 3º estágio, que acaba de ser calculada. Assim, a solução tende a ser mais “econômica”. Da mesma forma que o terceiro estágio, calcula-se uma FCF para o estágio 2, que contabiliza o custo de ambos os estágios: 2 e 3.

A recursão *backward*, para um problema com horizonte de planejamento de  $T$  estágios, é realizada para o estágio  $t = T, T-1, \dots, 2$ , isto é, ela não resolve o problema de primeiro estágio. Este é tratado na *forward*.

Para finalizar a iteração, compara-se os valores dos limites inferior e superior (4.8). Se o valor absoluto da diferença entre eles estiver dentro de uma tolerância ( $TOL$ ) pré-determinada, a FCF está bem aproximada e a solução foi encontrada. Caso contrário, inicia-se a segunda iteração, repetindo todos os passos já mencionados.

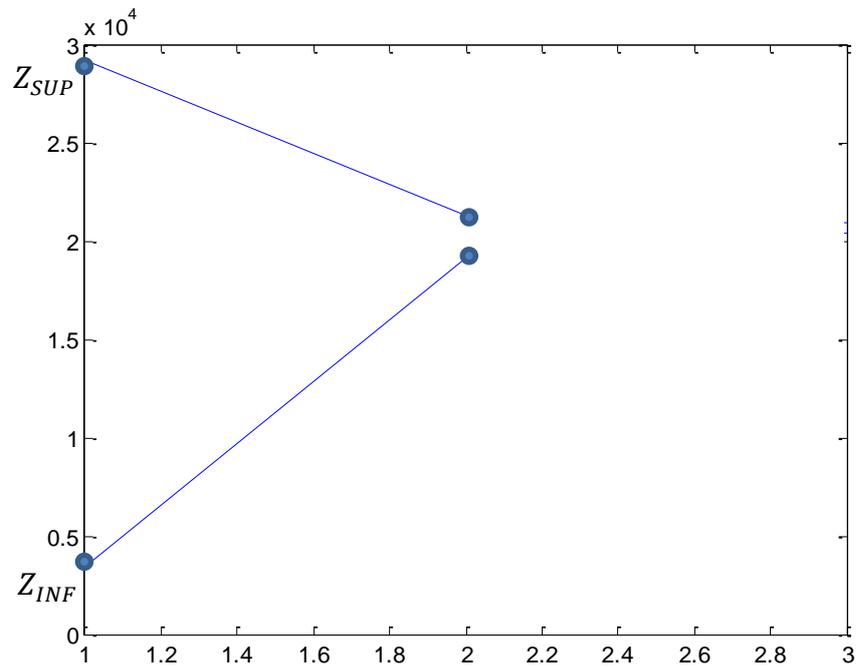
$$|Z_{SUP} - Z_{INF}| \leq TOL \quad (4.8)$$

A comparação em (4.8) foi mais uma simplificação adotada. O mais correto seria adotar um intervalo de confiança para verificar a aproximação dos dois limites, já que foi

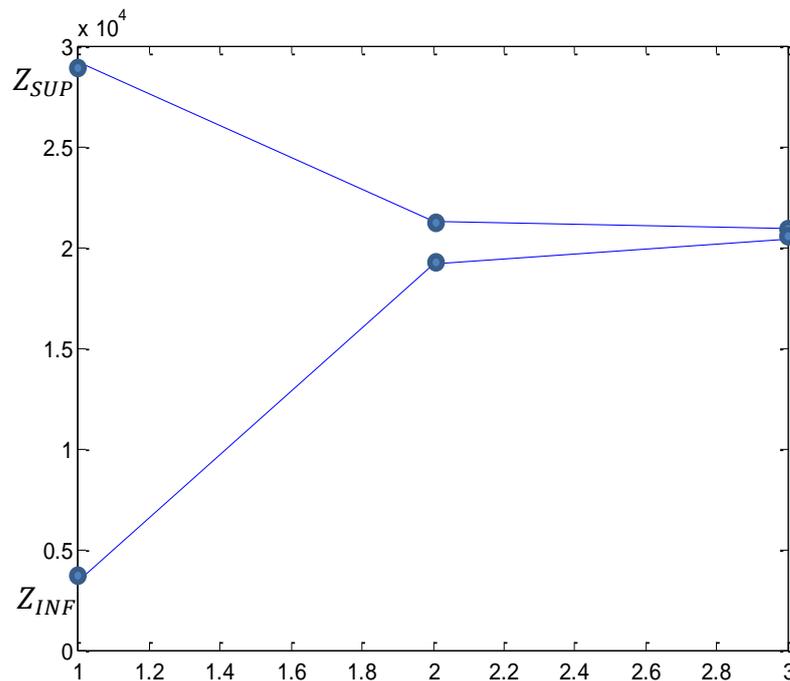
assumida uma distribuição normal para os valores de limite superior. (SOUZA, *et al.*, 2014)(4.6)

No início da segunda iteração, na etapa *forward*, calcula-se novamente o custo de operação do primeiro estágio, para a todas as séries, partindo do volume inicial de valor fixo ( $VI$ ). Desta vez, o otimizador está restrito pela FCF calculada no estágio 2, na etapa *backward*, e a solução não vai turbinar toda a água possível, como faria sem as restrições. Ao finalizar essa etapa e partir para o cálculo do novo  $Z_{INF}$  através da Equação (4.5), o valor de  $\alpha(x_1)$  não é mais nulo,  $\alpha(x_1)$  representa a FCF do estágio 2 e o valor de  $Z_{INF}$  será maior que o anterior. Note que  $Z_{INF}$  é a soma do custo imediato de primeiro estágio e o **custo estimado** do restante do horizonte de planejamento.

A resolução dos problemas de PL da etapa *forward* segue para os demais estágios: o segundo estágio usa como restrição a FCF calculada para o 3º estágio e o 3º estágio não apresenta restrições de custo futuro. No fim, tem-se o custo de operação ( $CO^i$ ) de todas as séries, que correspondem, para cada série, à soma **dos custos imediatos** de cada estágio. Com esses custos calculados, a próxima etapa é o cálculo do novo limite superior, dado pela Equação (4.7). Como as soluções encontradas foram restritas pelas FCFs delineadas, a solução da otimização tende a ser mais “cautelosa” no início, para que os gastos não sejam exorbitantes no final. Assim, o valor de  $Z_{SUP}$  tende a reduzir e o gráfico dos limites fica próximo ao mostrado na Figura 15.

**Figura 15: Distância entre os limites  $Z_{inf}$  e  $Z_{sup}$  resultantes da 2ª iteração**

Assim, segue-se a recursão *backward*, que acrescenta cortes às FCFs já delineadas, isto é, a cada iteração, a FCF recebe  $n_{fw}$  cortes, tornando o problema de otimização cada vez mais restrito. O processo iterativo segue e, a cada iteração, os limites inferior e superior se aproximam mais, até que a tolerância (*TOL*) para a diferença entre eles seja alcançada. A Figura 16 mostra as variações dos limites para um processo iterativo que convergiu na 3ª iteração, complementando os gráficos das figuras 14 e 15.

**Figura 16: Distância entre os limites  $Z_{inf}$  e  $Z_{sup}$  resultantes da 3ª e última iteração**

Ao atingir a convergência do problema, pode-se plotar a FCF para cada estágio, resolvendo o problema de otimização (4.9) para diversos valores discretizados do volume de  $v_f$ , que deve variar do volume mínimo ao volume máximo, obtendo-se diversos pares de valores ( $\alpha$  e  $v_f$ ). Com estes diversos pares de valores, plota-se a FCF.

$$\text{Mín } \alpha \quad (4.9)$$

s. a. :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\geq \pi_1 v_{f1} + b_1 \\ \alpha_2 &\geq \pi_2 v_{f2} + b_2 \\ &\vdots \\ \alpha_{ncortes} &\geq \pi_{ncortes} v_{f,ncortes} + b_{ncortes} \end{aligned}$$

### 4.2.3 Algoritmo PDDE

Supondo T o horizonte de planejamento, VI o volume inicial fixo correspondente ao volume médio do reservatório,  $iter = 0$  e a série histórica de vazões, já convertida em volume:

1. Sorteie um conjunto de  $n_{abt}$  aberturas da série de vazões;

2. Sorteie caminhos dentre as aberturas para as  $n_{fw}$  séries forwards;
3. Faça  $iter=iter+1$ ;
4. **[Forward]** Para cada estágio  $i_{estágio}=1, 2, \dots T$ , faça:
  5. Se  $i_{estágio}=1$ , faça:
    6. Considere como volume inicial o valor  $VI$ ;
  7. Senão
    8. Considere como volume inicial o volume final do estágio anterior;
9. Para  $i_{fw}=1, 2, \dots n_{fw}$ , faça:
  10. Resolva o problema de PL (3.6) para a série  $i_{fw}$
  11. Armazene o volume final devido à decisão em  $vf_{i_{fw}}^{i_{estágio}}$ ;
  12. Calcule o somatório do custo operacional da série (custo imediato), na variável  $CO^{i_{fw}}$ ;
  13. Se  $i_{estágio} = 1$ , faça:
    14. Calcule o somatório do custo de primeiro estágio para todas as séries, na variável  $c1$ ;
    15. Se  $i_{fw} = n_{fw}$ , faça
      16. Calcule o custo médio do primeiro estágio;
      17. Calcule o limite inferior por (4.5);
  18. Se  $i_{estágio} = T$ , faça:
    19. Calcule o limite superior através de (4.7).
20. **[Backward]** Para  $i_{estágio} = T, T - 1, \dots 2$ , faça:
  21. Para  $i_{fw}=1, 2, \dots n_{fw}$ , faça:
    22. Para  $i_{abt}=1, 2, \dots n_{abt}$ , faça:
      23. Resolva o problema de PL (3.6) para a série  $i_{fw}$ , considerando a afluência  $i_{abt}$
      24. Faça o somatório do custo imediato e futuro consequente da decisão tomada para a série  $i_{fw}$ , no estágio  $i_{estágio}$ ;
      25. Faça o somatório dos multiplicadores de Lagrange para a série  $i_{fw}$ , no estágio  $i_{estágio}$ ;
    26. Calcule o custo médio imediato e futuro para o estágio da série em questão
    27. Calcule o multiplicador médio de Lagrange para o estágio da série em questão
  28. Armazene os dados de cada corte da FCF.

29. Compare o valor absoluto da diferença entre  $Z_{SUP}$  e  $Z_{INF}$ . Se for menor que a tolerância, sai do programa, caso contrário, volte para o Passo 3, senão, vá para o passo 30.
30. Plote a FCF dos estágios através da solução do problema de PL apresentado pela formulação (4.9).

## Capítulo 5

### RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados advindos da implementação computacional dos algoritmos da PDE e da PDDE, através do software Matlab®, como mostrados no capítulo anterior, para a solução do problema de otimização (3.6) aplicado ao sistema apresentado na seção 2.1 deste trabalho. Os resultados apresentam as FCFs sobrepostas para a comparação. É apresentada, ainda, a comparação do número de PLs resolvidos para ambas metodologias.

É importante ressaltar que para melhor comparação entre os métodos, inicialmente, as mesmas aberturas sorteadas na metodologia da PDDE foram armazenadas e utilizadas como o histórico de afluições para a PDE. Os estudos de caso I e II foram desta forma. Já o caso III compara o resultado da PDDE com a PDE considerando todos os cenários possíveis. Para o traçado da FCF da PDDE, foi utilizada a formulação (4.9).

#### 5.1 Estudo de caso I:

Para os dados de entrada apresentados na Tabela 5, as FCFs obtidas para um mesmo estágio foram sobrepostas para comparação.

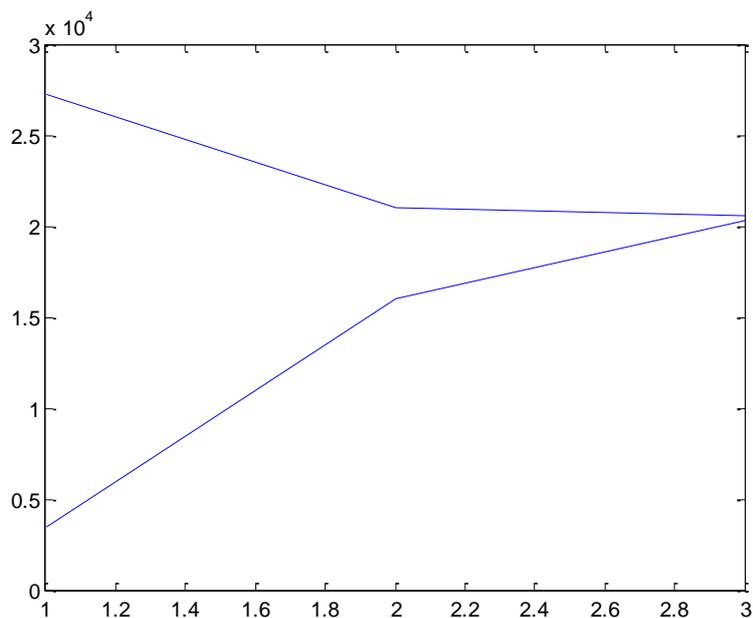
**Tabela 5: Dados de entrada do primeiro estudo de caso.**

Parâmetro	Valor
Número de estágios mensais	3
Mês de início	Abril
Número de discretizações	10
Número de aberturas	3
Número de séries forwards	40
Número máximo de iterações	5

Fonte: Elaborada pela própria autora.

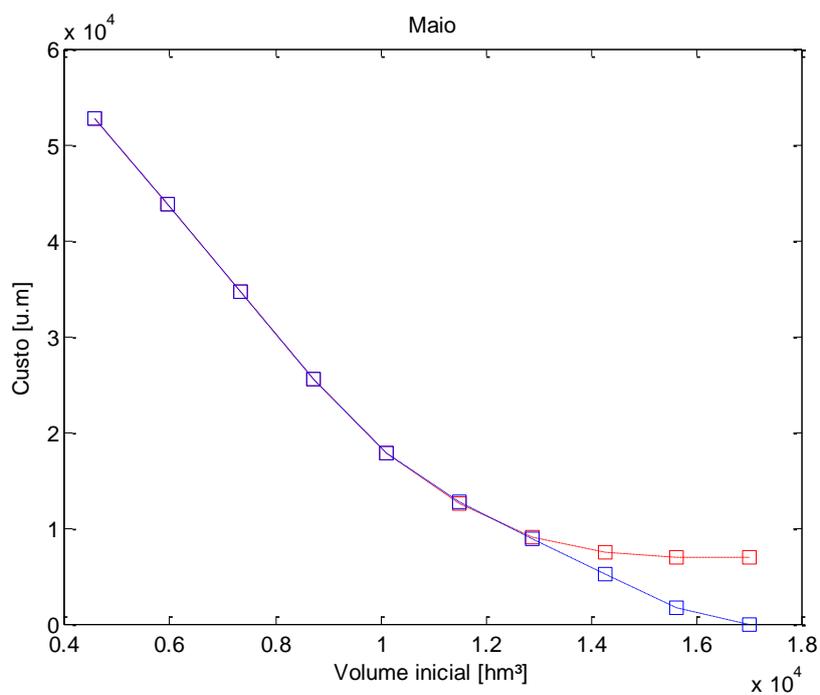
A Figura 17 apresenta o gráfico dos limites superior e inferior, que convergem na terceira iteração. O valor adotado de tolerância para a diferença entre os limites foi de 500 u.m.

**Figura 17: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso I.**

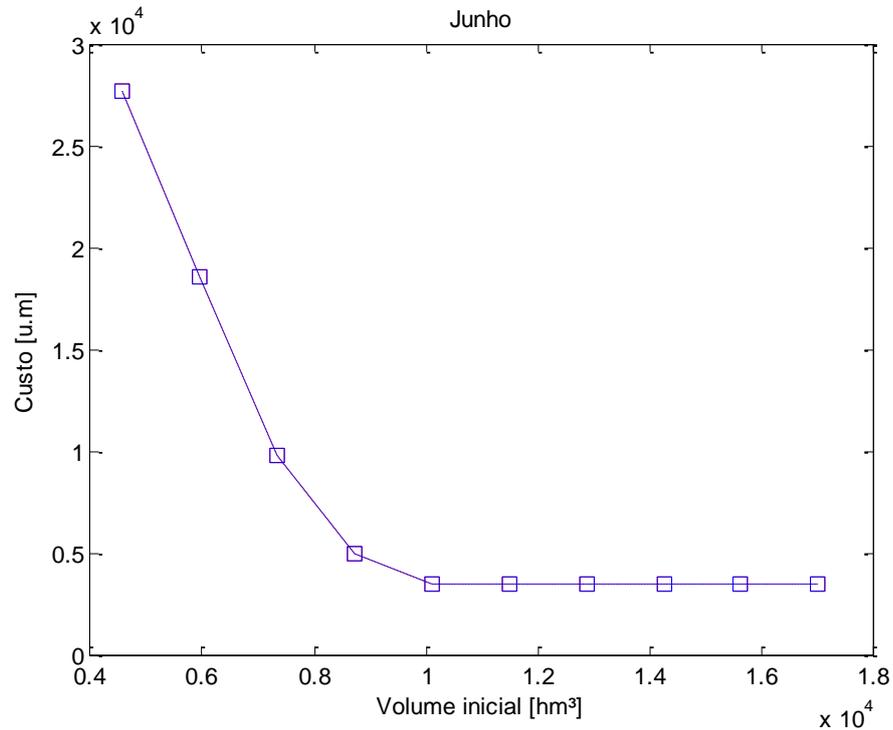


As figuras Figura 18 e Figura 19 apresentam as FCFs sobrepostas, do segundo ao último estágio:

**Figura 18: Sobreposição das FCFs referentes ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



**Figura 19:** : Sobreposição das FCFs referentes ao 3º e último estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



Nota-se que as curvas estão bem próximas para o penúltimo estágio (Maio) e são coincidentes para o último (Junho) e o resultado foi satisfatório. Pelas abordagens estudadas, nota-se que a PDE consulta em todos os estágios, todos os volumes iniciais possíveis para o reservatório. Já a PDDE utiliza os volumes iniciais calculados pela etapa forward. A divergência entre as duas curvas no final é aceitável e indica que, pela PDDE, o reservatório não chegava ao início do mês de Maio cheio, com os parâmetros de entrada e cenários escolhidos.

## 5.2 Estudo de caso II

A partir do sucesso obtido para o estudo de caso I, optou-se por expandir o horizonte de planejamento para a análise das soluções. Para os dados de entrada apresentados na Tabela 6, as FCFs obtidas para um mesmo estágio foram sobrepostas para comparação.

**Tabela 6: Dados de entrada do segundo estudo de caso.**

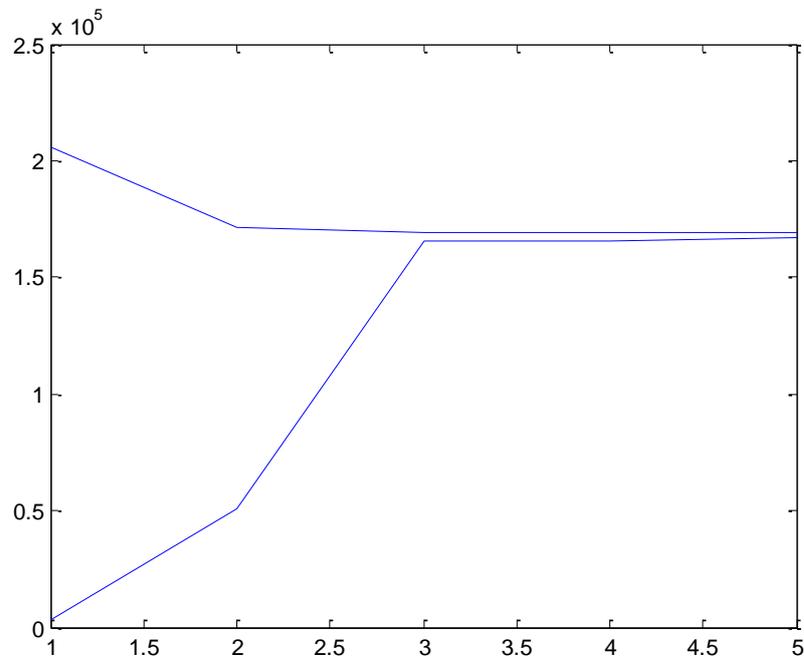
Parâmetro	Valor
Número de estágios mensais	12
Mês de início	Janeiro

Número de discretizações	10
Número de aberturas	5
Número de séries forwards	100
Número máximo de iterações	5

Fonte: Elaborada pela própria autora

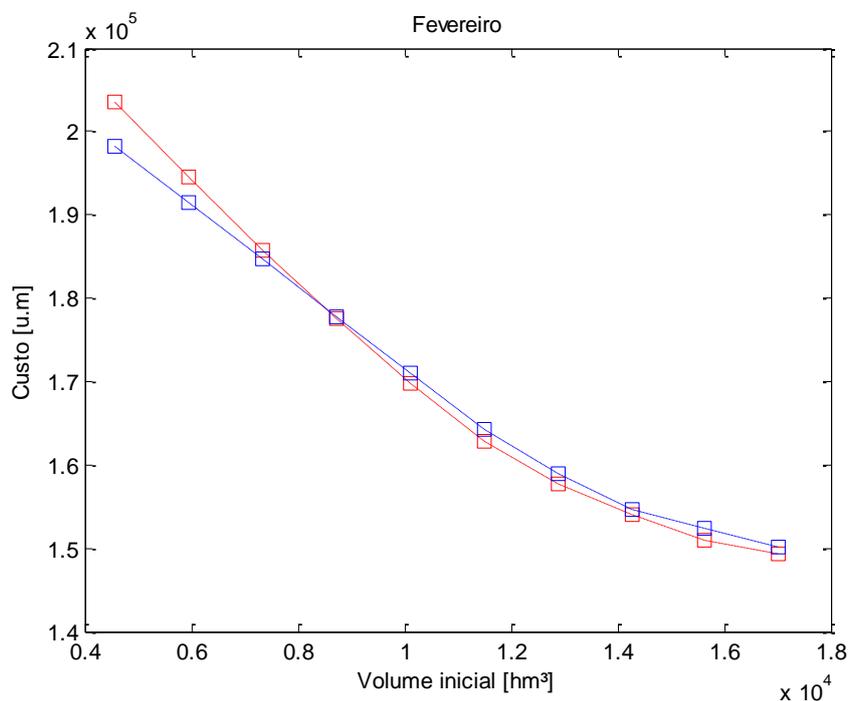
A Figura 20 apresenta o gráfico dos limites superior e inferior, que convergem na quinta iteração. O valor adotado de tolerância para a diferença entre os limites foi de 500 u.m, mas a diferença encontrada no final da quinta iteração foi de 2.296,6, mostrando que a solução parou na quinta iteração devido ao número máximo de iterações ser atingido.

**Figura 20: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso II**

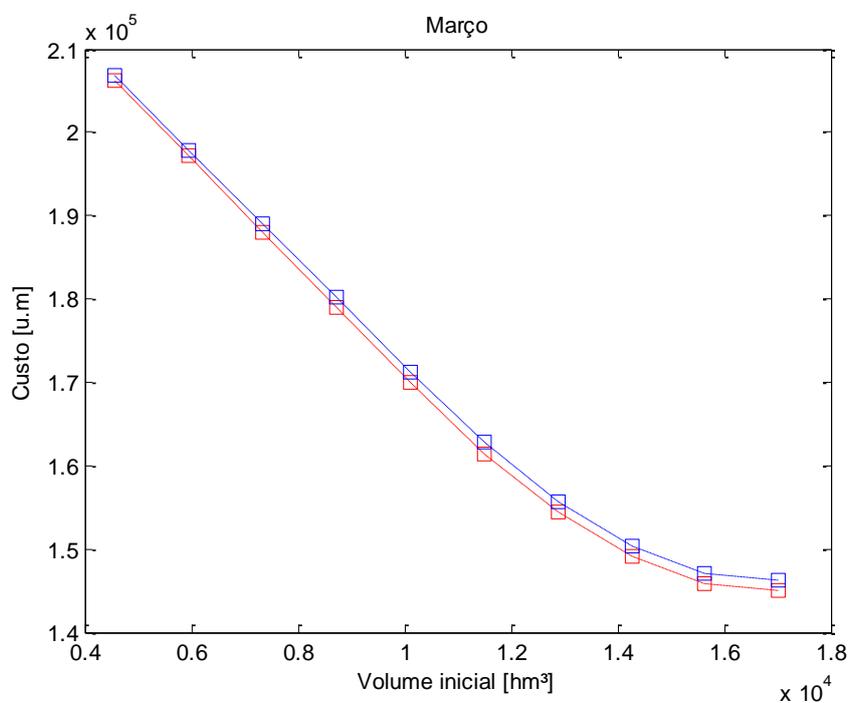


As figuras de apresentam as FCFs sobrepostas:

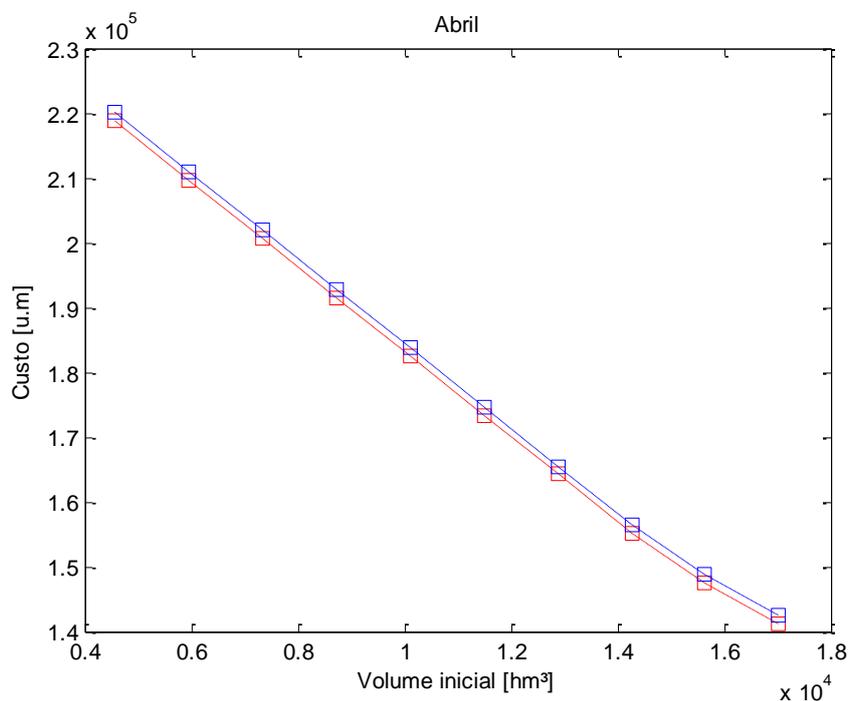
**Figura 21:** Sobreposição das FCFs referentes ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



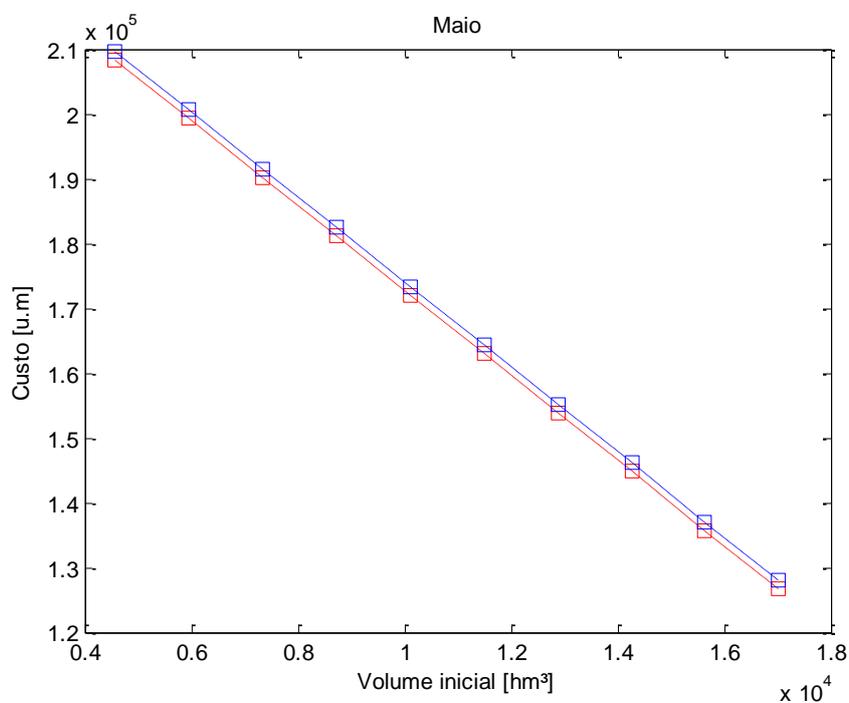
**Figura 22:** Sobreposição das FCFs referentes ao 3º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



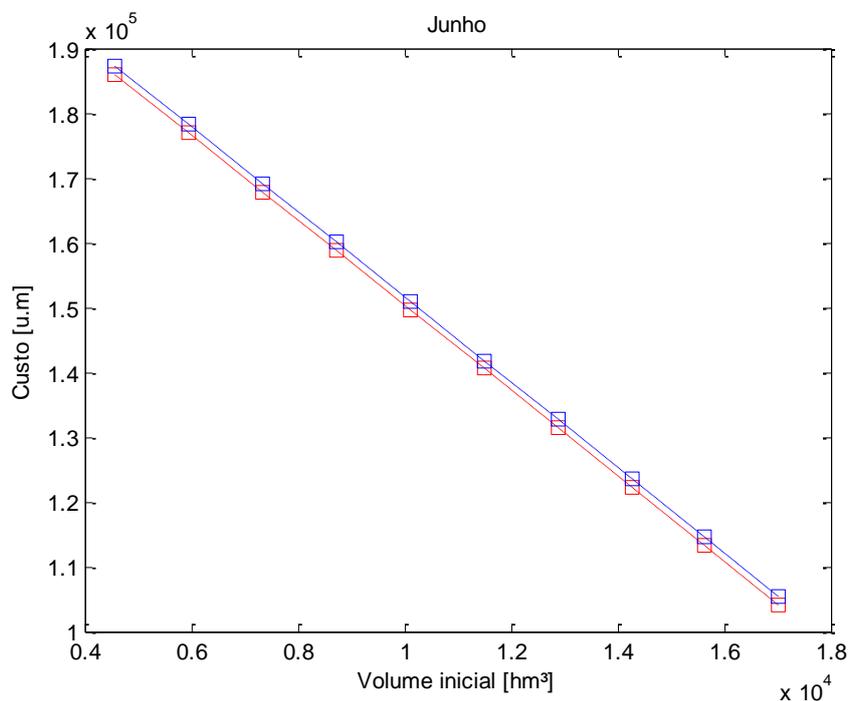
**Figura 23: Sobreposição das FCFs referentes ao 4º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



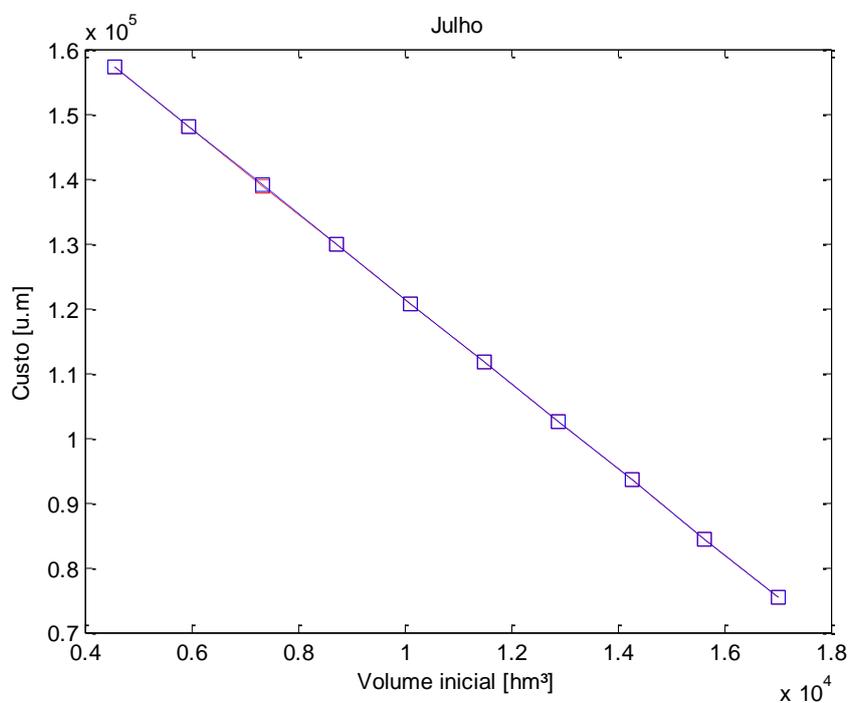
**Figura 24: Sobreposição das FCFs referentes ao 5º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



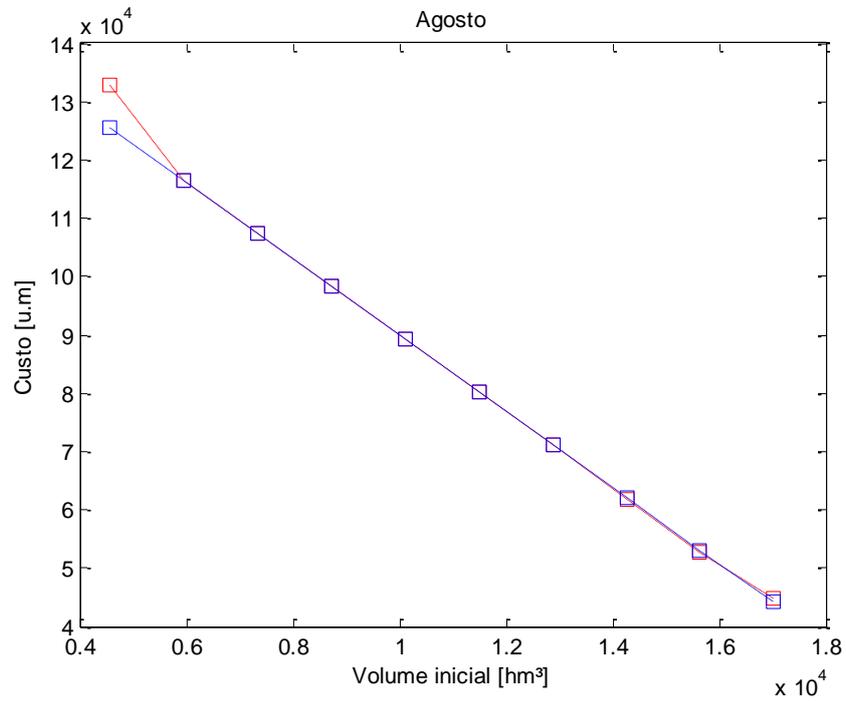
**Figura 25: Sobreposição das FCFs referentes ao 6º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



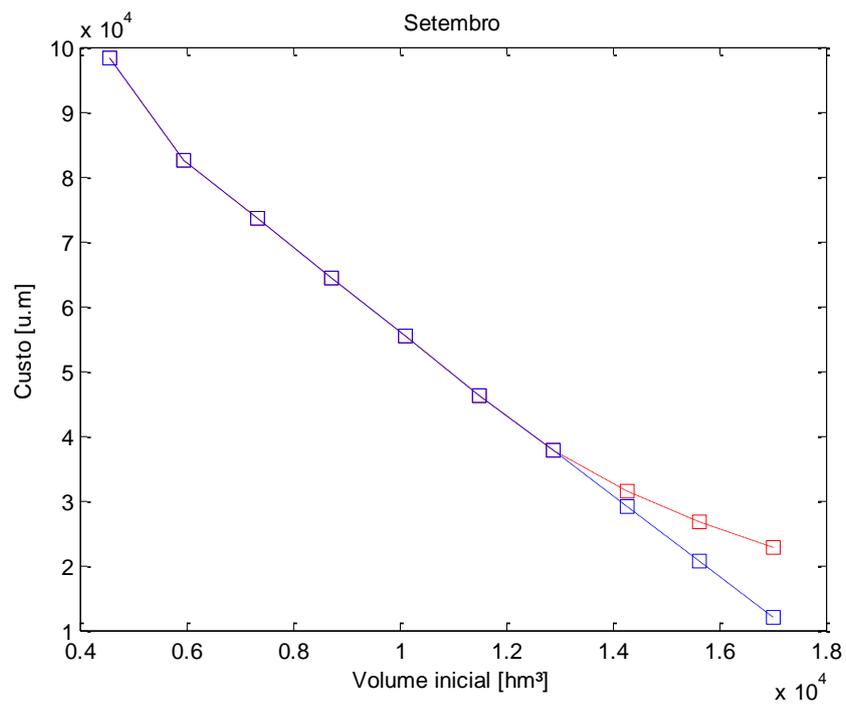
**Figura 26: Sobreposição das FCFs referentes ao 7º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



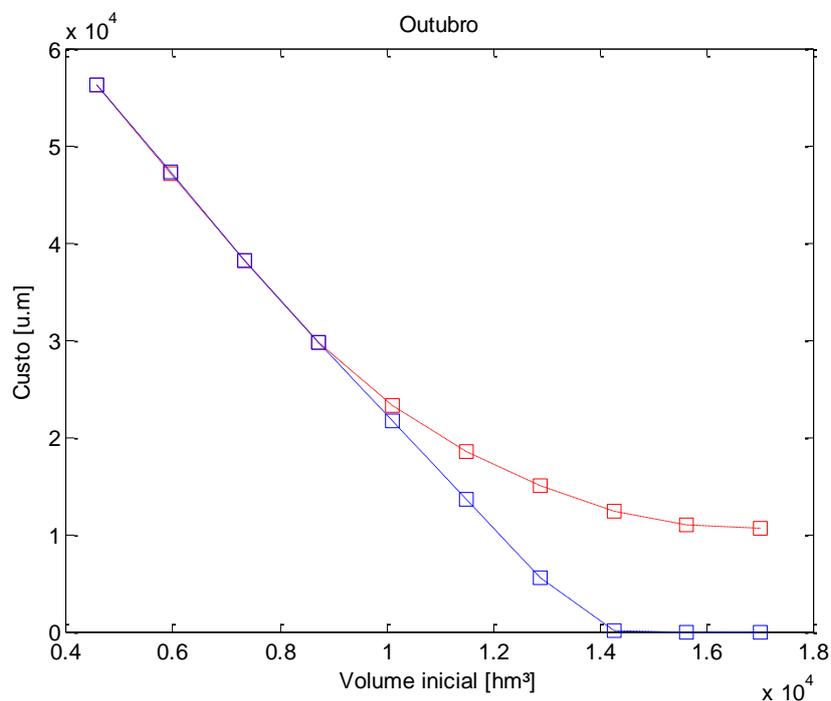
**Figura 27:** Sobreposição das FCFs referentes ao 8º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



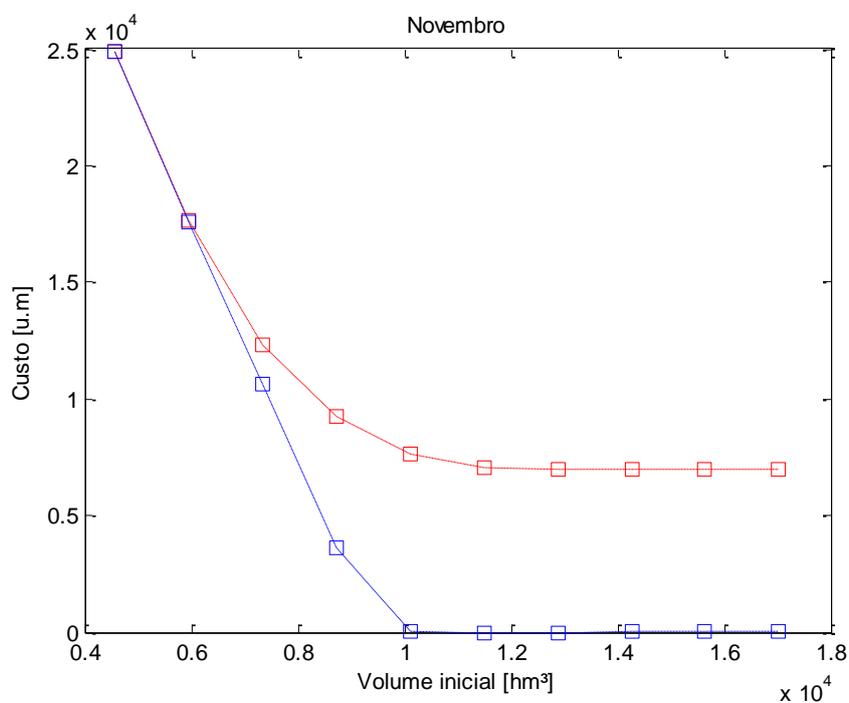
**Figura 28:** Sobreposição das FCFs referentes ao 9º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



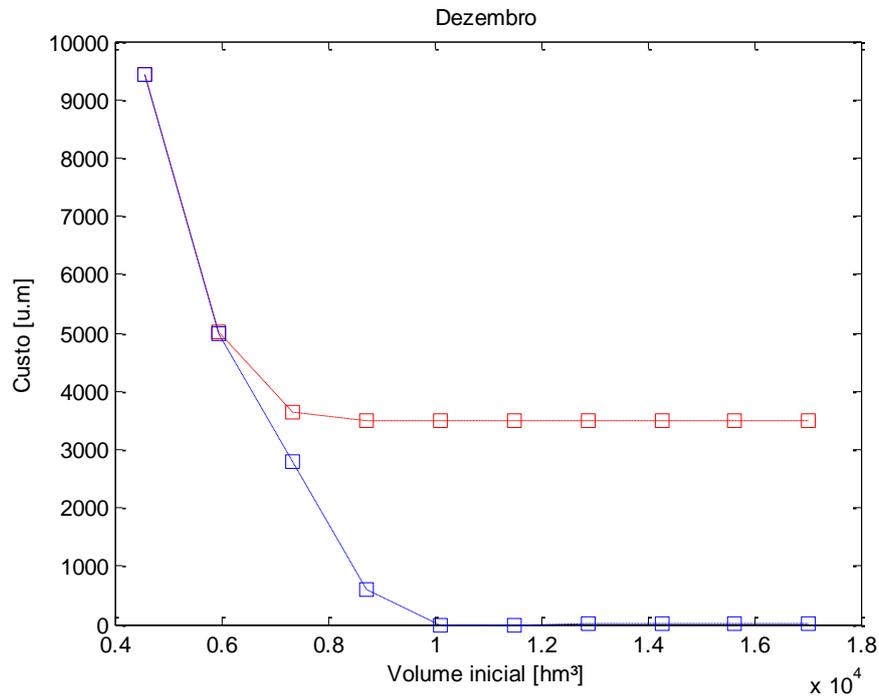
**Figura 29: Sobreposição das FCFs referentes ao 10º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



**Figura 30: Sobreposição das FCFs referentes ao 11º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



**Figura 31: Sobreposição das FCFs referentes ao 12º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



Nota-se que as curvas ficaram bem próximas, com exceção dos últimos meses que apresentam maior divergência para maiores volumes no reservatório. Essa diferença é semelhante ao ocorrido no estudo de caso I e abarca a mesma explicação: a PDDE não visita todos os volumes iniciais em todos os estágios e, nos últimos estágios, nota-se que o reservatório não alcançava os limites máximos, portanto, a região não possui muitos cortes, resultando na discrepância entre as FCF apresentadas.

### 5.3 Estudo de caso III

Para os dados de entrada apresentados na Tabela 7, as FCFs obtidas para um mesmo estágio foram sobrepostas para comparação. Este caso tem o mesmo número de estágios do anterior, mas possui o diferencial de ter a PDE trabalhando com todas as afluências do histórico de vazões.

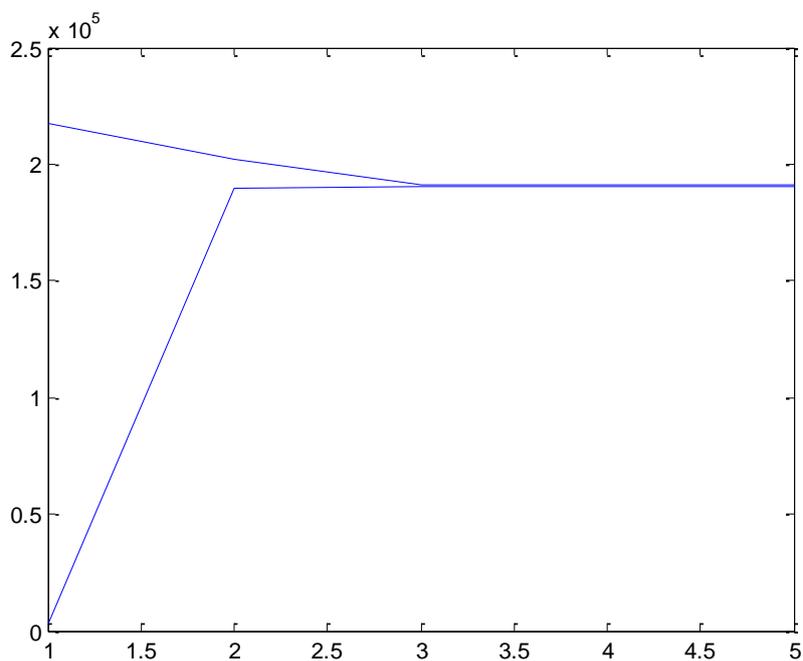
**Tabela 7: Dados de entrada do segundo estudo de caso.**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Número de estágios mensais	12
Mês de início	Janeiro
Número de discretizações	10
Número de aberturas	3
Número de séries forwards	40
Número máximo de iterações	5

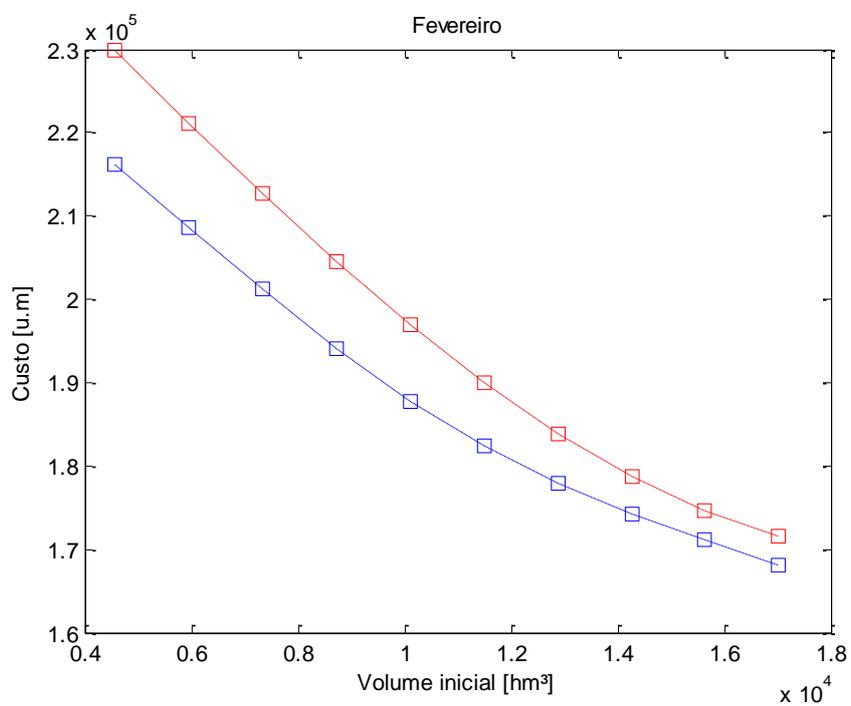
Fonte: Elaborada pela própria autora

A Figura 32: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso III apresenta o gráfico dos limites superior e inferior, que convergem na quinta iteração. O valor adotado de tolerância para a diferença entre os limites foi de 500 u.m, mas a diferença encontrada no final da quinta iteração foi de 762,8 u.m., mostrando novamente que a solução da PDDE foi interrompida ao atingir-se o número máximo de iterações.

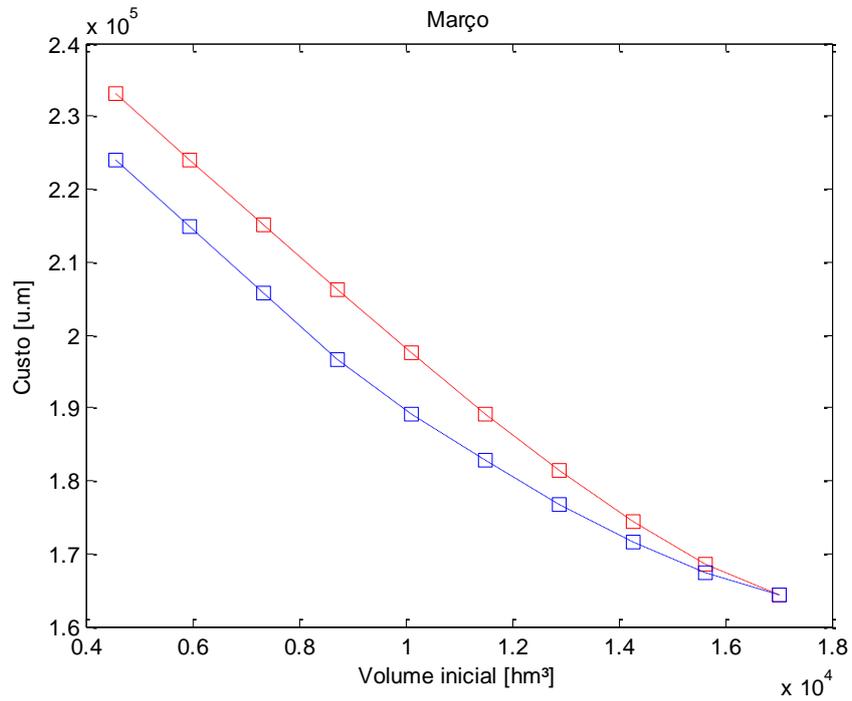
**Figura 32: Convergência dos limites inferior e superior para estudo de caso III**



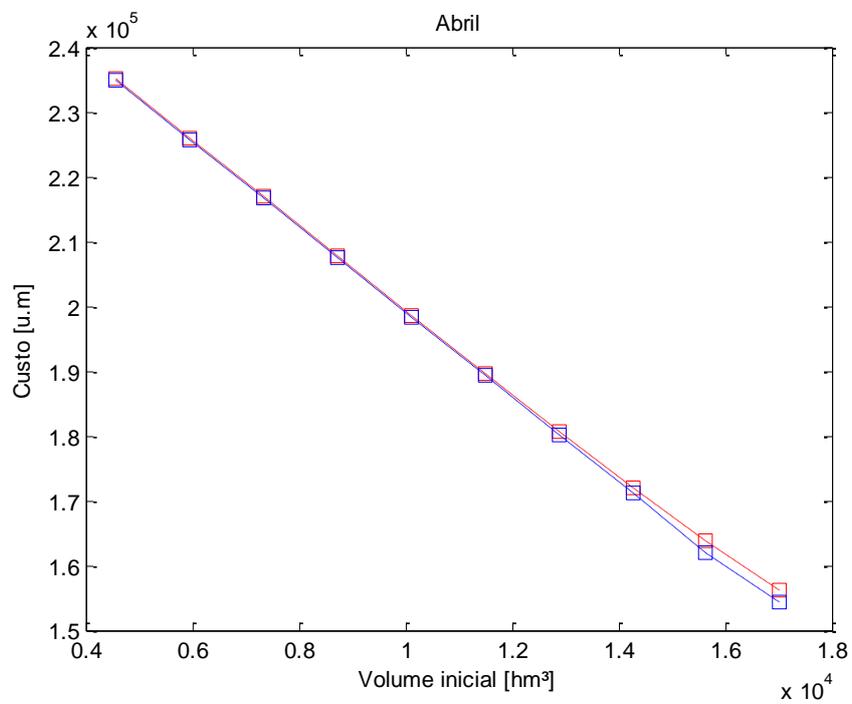
**Figura 33: Sobreposição das FCFs referentes ao 2º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



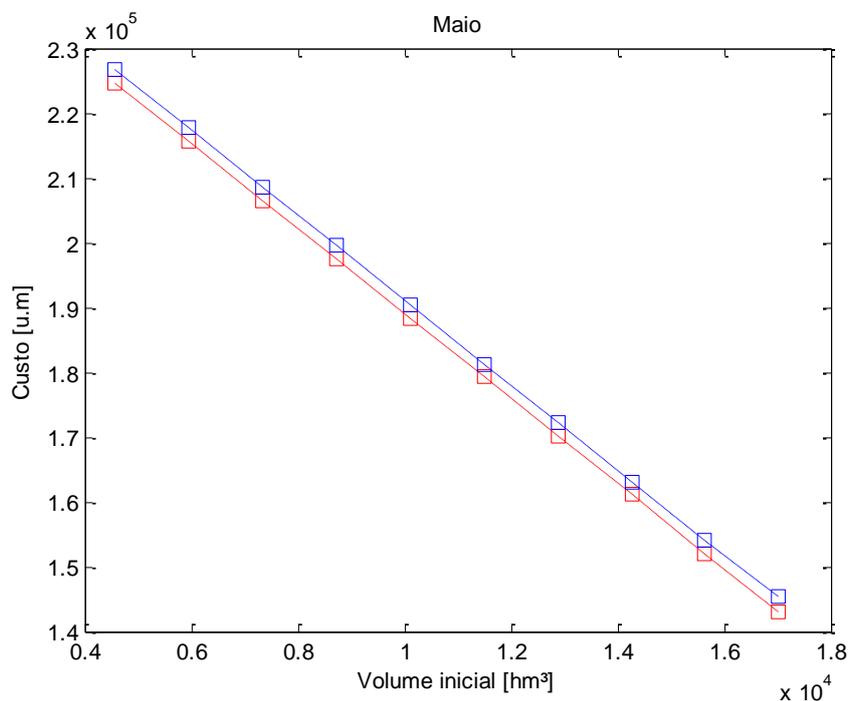
**Figura 34:** Sobreposição das FCFs referentes ao 3º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



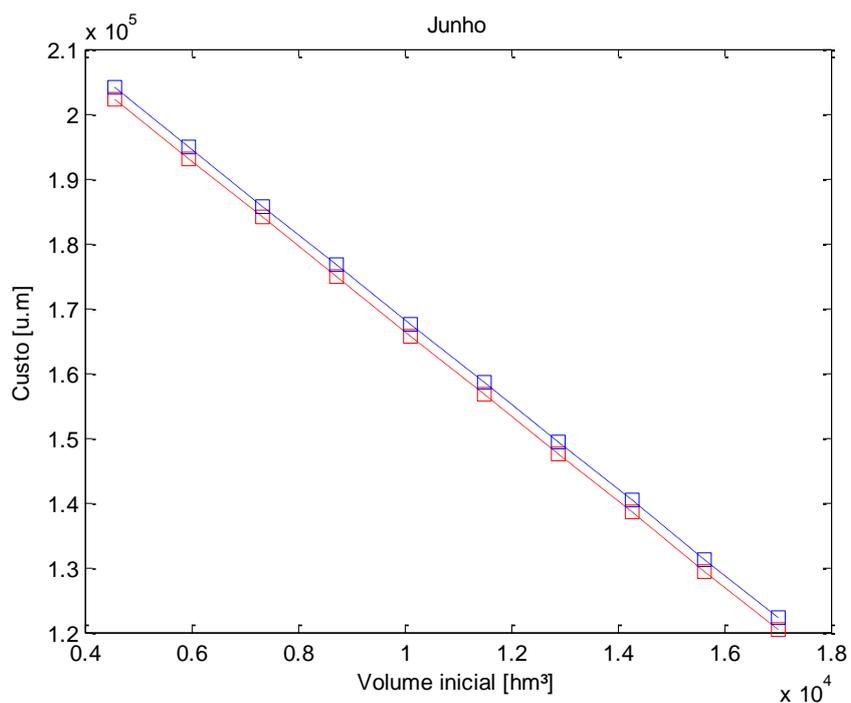
**Figura 35:** Sobreposição das FCFs referentes ao 4º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



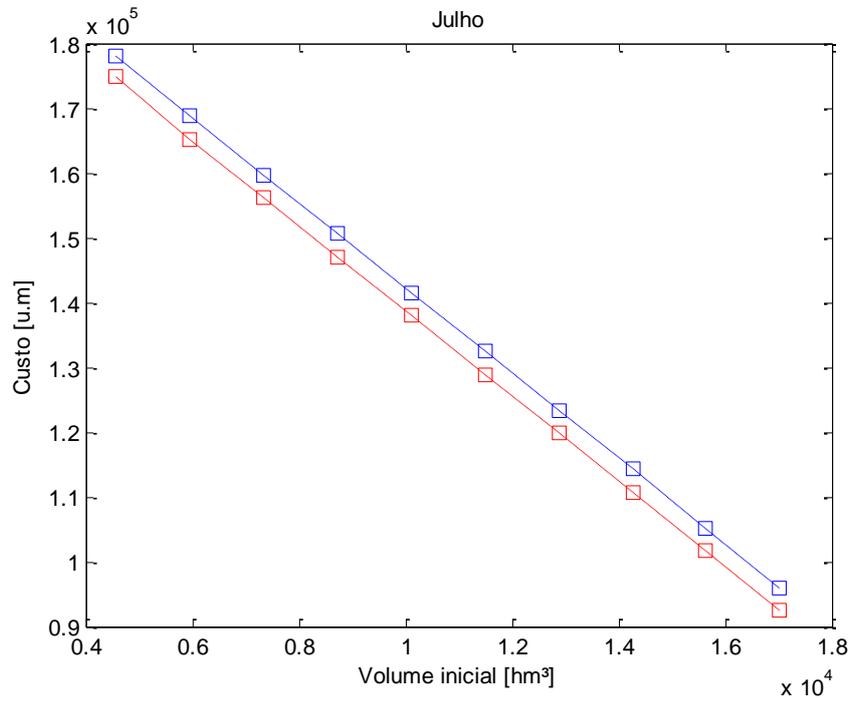
**Figura 36: Sobreposição das FCFs referentes ao 5º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



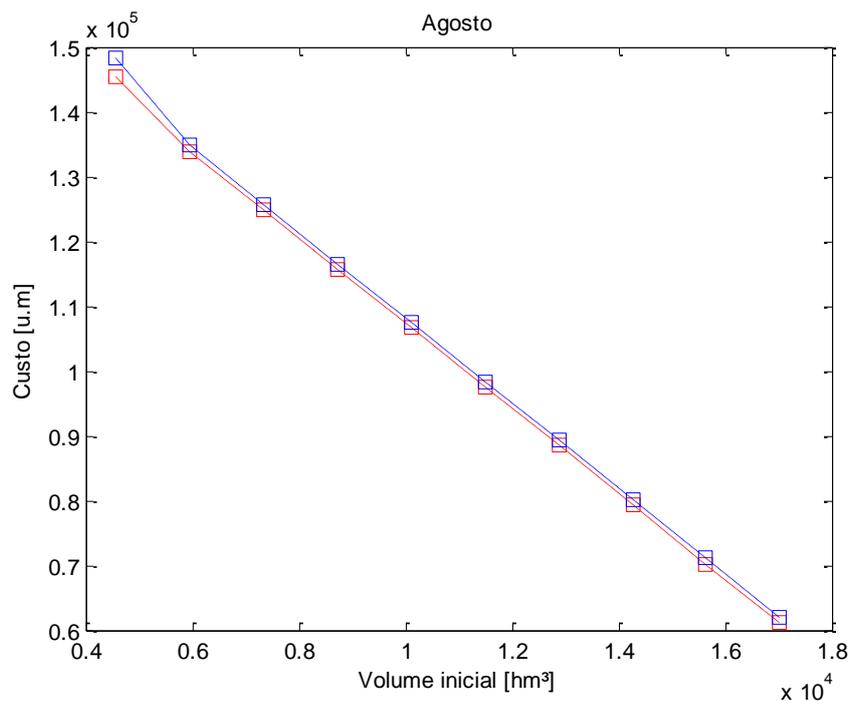
**Figura 37: Sobreposição das FCFs referentes ao 6º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



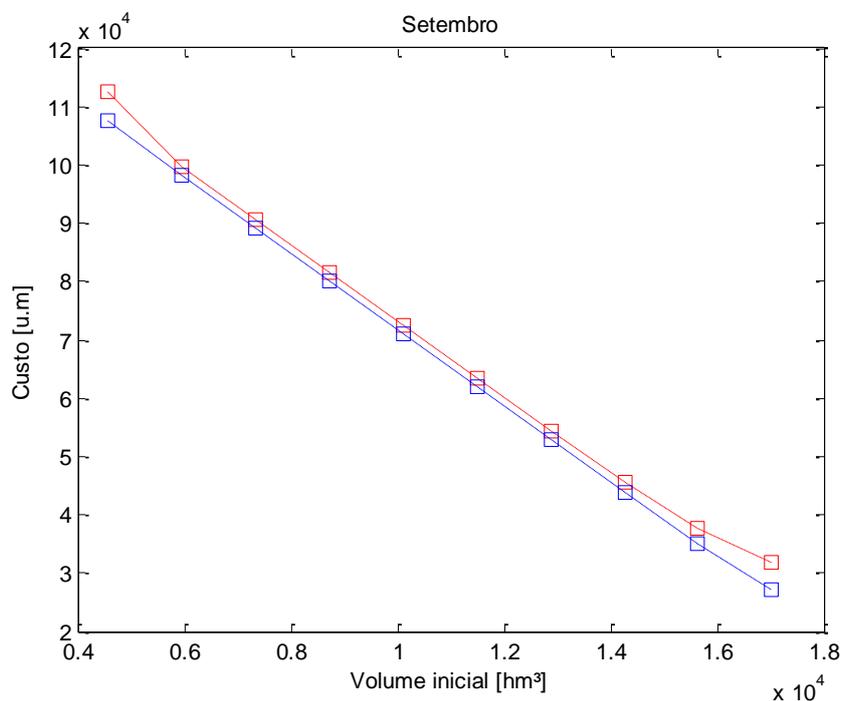
**Figura 38:** Sobreposição das FCFs referentes ao 7º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



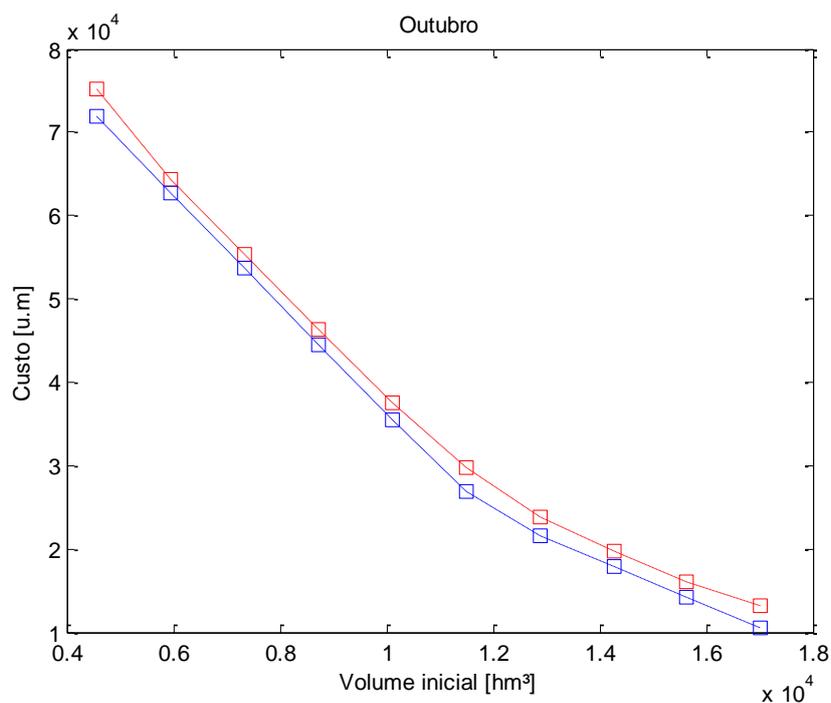
**Figura 39:** Sobreposição das FCFs referentes ao 8º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



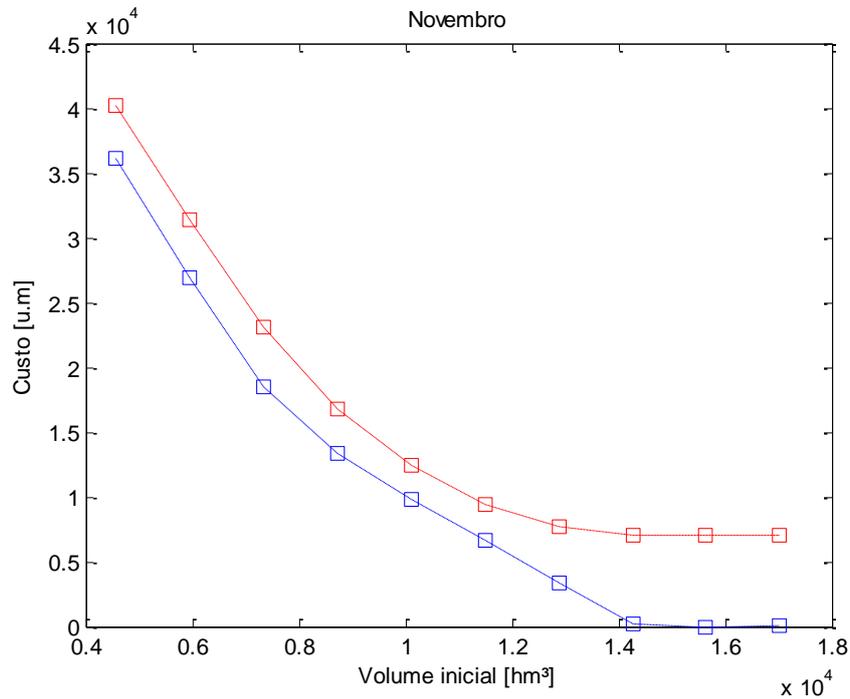
**Figura 40:** Sobreposição das FCFs referentes ao 9º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



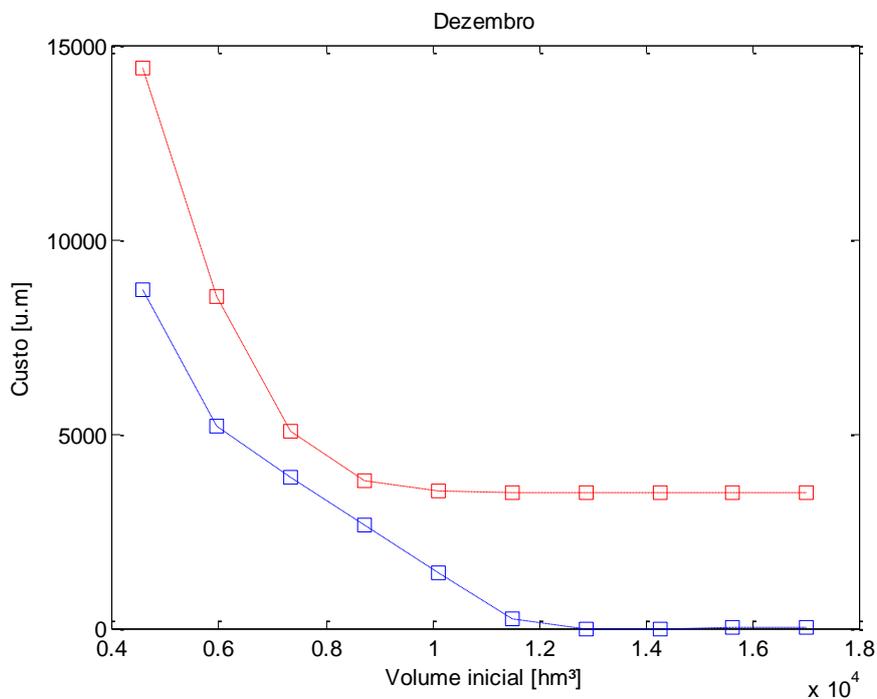
**Figura 41:** Sobreposição das FCFs referentes ao 10º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).



**Figura 42: Sobreposição das FCFs referentes ao 11º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



**Figura 43: Sobreposição das FCFs referentes ao 12º estágio do problema, obtidas através da PDE (curva em vermelho) e PDDE (curva em azul).**



Através do último estudo de caso apresentado, nota-se a aproximação das curvas para a PDDE usando apenas 3 aberturas e 40 forwards, enquanto a PDE consulta 77 cenários de

afluência, sendo as afluências dos cenários da PDE conectadas pela tendência hidrológica natural da série histórica de vazões, pois pertencem a um mesmo ano. Apesar das curvas não coincidirem, a aproximação entre elas foi considerável, diante da diferença de dados de entrada.

#### 5.4 Número de PL's resolvidas por cada metodologia

Outra comparação de importância feita entre as duas metodologias é calcular o número de PL's resolvidos por elas, para um mesmo problema, uma vez que a solução de PL é o item que mais demanda tempo nos algoritmos apresentados. A comparação tem o intuito de verificar o “mal da dimensionalidade” da PDE, citado pelas literaturas.

O estudo de caso I compõe um problema simples, além de ter apresentado ótimos resultados: a convergência foi atingida satisfatoriamente e as curvas da FCF para ambas as metodologias praticamente coincidem. Assim, este será um bom exemplo para a comparação.

O número de PLs resolvidos pela PDE é dado por (5.1) e pela PDDE é dado por (5.2):

$$N_{PL}^{PDE} = (n_{disc})^{n_{usi}} \cdot n_{estagios} \cdot n_{abt} \quad (5.1)$$

$$N_{PL}^{PDDE} = n_{iter} \cdot n_{fw} \cdot n_{estagios} \cdot (n_{abt} + 1) \quad (5.2)$$

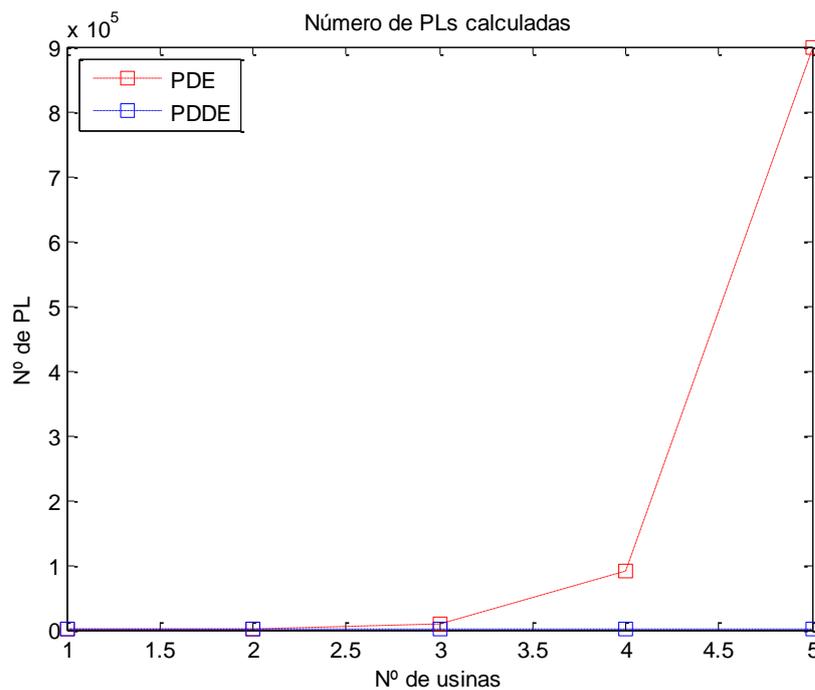
Assim, para o estudo de caso I, tem-se:

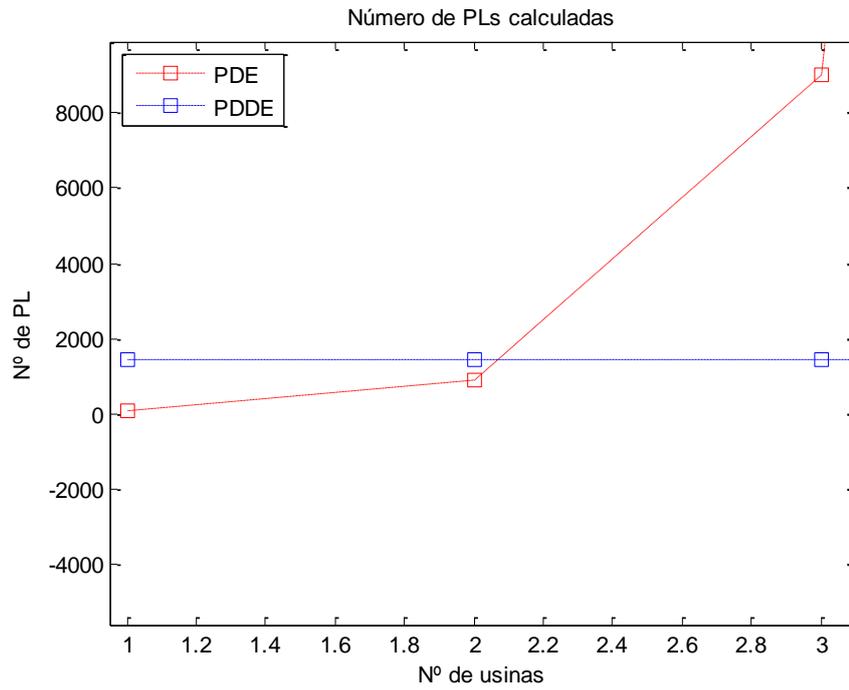
- Na PDE, para um problema de 3 estágios ( $n_{estagios}$ ), 10 discretizações ( $n_{disc}$ ) e 3 cenários de afluências (aberturas sorteadas -  $n_{abt}$ ), cada cenário envolve a solução de  $10 \times 3 = 30$  PLs, que, multiplicado pelo número de estágios, resulta em 90 problemas de PL resolvidos.
- Na PDDE resolvida em 3 iterações ( $n_{iter}$ ), para 40 forwards ( $n_{fw}$ ), cada iteração é composta por uma etapa forward e uma etapa backward. A etapa forward resolve 3 estágios x 40 séries = 120 problemas PL, enquanto a etapa backward resolve 3 estágios x 40 séries x 3 aberturas = 360 problemas de PL. Assim, são 480 resoluções por iteração. Como foram 3 iterações necessárias para o problema, contabiliza-se  $3 \times 480 = 1440$  resoluções de PL.

Nota-se a discrepante diferença entre 1440 da PDDE e 90 da PDE. O resultado inicialmente parece equivocado, entretanto, a análise foi feita para um sistema contendo apenas uma usinas hidrelétrica. A PDE começa a se tornar mais lenta na resolução, ao se incluir mais usinas: enquanto a PDDE não tem alteração de parâmetros, com a entrada de outra hidrelétrica no sistema, a PDE precisará de discretizar os volumes de todos os reservatórios do sistema e combiná-los de todas as maneiras possíveis.

A Figura 44 mostra o número de PLs resolvidos pelas duas abordagens, em função do número de hidrelétricas do sistema. Nota-se que, para os parâmetros propostos, a Figura 45, que é um zoom do gráfico anterior, a partir de 2 hidrelétricas, a PDDE começa a ser mais vantajosa.

**Figura 44: Comparação do nº de PL's resolvidas pela PDE e pela PDDE em função do número de hidrelétricas do sistema**



**Figura 45: Zoom no gráfico da figura 14, mostrando momento de cruzamento das técnicas**

## Capítulo 6

### CONCLUSÕES

Neste capítulo, será apresentada a conclusão do trabalho desenvolvido.

#### 6.1 Considerações Iniciais

O presente trabalho mostrou as abordagens PDE e PDDE na solução do problema de planejamento da operação energética. Os exemplos apresentados e resolvidos foram muito simples, para que o trabalho pudesse compor um caso tutorial, mas é importante se ter em mente que o problema apresentado é bem complexo, em vista do número de reservatórios de usinas conectadas ao SIN. Há muitos pontos que não foram abordados nesse trabalho, que podem ser consultados em suas referências.

A análise das FCF's geradas pelas duas metodologias mostrou que a diferença entre elas residiu na forma como ambas tratam a estocasticidade das afluições. A PDE consulta todos os volumes do reservatório, em todos os estágios, retornando uma FCF completa, com cortes para todos os valores. Já a PDDE consulta apenas os volumes de armazenamento calculados pela etapa *forward*, retornando uma FCF com poucos cortes nas regiões de armazenamento pouco comuns.

Realizou-se ainda a comparação do número de PL's resolvidos por ambas as metodologias. Para problemas que podem ser resolvidos tanto pela PDE quanto pela PDDE, a partir de determinados parâmetros comuns, nota-se que a PDDE passa a ser vantajosa a partir de um determinado número de hidrelétricas no sistema hidrotérmico considerado.

Por fim, além da comparação exposta, este trabalho foi preparado com o objetivo de ser bem didático, para permitir que os interessados no assunto compreendam melhor o tema. Toda a programação foi implementada em MatLab que é um ambiente amplamente utilizado em cursos de graduação em Engenharia Elétrica.

#### 6.2 Sugestões Para Estudos Futuros

O presente trabalho realizou análises simplificadas em um pequeno sistema hidrotérmico, tanto pelo caso tutorial, quanto pelo tempo despendido para a realização deste,

que foi curto.

Na continuidade das atividades, há pontos que seriam muito interessantes se considerados e enriqueceriam o programa desenvolvido, como já citado durante o trabalho.

Em síntese, são eles:

- Implementar em Matlab o modelo PAR(p), para que a implementação da PDDE possa utilizar cenários que considerem a tendência hidrológica.
- Implementar o uso de parábolas corretivas para adequar o montante de geração hídrico obtido a partir da produtibilidade média;
- Expandir o programa desenvolvido para sistemas com mais de uma usina hidrelétrica.

## REFERÊNCIAS

BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Princeton University Press. Princeton - N. J. 1962.

BELLONI, A. et al. Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. **Annals of Operations Research**, v. 120, p. 21-44, 2003.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems. **Numerische Mathematik**, v. 4, n. 1, p. 238-252, 1962.

BENDERS, J. F. **Solution Methods for Stochastic Dynamic Linear Problems**. Stanford University, Systems Optimization Laboratory, Dept. of Operations Research, Report 80. [S.l.]. 1980.

CCEE. Preços. **Câmara de Comercialização de Energia Elétrica**, 2015. Disponível em: <<http://goo.gl/tfH3dr>>. Acesso em: Junho 2015.

COSTA, J. P.; PRADO, S.; BINATO, S. **Modelo DECOMP - Manual de Metodologia**. In: Relatório Técnico CEPEL no. DPP/PEL - 639/99. Rio de Janeiro. 1999.

EPE. **Balço Energético Nacional 2014: Relatório Síntese | ano base 2013**. Empresa de Pesquisa Energética - EPE. Rio de Janeiro, p. 54. 2014.

GOMES, R. D. O. **Estudo do impacto da incorporação de usinas hidrelétricas a fio d'água do sistema interligado nacional**. UFJF. Juiz de Fora, p. 123. 2012. (CDU 620.91).

GORESTIN, B. et al. Stochastic Optimization of a HydroThermal Systems Including Network Constraints. **IEEE Transactions on PS**, v. 7, n. 2, Maio 1992.

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa Operacional - fundamentos e modelos**. 1ª. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

MACEIRA, M. E. et al. Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System. **14th Power Systems Computation Conference (PSCC)**, Seville, Spain, 24-28 June 2002.

MACEIRA, M. E. P. . C. A. P. C. . M. A. L. M. **Newave: Especificação Funcional**. CEPEL. Rio de Janeiro. 1999.

MACEIRA, M. E. P. et al. Ten years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil description of the NEWAVE. **Power Systems Computation Conference**, Glasgow, 2008.

MACEIRA, M. E. P. et al. Application of CVaR risk aversion approach in the expansion and operation planning and for setting the spot price in the Brazilian hydrothermal interconnected system. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 72, p. 126-135, 1 Novembro 2015.

MARCATO, A. L. M. **Representação híbrida de sistemas equivalentes e individualizados para o planejamento da operação de médio prazo de sistemas de potência de grande porte**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2002.

ONS. Características Operativas do SIN e a Determinação do Custo Marginal de Operação - CMO. **IV SISEE - Seminário Internacional do Setor de Energia Elétrica**, Rio de Janeiro, 24 Agosto 2009.

ONS. Hidrologia. **Operador Nacional do Sistema**, 2015. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/operacao/hidrologia.aspx>>. Acesso em: Junho 2015.

PENNA, D. D. J. **Definição da Árvore de Cenários de Afluências para o Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo**. 2009. 293f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2009.

PEREIRA, M. V. F. Optimization Scheduling of Hydrothermal Systems – An Overview. **IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems**, Rio de Janeiro, 1985.

PEREIRA, M. V. F. Optimal Stochastic Operations of Large Hydroelectric Systems. **Electrical Power & Energy Systems**, v. 11, n. 3, p. 161-169, Julho 1989.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach. **Water Resources Research**, v. 21, n. 6, p. 779-792, Junho 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied, Rio de Janeiro, Dezembro 1988. 17.

ROSENTHAL, R. D. The Status of Optimization Models for The Operation of Multi-reservoir Systems with Stochastic Inflows and Non Separable Benefits. **Rep. 75, Tenn. Water Res. Cent**, Knoxville, Maio 1985.

SHAPIRO, A. et al. Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method. **European Journal of Operational Research**, v. 224, p. 375-391, January 2013. ISSN ISSN 0377-2217.

SIQUEIRA, T. G. D. **Comparação entre Programação Dinâmica Estocástica Primal e Dual no Planejamnto da Operação Energética**. Unicamp. Campinas. 2003. (Si75c).

SOUZA, R. C. et al. **Planejamnto da operação se sistemas hidrotérmicos no Brasil: geração de cenários e otimização**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: PUC Rio, 2014.

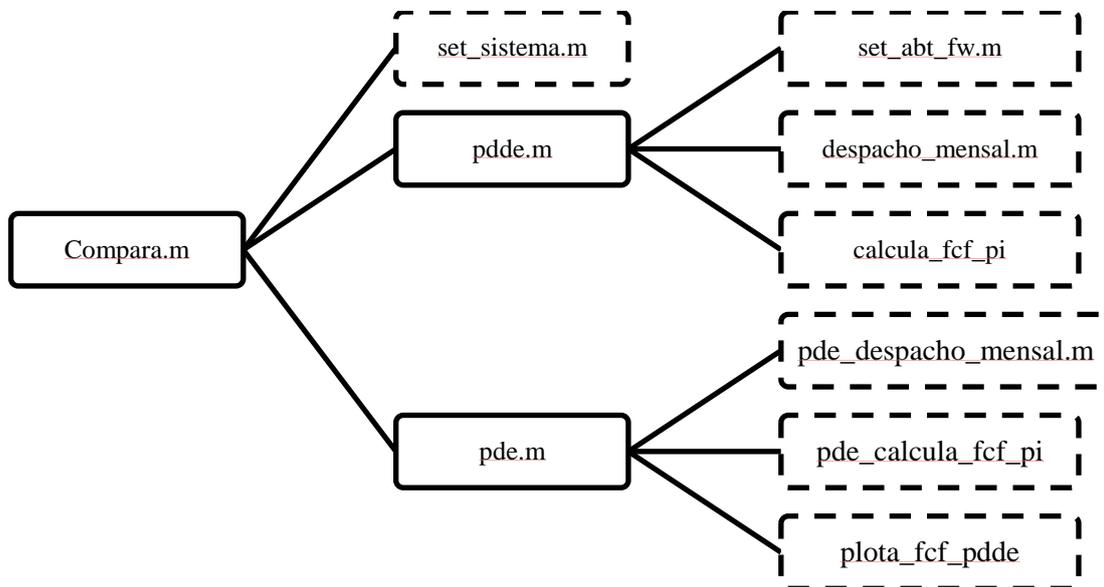
## Apêndice A

### PROGRAMA DESENVOLVIDO | ALGORÍTMOS PDE E PDDE

Este apêndice apresenta o programa desenvolvido para comparação das metodologias PDE e PDDE na geração da FCF.

O programa está organizado como mostrado pela Figura 46, na qual os arquivos que representam scripts são mostrados com bordas contínuas e os arquivos que representam funções associadas a algum script, têm bordas seccionadas.

**Figura 46: Organização dos arquivos que compõem o programa original.**



A codificação desses arquivos é exposta nas seções seguintes. A parte do código em verde, precedida do símbolo de porcentagem (%), representa comentários que auxiliarão na compreensão do programa.

#### A.1 Arquivo “compara.m”

Arquivo que contém o programa principal. Nele são definidos os parâmetros de entrada do problema, como número de aberturas, *forwards*, discretizações, entre outros, e a partir dele, as metodologias PDE e PDDE são executadas.

```

%LIMPEZA DE DADOS DO MATLAB-----
close all;
clear all;
clc;
  
```

```

%DADOS DE ENTRADA -----
n_est = 3; %n° de estágios da PDDE
mes_ini = 1; %Mês referente ao primeiro estágio do problema
n_disc = 10; %n° de volumes discretizados
codigo = [31]; %Código das usinas utilizadas
n_abt = 5; %Número de aberturas
n_fw = 100; %Número de forwards
n_iter = 5; %Número máximo de iterações
Sys=set_sistema(codigo,n_disc,mes_ini,n_est); %Define sistema hidrotérmico, universo do estudo

pdde; %Roda o arquivo "pdde.m" e guarda FCF como a variável A.
pde; %Roda o arquivo "pde.m" e, para cada estágio, plota as duas FCFs

```

### A.1.1 Arquivo “set\_sistema.m”

Essa função é chamada pelo arquivo principal “compara.m” e calcula todos os parâmetros do sistema abordados no capítulo 2 deste trabalho, armazenando-os em uma única estrutura (Sys), que será utilizada por ambos os métodos: PDE e PDDE. Os parâmetros de entrada são, nesta ordem: código da usina, número de discretizações desejado, mês correspondente ao estágio inicial, número de estágios.

```

function [ Sys ] = set_sistema(codigo, n_disc, mes_ini, n_est)
perdas = 1.2; %Perda da usina em porcentagem
teifh=2.92; %Tempo de indisponibilidade forçada [%]
iph=12.12; %Tempo de indisponibilidade programada [%]
Sys = []; %Estrutura com dados do sistema
f_VQ = power(10,-6)*30*24*60*60;%Fator de conversão de m³/s para hm³/m

%LEITURA DO HIDR.DAT -----
[nome posto vmax vmin nrconj nrmaqconj pefconj qefconj pcv cfmed pca cfevap pdtesp turb...
href pvnj qmin] = le_hidr();
vutil=vmax-vmin;

%NÚMERO DE UINAS DO SISTEMA -----
Sys.n_usi = size(codigo); %numero de usinas do sistema - para futuro

for i=1:Sys.n_usi

%NOME DA USINA -----
Sys.nome = nome(codigo(i), 1:12);
Sys.posto = codigo(i);

%PRODUTIBILIDADE MÉDIA -----
Vol_med = (0.65*vutil(codigo(i))) + vmin(codigo(i));%Volume médio
cota_med = pcv(codigo(i), 1) + ... %Cota média (pcv: pol cota-volume)
pcv(codigo(i), 2)*Vol_med +...
pcv(codigo(i), 3)*power(Vol_med,2) +...
pcv(codigo(i), 4)*power(Vol_med,3)+...
pcv(codigo(i), 5)*power(Vol_med,4);
H_med = ( cota_med - cfmed( codigo(i) ) )*(1 - (perdas/100) );%Em [m]
Sys.pdt = H_med * pdtesp(codigo(i)); %produtibilidade média[MW/m³/s]
Sys.pdt = Sys.pdt * (1/f_VQ); %produtibilidade média[MW/hm³]

%ENGOLIMENTO MÁXIMO -----

for j=1:size(nrconj(codigo(i))) %Varre conjuntos de máquinas
p_inst= nrmaqconj(codigo(i),j) * pefconj(codigo(i),j);%Calcula potencia efetiva
end

%Volume máximo turbinável mensal em fção da indisponibilidade forçada e programada
Sys.vtmax = ( p_inst * (1- (teifh/100) ) * (1- (iph/100) ) ) /Sys.pdt;

%VARIAÇÃO DE VOLUME -----
Sys.vmax = vmax(codigo(i)); %recebe vol máx da usina[hm³]
Sys.vmin = vmin(codigo(i)); %recebe vol min da usina[hm³]
Sys.vutil = vutil(codigo(i)); %calcula volume útil [hm³]

```

```

%PARA PDE SOMENTE
    Sys.var_vol = Sys.vutil/(n_disc - 1);           %calcula variações de volume

    %DEFINIÇÃO DOS CENÁRIOS -----
    tamanho_hist = tam_hist();                   %Tamanho do histórico do VAZAO.DAT
    Q_nat = le_vazao(posto(codigo(i)), tamanho_hist); %Leitura das vazões de Itumbiara
    mes_fim = mes_ini+n_est-1;
    Sys.cenario = Q_nat(:,mes_ini:mes_fim);      %matriz de cenários de afluência
    Sys.cenario = Sys.cenario';                 %Transpõe matriz
    Sys.cenario = Sys.cenario*f_VQ;             %Converte vazão em volume mensal
    Sys.n_cen = size(Sys.cenario, 2);           %n° de cenários de afluências

end

%VARIÁVEIS DAS TÉRMICAS E DÉFICIT DO SISTEMA EM ESTUDO -----
Sys.c_def=500;                                %Custo do déficit
Sys.carga = 1.5*1530;                          %Demanda, em [MW]
Sys.gt1 = 800;                                 %Capacidade da Térmica 1, [MW]
Sys.c_gt1 = 10;                                %Custo da térmica 1, u.m/MW_med]
Sys.gt2 = 1200;                                %Capacidade da Térmica 1 [MW]
Sys.c_gt2 = 25;                                %Custo da térmica 1 [.m/MW_med]

end

```

## A.2 Arquivo “pdde.m”

Este arquivo executa o algoritmo da PDDE e armazena a FCF do método na estrutura “A”. O gráfico de A é plotado no script da PDE.

As funções dependentes desse script são: set\_abt\_fw.m, despacho\_mensal.m e calcula\_fcf\_pi.m, que serão abordadas nas próximas subseções.

```

%CONSTANTES -----
f_VQ = power(10,-6)*30*24*60*60;              %Fator de conversão de Q[m³/s] para Vol[hm³/mês]
TOL = 500;

%VARIÁVEIS DO SISTEMA - USINAS EM ESTUDO -----
VI_fixo = (0.65*Sys.vutil) + Sys.vmin;        %Volume inicial de 1º estágio.
%Define aberturas e séries (forwards)
[abertura, fw] = set_abt_fw(Sys.posto, n_est, mes_ini, n_abt, n_fw);
A = [];

%SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PDDE -----
z_sup=[];
z_inf=[];
flag=1;

%Structure que guarda atributos da FCF:
A.nrcortes = zeros(1, n_est);
A.coefangular = cell(1, n_est);
A.termoindep = cell(1, n_est);
A.volume = cell(1, n_est);
A.custo = cell(1, n_est);

for iter=1:n_iter

    VI=zeros(n_est, n_fw);                    %Volume inicial por estágio e série
    vf=zeros(n_est, n_fw-1);                 %Volume final por estágio e série
    custo = zeros(1, n_fw);                   %Custo médio do último estágio, por série
    pim = zeros(1, n_fw);                     %Multiplicador de Lagrange médio por série
    co = zeros(1, n_fw);                      %Custo operacional por série, para todos estados
    co_medio = 0;                             %Custo operacional médio de todas as séries

    % ETAPA FORWARD
    c_lest = 0;                               %Custo de primeiro estágio
    for i_est_fw = 1:n_est                    %Percorre estágios da PDDE - forward

```

```

if (i_est_fw == 1) %Para o 1º estágio, o VI é dado.
    VI(i_est_fw, :) = VI_fixo;
else
    VI(i_est_fw, :) = vf(i_est_fw-1, :); %Para qualquer outro estágio, VI = vf anterior
end
for i_fw= 1:n_fw %Resolve otimização do estágio i_est
    [x, ci, cicf]=despacho_mensal(VI(i_est_fw,i_fw),A, Sys, fw(i_est_fw,i_fw), i_est_fw);
    vf(i_est_fw, i_fw) = x(1); %Armazena vf da decisão para próximo estágio
    co(i_fw) = co(i_fw)+ci; %Calcula somatório de ci por série

    if (i_est_fw == 1)
        c_lest = c_lest + cicf; %Calcula somatório custo de primeiro estágio
        if (i_fw == n_fw) %Calcula a média de c1_est e atualiza z_inf
            c_lest = c_lest / n_fw;
            z_inf = [z_inf c_lest];
        end
    end

    if(i_est_fw == n_est)
        co_medio=co_medio + co(i_fw); %Calcula somatório para co_medio

        if(i_fw == n_fw) %Na última série, calcula co_medio e z_sup
            co_medio = co_medio/n_fw;
            z_sup = [z_sup co_medio];
        end
    end

end
end

% ETAPA BACKWARD
% Percorre do último ao segundo estágio.
for i_est_bk = n_est:-1:2
    if(iter == 1 && i_est_bk == n_est-1)
        flag=0;
    end
    for i_fw = 1:n_fw %Percorre séries para cálculo de custo
        custo_med = 0;
        pi_med = 0;
        for(j = 1:n_abt) %Para VI de cada série e todas as aberturas
            [x, ci, cicf, pi] = despacho_mensal(VI(i_est_bk, i_fw), A, Sys, ...
                abertura(i_est_bk,j), i_est_bk);

            custo_med = custo_med + cicf;
            pi_med = pi_med + pi;
        end
        custo_med = custo_med/n_abt; %Custo médio para (último estágio, série j)
        pi_med = pi_med/n_abt; %Pi médio para (último estágio, série j)
        custo(i_fw) = custo_med; %Vetor custo associado ao VI para montar FCF
        pim(i_fw) = pi_med; %Vetor pi associado ao custo para montar FCF
    end

    %Calcula FCF para estágio i_est_bk, que servirá de restrição aos próximos PLs.
    %Guarda valor do estágio em que vai-se usar a FCF (i_est_bk-1)
    A = calcula_fcf_pi(flag, A, custo, VI(i_est_bk,:), pim, n_fw, i_est_bk-1);
end

sigma = z_sup(iter) - z_inf(iter);
if abs(sigma)<=TOL %Checa se solução está dentro do desejado
    break;
end

end
figure; %Plota limites inferior e superior
plot(z_sup);
hold on;
plot(z_inf);

```

### A.2.1 Função “set\_abt\_fw.m”

Essa função inicializa as matrizes de aberturas(a) e *forward* (f), a partir do posto da usina escolhida (posto), número de estágios do problema (n\_est), mês correspondente ao estágio inicial (mês\_ini), número de aberturas (n\_abt) e número de *forward* (n\_fw) desejados.

```

function [ a, f ] = set_abt_fw( posto, n_est, mes_ini, n_abt, n_fw)

    f_VQ = power(10,-6)*30*24*60*60;           %Fator de conversão de [m³/s] para[hm³/mês]
    abertura = [];
    fw = [];

    tamanho_hist = tam_hist();                 %Tamanho do histórico do VAZAO.DAT
    Q_nat = le vazao(posto,tamanho_hist);      %Leitura das vazões naturais
    V_nat = Q_nat*f_VQ;                        %Mostra V_nat

    %DEFINIÇÃO DAS ABERTURAS -----
    abertura.vol = zeros(n_est, n_abt);        %Vetor com valores de volume da abertura
    abertura.ano = zeros(n_est, n_abt);        %Linha do histórico referente ao volume da.
                                                %das aberturas acima

    for i_est = 1:n_est                         %Percorre estágios do problema
        for i_abt = 1:n_abt                     %Percorre aberturas
            aux = randi(tamanho_hist);
            abertura.ano(i_est, i_abt) = aux;   %guarda linha do histórico sorteado
            abertura.vol(i_est, i_abt) = V_nat(aux, mes_ini+i_est-1);%guarda volume sorteado
        end
    end
    a = abertura.vol;                           %Recebe a matriz de volumes

    %DEFINIÇÃO DOS FORWARDS -----
    fw.vol = zeros(n_est, n_fw);               %Matriz com os dados do caminho traçado
    fw.abt = zeros(n_est, n_fw);               %Matriz com o número de aberturas...
                                                %referentes aos caminhos traçados

    for i_est = 1:n_est
        for i_fw = 1:n_fw
            aux = randi(n_abt);
            fw.abt(i_est, i_fw) = aux;
            fw.vol(i_est, i_fw) = abertura.vol(i_est,aux);
        end
    end
    f = fw.vol;

end

```

## A.2.2 Função “despacho\_mensal.m”

Essa função resolve o problema de PL a partir de um volume de entrada, de uma estrutura que guarda informações sobre os cortes da FCF, da estrutura que contém as variáveis do sistema, da série de afluições para o estágio em questão e o número do estágio em questão. A função retorna um vetor  $x$  contendo a decisão ótima, o custo imediato de operação ( $ci$ ), a soma do custo imediato e do custo futuro esperado para aquela decisão ( $cicf$ ) e o coeficiente de Lagrange associado à restrição de balanço hídrico ( $pi$ ).

```

function [ x, ci, cicf, pi ] = despacho_mensal ( VI, CORTES, SYS, AFL, i_est)

c = [ 0 0 0.01 SYS.c_gt1 SYS.c_gt2 SYS.c_def 1 ];
%Vetor de coeficientes da FOB: Min c*x, sendo x:
%x = [ vf vt vv c_gt1 c_gt2 c_def alfa ]

if CORTES.nrcortes == 0
%Se ainda não há FCF, as matrizes A e B continuam vazias
    A = [];
    B = [];
else
%Senão, inicializam-se as inequações que compõem as restrições de FCF
    A = [];
    B = [];
    fim = CORTES.nrcortes(i_est);

```

```

for ireta = 1:fim
    A = [ A ; [ CORTES.coefangular{i_est}(ireta) 0 0 0 0 0 -1 ] ];
    B = [ B ; -CORTES.termoindep{i_est}(ireta) ];
end
end

Aeq = [ [ 1 1 1 0 0 0 0 ]; ...
        [ 0 SYS.pdt 0 1 1 1 0 ] ];

Beq = [ [VI+AFL]; [SYS.carga]];
%Restrições de igualdade: Aeq.x = Beq

ub = [ SYS.vmax SYS.vtmax inf SYS.gt1 SYS.gt2 inf inf ];
lb = [ SYS.vmin 0 0 0 0 0 0 ];
%Limites inferior e superior das variáveis da FOB (x)

[x,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAGRANGE] = linprog(c,A,B,Aeq,Beq,lb,ub);
%Resolve problema de PL

pi = -LAGRANGE.eqlin(1);
%Armazena multiplicador de Lagrange

ci = [ 0 0 0.01 SYS.c_gt1 SYS.c_gt2 SYS.c_def 0 ]*x;
%Custo imediato = custo operacional
cicf = [ 0 0 0.01 SYS.c_gt1 SYS.c_gt2 SYS.c_def 1 ]*x;
%Custo imediato + custo futuro esperado
end

```

### A.2.3 Função “calcula\_fcf\_pi”

Essa função calcula os termos de cada corte da FCF gerada através da PDDE. Ela recebe como entrada uma variável ‘flag’, valorada com 1 apenas na primeira execução dessa função e com 0 nas demais, o vetor de custo médio (custo) associado ao vetor de volume final (volume) que o gerou, o coeficiente médio de Lagrange (pim), o número de séries (n\_fw) e o estágio em análise (i\_est).

O retorno da função é uma estrutura (A) para o estágio em análise, contendo o número de cortes da FCF (nrcortes), vetores com os seguintes parâmetros de cada corte: coeficiente angular (coefangular), termo independente (termoindep), volume e custo.

```

function [ A ] = calcula_fcf_pi(flag, A, custo, volume, pim, n_fw, i_est )

if(flag)
    A.nrcortes(i_est) = size(custo,2); %n° de cortes da FCF no início
else
    A.nrcortes(i_est) = A.nrcortes(i_est) + size(custo, 2); %soma do n°de cortes, se já havia
end

for ireta = 1:n_fw %Percorre todos os cortes
    A.coefangular{i_est} = [A.coefangular{i_est} pim(ireta)];%Coef. angular do corte
    b = custo(ireta) - pim(ireta)*volume(ireta); %termo independente do corte
    A.termoindep{i_est} = [A.termoindep{i_est} b]; %Vol. inicial associado ao custo
    A.volume{i_est} = [A.volume{i_est} volume(ireta)]; $Custo médio associado à chegar
    A.custo{i_est} = [A.custo{i_est} custo(ireta)]; $ao mês com o vol. inicial acima
end
end

```

### A.3 Arquivo “pde.m”

Este arquivo executa o algoritmo da PDE, armazena a FCF do método na estrutura “A\_pde” e plota as FCFs das duas metodologias em um mesmo gráfico.

As funções dependentes desse script são: pde\_despacho\_mensal.m e pde\_calcula\_fcf\_pi.m e plota\_fcf\_pdde, que serão abordadas nas próximas subseções.

```

A_pde = []; %Inicia estrutura de dados com parâmetros da FCF
v=[]; %v e c são vetores para auxiliar na plotagem da
c=[]; %FCF da PDDE.

%SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PDE -----
for i_est= n_est:-1:1 %Percorre estágios da PDE
    VI = Sys.vmax; %Volume inicial
    custo = []; %Vetor de custos por discretização de volume
    volume = []; %Vetor de volumes associados ao custo
    pim = []; %Vetor de multiplicadores de Lagrange

    for i_disc = 1:n_disc %Percorre discretizações daquele estágio
        custo_med = 0;
        pi_med=0;

        for i_cen = 1:n_abt %Percorre todos cenários para uma mesma discretização

            %calcula decisão ótima e custo dela, considerando custo futuro
            [x, c, pi] = pde_despacho_mensal(VI, abertura(i_est, i_cen) , A_pde, Sys);
            custo_med = custo_med + c; %Soma custos de todos os cenários
            pi_med = pi_med+pi; %Soma multiplicadores de Lagrange dos cenários
        end

        custo_med = custo_med / n_abt;
        pi_med=pi_med/n_abt; %faz a média de pi's de todos os cenários
        custo = [ custo custo_med ]; %vetor custo tem a média de custos para cada volume
        volume = [ volume VI ]; %volume associado ao vetor de cima
        pim = [pim pi_med];
        VI = VI - Sys.var_vol; %decrece volume pra nova iteração
    end

    opt = mes_ini+i_est-1; %Escolhe título do gráfico de acordo com estágio
    switch opt
        case 1
            mes='Janeiro';
        case 2
            mes='Fevereiro';
        case 3
            mes='Março';
        case 4
            mes='Abril';
        case 5
            mes='Maio';
        case 6
            mes='Junho';
        case 7
            mes='Julho';
        case 8
            mes='Agosto';
        case 9
            mes='Setembro';
        case 10
            mes='Outubro';
        case 11
            mes='Novembro';
        case 12
            mes='Dezembro';
        otherwise
    end
end

figure;

```

```

plot(volume,custo, '--rs');           %plota custo x volume PDE
title(mes);
xlabel('Volume inicial [hm³]');
ylabel('Custo [u.m]');

if(i_est~=1)                           %Se o estágio é diferente do primeiro
    hold on
    %Plota FCF da PDDE no mesmo gráfico, através da discretização de volume e minimização
    %dos cortes.
    [c, v] = plota_fcf_pdde(A, Sys, i_est-1);
    plot(v, c, '--bs');
end

[ A_pde ] = pde_calcula_fcf_pi(custo,volume, pim); %calcula a FCF da PDE
end

```

### A.3.1 Arquivo “pde\_despacho\_mensal.m”

Essa função resolve o problema de PL a partir de um volume de entrada, da série de afluições para o estágio em questão, de uma estrutura que guarda informações sobre os cortes da FCF, da estrutura que contém as variáveis do sistema e o número do estágio em questão. A função retorna um vetor  $x$  contendo a decisão ótima, a soma do custo imediato e do custo futuro esperado para aquela decisão (custo) e o coeficiente de Lagrange associado à restrição de balanço hídrico ( $\pi$ ).

```

function [ x, custo, pi ] = pde_despacho_mensal ( VI, AFL, CORTES, SYS)

c = [ 0 0 0.01 SYS.c_gt1 SYS.c_gt2 SYS.c_def 1 ];

%c = [ vf vt vv c_gt1 c_gt2 c_def alfa ]

if size(CORTES,1) == 0
%Se CORTES estiver vazio, as matrizes A e B continuam vazias
    A = [];
    B = [];
else
%Senão, inicializa a restrição de desigualdade
    A = [];
    B = [];
    for ireta = 1:CORTES.nrcortes
        A = [ A ; [ CORTES.coefangular(ireta) 0 0 0 0 0 -1 ] ];
        B = [ B ; -CORTES.termoindep(ireta) ];
    end
end

Aeq = [ [ 1 1 1 0 0 0 0 ]; ...
        [ 0 SYS.pdt 0 1 1 1 0 ] ];
Beq = [ [VI+AFL];...
        [SYS.carga]];
%Restrições de igualdade: Aeq.x = Beq

ub = [ SYS.vmax SYS.vtmax inf SYS.gt1 SYS.gt2 inf inf ];
lb = [ SYS.vmin 0 0 0 0 0 0 ];

[x,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAGRANGE] = linprog(c,A,B,Aeq,Beq,lb,ub);

pi = -LAGRANGE.eqlin(1);
custo = [ 0 0 0 SYS.c_gt1 SYS.c_gt2 SYS.c_def 1 ]*x;

end

```

### A.3.2 Arquivo “pde\_calcula\_fcf\_pi.m”

Essa função calcula os termos de cada corte da FCF gerada através da PDE. Ela recebe como entrada o vetor de custo médio (custo) associado ao vetor de volume (volume), contendo todos os valores de discretizações, e o coeficiente médio de Lagrange (pim).

O retorno da função é uma estrutura (A) para o estágio em análise, contendo o número de cortes da FCF (nrcortes), vetores com os seguintes parâmetros de cada corte: coeficiente angular (coefangular), termo independente (termoindep).

```
function [ A ] = pde_calcula_fcf_pi(custo, volume, pim )
A.nrcortes = size(custo,2);
for ireta = 1:A.nrcortes
    A.coefangular(ireta) = pim(ireta);
    A.termoindep(ireta) = custo(ireta) - pim(ireta)*volume(ireta);
end
end
```

### A.3.3 Arquivo “plota\_fcf\_pdde.m”

Essa função foi criada para resolver o problema de PL mostrado em (4.9). Ela recebe a estrutura com os dados da FCF da PDDE (FCF), a estrutura de variáveis do sistema (Sys) e o estágio que estiver em análise (estagio). A função discretiza o volume útil do reservatório em um mesmo número de pontos utilizados pela PDE e minimiza a FCF para tais pontos. O resultado é um vetor custo de custo, associado ao vetor de volumes discretizados, que será plotado externamente à essa função.

```
function [ custo, volume ] = plota_fcf_pdde(FCF, Sys, estagio)
i_min = Sys.vmin;
i_max = Sys.vmax;
volume = [];
custo = [];
Aeq = [];
Beq = [];
ub = [inf];
lb = [0];
for i=i_min:Sys.var_vol:i_max
    x = [1];
    if FCF.nrcortes == 0
%Se FCF tiver apenas 1 linha (último estágio), as matrizes A e B continuam vazias
        A = [];
        B = [];
    else
%Senão, inicializa a restrição de desigualdade
        A = [];
        B = [];
        fim = FCF.nrcortes(estagio);
        for ireta = 1:fim
            A = [ A ; [ -1 ] ];
            B = [ B ; -FCF.termoindep(estagio)(ireta) -
(FCF.coefangular(estagio)(ireta)*i) ];
        end
    end
end
```

```
    end
    z = linprog(x, A, B, Aeq, Beq, lb, ub);
    volume = [volume i];
    custo = [custo z];
end
end
```