

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

PIERRE DE AZEVEDO CARCERERI

**BREVE ESTUDO DE APLICAÇÕES DE TEORIA DOS JOGOS
EM LEILÕES DE ENERGIA ELÉTRICA**

Juiz de Fora, MG - Brasil

Março de 2016

PIERRE DE AZEVEDO CARCERERI

**BREVE ESTUDO DE APLICAÇÕES DE TEORIA DOS JOGOS
EM LEILÕES DE ENERGIA ELÉTRICA**

Relatório final, apresentado a Universidade Federal De Juiz De Fora, como parte das exigências para a obtenção do título de engenheiro eletricista.

Orientador: Prof. Bruno Henriques Dias

Juiz de Fora, MG - Brasil

Março de 2016

Carcereri, Pierre de Azevedo.

Estudos de Aplicações de Teoria dos Jogos em Leilões de
Energia Elétrica/

Pierre de Azevedo Carcereri. - 2016.

65f. : il.

Orientador: Prof. Bruno Henriques Dias

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade

Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2016.

1. Teoria dos Jogos. 2. Leilões. 3. Equilíbrio de Nash.

PIERRE DE AZEVEDO CARCERERI

**BREVE ESTUDO DE APLICAÇÕES DE TEORIA DOS JOGOS
EM LEILÕES DE ENERGIA ELÉTRICA**

Relatório final, apresentado a Universidade Federal de Juiz de Fora, como parte das exigências para a obtenção do título de engenheiro eletricista.

Orientador: Prof. Bruno Henriques Dias

Aprovada em 17 de março de 2016

Prof. D.Sc. Bruno Henriques Dias (Orientador)
Depto. de Energia Elétrica - UFJF

Prof. D.Sc. Leonardo Willer de Oliveira
Depto. de Energia Elétrica - UFJF

Profa. D.Sc. Cristina Márcia Barros de Castro
Depto. de Engenharia de Produção - UFJF

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me guiar até o fim de mais uma empreitada.

Aos meus pais por incondicional apoio e compreensão durante esses anos de estudo.

Aos familiares que de alguma forma me ajudaram.

Aos meus companheiros de classe, que me ajudaram inúmeras vezes durante esses anos, compartilhando além dos estudos momentos de descontração.

A todos aqueles com quem convivi morando em Juiz de Fora, sempre uma galera alto astral e de boa convivência.

Aos professores com quem tive contato, em especial o professor Bruno, que me orientou no meu trabalho, com enorme paciência e compreensão.

Aos amigos de Mar de Espanha pelos momentos de alegria que ajudavam a aliviar o estresse.

À galera do Bloco Papai Frenético por aguentar meus momentos de estresse em tentar conciliar as duas coisas.

Aos membros da banca pela atenção.

*“Não importa o que digam ou pensem,
alcançaremos os nossos objetivos com aquele
que nos protege”. (Jacques DeMolay)*

RESUMO

BREVE ESTUDO DE APLICAÇÕES DE TEORIA DOS JOGOS EM LEILÕES DE ENERGIA ELÉTRICA

Pierre de Azevedo Carcereri

Março, 2016

Orientador: Prof. Bruno Henriques Dias.

Este trabalho se trata de uma revisão bibliográfica dos principais artigos na área de teoria dos jogos aplicados a mercados de energia elétrica, com foco especial em leilões de energia. Como introdução ao tema são apresentados os principais regimes econômicos de mercado, depois analisados os principais modelos de duopólios como de Cournot, Bertrand e Stackelberg. Uma introdução a história e aos conceitos da teoria dos jogos é exposta contendo explicações sobre o conceito de Equilíbrio de Nash e estratégias, além de alguns modelos clássicos de jogos. No desdobrar do trabalho são analisados artigos que tratam da negociação de energia elétrica na forma de leilões. Diversos temas são abordados, sendo os principais o método de fechamento de preços do leilão; as estratégias dos jogadores de acordo com a demanda do sistema; o valor pago pelos consumidores finais da energia, assim como o valor que maximiza o lucro das empresas vendedoras. O presente trabalho apresenta de maneira breve a importância da Teoria dos Jogos para os mercados de energia elétrica e objetiva montar um arcabouço inicial para futuros trabalhos relacionados a mercados de energia, em especial trabalhos relacionados com leilões de energia elétrica.

ABSTRACT

BRIEF STUDY OF GAME THEORY APPLICATIONS IN ELECTRICITY AUCTIONS

Pierre de Azevedo Carcereri

March, 2016

Supervisor: Prof. Bruno Henriques Dias.

This work presents a brief bibliographical review of game theory applied to electricity markets. The main focus is on electricity auctions. The main economical market models are presented as an introduction, presenting the main duopoly models of Cournot, Bertrand and Stackelberg. An introduction to the history and main concepts of Nash Equilibrium and game strategies as well as some classical game models is also presented. Some articles related to the decision in electricity markets are also presented. The main themes described in this paper include the auction clearing price, the players strategies according to the system demand, the buyers final price in auction and the sellers' profit maximization. This work presents the importance of Game Theory to the electricity markets and aims at setting the basics for future works related to electricity markets, especially energy auctions.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: Curvas de reação das empresas, Equilíbrio de Cournot..... | 23 |
| Figura 2: Sistema de três barramentos estudado | 43 |
| Figura 3: Curva do lucro das unidades geradoras em função de sua produção, 3 geradores ... | 43 |
| Figura 4: Curva do lucro das unidades geradoras em função de sua produção, 4 geradores ... | 44 |
| Figura 5: Diferença entre os mecanismos de preço uniforme e Pay-as-Bid..... | 46 |
| Figura 6: Preço da energia pago por hora pelos consumidores nas duas estruturas de mercado analisadas..... | 51 |
| Figura 7: Preço da energia pago por hora pelos consumidores nas duas estruturas de mercado analisadas..... | 53 |
| Figura 8: Sistema de dois barramentos..... | 58 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1: Exemplo de Matriz de payoffs..... | 31 |
| Tabela 2: Matriz de Payoff do Dilemas dos Prisioneiros | 35 |
| Tabela 3: Matriz de Payoff da Batalha dos Sexos | 36 |
| Tabela 4: Matriz de Payoffs de Estratégias Dominantes | 37 |
| Tabela 5: Exemplo Maximin | 38 |
| Tabela 6: Dados do sistema de duas regiões | 48 |
| Tabela 7: Carga Horária em MW para o sistema em suas duas regiões..... | 48 |
| Tabela 8: Receitas totais em Euros das empresas de geração considerando o mercado do dia seguinte, sem restrições de transmissão | 49 |
| Tabela 9: Produção total das Unidades de Geração [MWh] considerando o mercado do dia seguinte, sem restrição de transmissão | 49 |
| Tabela 10: Receitas totais em Euros das empresas de geração considerando o mercado do dia seguinte, com restrições de transmissão em 400 MW | 51 |
| Tabela 11: Produção total das Unidades de Geração [MWh] considerando o mercado do dia seguinte, com restrições de transmissão em 400 MW | 52 |
| Tabela 12: Estratégias horárias dos jogadores, no Equilíbrio de Nash | 56 |
| Tabela 13: Valores horários de geração, lucro, preço de venda ideal e perdas | 57 |
| Tabela 14: Potência e custo marginal dos geradores | 59 |
| Tabela 15: Situação onde os agentes não agem estrategicamente..... | 59 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|--------------|--------------------------------------|
| BCM | <i>Bid Cost Minimization</i> |
| CC | Ciclo Combinado |
| ISO | <i>Independent System Operator</i> |
| LMP | <i>Local Marginal Pricing</i> |
| PAB | <i>Pay-as-Bid</i> |
| PCM | <i>Payment Cost Minimization</i> |
| RESCO | <i>Retail Energy Service Company</i> |
| RET | <i>Revenue Equivalence Theorem</i> |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| LISTA DE FIGURAS | IX |
| LISTA DE TABELAS | X |
| LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS | XI |
| CAPÍTULO 1 | 14 |
| 1. INTRODUÇÃO | 14 |
| 1.1 Objetivos | 14 |
| 1.2 Estrutura do Trabalho | 15 |
| CAPÍTULO 2 | 16 |
| 2. FUNDAMENTOS DE MODELOS DE MERCADO | 16 |
| 2.1 Conceitos Básicos | 16 |
| 2.2 Principais Regimes de Mercado | 16 |
| 2.2.1 Concorrência ou Competição Perfeita | 16 |
| 2.2.2 Monopólio | 17 |
| 2.2.3 Oligopólio | 18 |
| 2.2.4 Competição ou Concorrência Monopolística | 19 |
| 2.3 Modelo de Cournot | 20 |
| 2.3.1 Exemplo do modelo de Cournot em um Duopólio | 20 |
| 2.4 Modelo de Stackelberg (Conceito Líder e Seguidor) | 25 |
| 2.4.1 Exemplo do modelo de Stackelberg em um duopólio | 26 |
| 2.5 Modelo de Bertrand | 26 |
| CAPÍTULO 3 | 28 |
| 3. INTRODUÇÃO A TEORIA DOS JOGOS | 28 |
| 3.1 Um Breve Histórico da Teoria dos Jogos | 28 |

| | | |
|-------------------|---|-----------|
| 3.2 | Conceitos Gerais | 30 |
| 3.2.1 | O que é um jogo? | 30 |
| 3.2.2 | A matriz de ganhos (payoff) de um jogo | 30 |
| 3.2.3 | Jogos Cooperativos e Não Cooperativos | 31 |
| 3.2.4 | Jogos de Informação Perfeita e Jogos de Informação Imperfeita | 31 |
| 3.2.5 | Jogos simultâneos | 32 |
| 3.2.6 | Jogos Sequenciais | 32 |
| 3.2.7 | Leilões | 33 |
| 3.3 | Equilíbrio de Nash | 33 |
| 3.4 | Alguns Jogos Importantes | 34 |
| 3.4.1 | Dilema dos Prisioneiros | 34 |
| 3.4.2 | Batalha dos Sexos | 35 |
| 3.5 | Conceito de Estratégia | 36 |
| 3.5.1 | Comportamento Estratégico | 36 |
| 3.5.2 | Estratégias Dominantes | 37 |
| 3.5.3 | Estratégia Maximin | 37 |
| 3.5.3.1 | Exemplo maximin (PINDYCK; RUBINFELD, 2006) | 38 |
| 3.5.4 | Estratégia MiniMax | 39 |
| 3.5.5 | Estratégia Mista | 39 |
| CAPÍTULO 4 | | 40 |
| 4. | APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA | 40 |
| 4.1 | Teoria dos jogos em Leilões de energia | 41 |
| CAPÍTULO 5 | | 61 |
| 5. | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 61 |
| 5.1 | Sugestões Para Estudos Futuros | 61 |
| 6. | REFERÊNCIAS | 63 |

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Atualmente, com um mundo altamente globalizado no qual as decisões tomadas por uma empresa podem refletir, de maneira direta ou indireta, em outras do outro lado do mundo, as estratégias, objetivos, modelos adotados interlaçam o mercado de diversas formas como se todos fossem participantes de um jogo, e nesse cenário o objetivo dos jogadores é maximização dos lucros.

No mercado de energia elétrica e sistemas de potência não é diferente, os agentes interagem desde muito antes da construção das unidades de geração até o preço final pago pelos consumidores. Na verdade, o mercado de energia é um ótimo exemplo da interação desses “jogadores” e para uma análise mais detalhada será introduzida o conceito de teoria dos jogos.

Teoria dos jogos é uma teoria matemática elaborada com o objetivo de estudar os fenômenos que podem ser observados em situações quando dois ou mais agentes de decisão, ou jogadores, interagem entre si, podendo escolher diferentes estratégias que o levaram a diversas saídas. Na maioria das vezes, o objetivo das empresas, que se portam como tomadores de decisão, é de melhorar seus retornos, no entanto, muitos outros fatores são importantes nas escolhas das jogadas ou ações. A racionalidade dos jogadores e a informação que os participantes detém sobre o jogo são peças chaves para o desenrolar dos processos (SARTINI; GARBUGIO; BORTOLOSSI, 2004).

1.1 Objetivos

O presente trabalho tem por objetivo a realização de uma revisão da literatura, visando investigar a evolução dos estudos relativos as estratégias tomadas por agentes de mercado baseado na teoria dos jogos. Muitas pesquisas já foram e estão sendo desenvolvidas utilizando as ideias da teoria dos jogos nas mais diversas áreas.

Esse trabalho tem por foco o mercado de energia elétrica, estuda as metodologias e melhorias que estão sendo propostas utilizando teoria dos jogos. Com um foco maior na área

de leilões, o objetivo é trazer os principais empregos desta teoria na área de leilões em mercados de energia elétrica.

1.2 Estrutura do Trabalho

Esse trabalho está dividido em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo foi apresentada de maneira bem simples uma introdução à proposta de trabalho, que será a base para os estudos desenvolvidos.

O segundo capítulo trata da introdução aos fundamentos de modelos de mercado. Quando se fala da teoria dos jogos é inevitável que seja abordado as estruturas de mercado para que seja possível a compreensão do tema.

O terceiro capítulo aborda os conceitos da teoria dos jogos, suas definições. Contém uma abordagem mais completa dos conhecimentos básicos relacionados à teoria dos jogos. É feito um resumo histórico sobre o tema, trazendo também o conceito de jogos, matriz de estratégias, Equilíbrio de Nash entre outras coisas.

No quarto capítulo são analisados os diversos trabalhos que utilizaram da teoria dos jogos no ramo de leilões no mercado de energia elétrica. São apresentados diversos temas diferentes, muitos deles trabalham em cima do preço da energia, uma tentativa de otimizar o processo incentivando os fornecedores de energia e reduzindo o preço final pago pelos consumidores. São tratados temas como os mecanismos de precificação de energia, as estratégias dos geradores como tomadores de decisão, métodos de resolução na visão dos operadores do sistema.

O quinto capítulo traz as considerações finais do trabalho e as sugestões para estudos futuros. Neste capítulo é feita uma análise final sobre os artigos tratados nesse trabalho e é proposta uma sugestão com base no observado.

Capítulo 2

FUNDAMENTOS DE MODELOS DE MERCADO

O objetivo desse estudo é analisar métodos para tomada de decisões em diversas situações do mercado, analisando o comportamento resultante de cada tomada de decisão e refletindo sobre a mesma. Durante este capítulo serão abordados diversos modelos de análise de mercado, no entanto antes de os mesmos serem vistos se faz necessário a introdução dos principais regimes de mercado.

2.1 Conceitos Básicos

- **Lucro normal:** inclui a remuneração do empresário e o seu custo de oportunidade.
- **Lucro extraordinário:** lucro acima daquele considerado normal, situação típica do monopólio que permite ao monopolista auferir um lucro acima do lucro normal.
- **Cartel:** é um acordo entre concorrentes, podendo ser implícito ou explícito, de fixação de preços ou cotas de produção para a divisão do mercado. O cartel fere a livre concorrência e as ofertas de mercado.
- **Custo Marginal:** “às vezes definido como custo incremental, é o aumento de custo ocasionado pela produção de uma unidade adicional do produto. Uma vez que o custo fixo não apresenta variação quando ocorrem alterações no nível de produção de uma empresa, o custo marginal é apenas o aumento do custo variável ou aumento no custo total ocasionado por uma unidade extra de produto”(PINDYCK; RUBINFELD, 2006).

2.2 Principais Regimes de Mercado

2.2.1 Concorrência ou Competição Perfeita

É um modelo de mercado no qual existe um vasto número de vendedores (PALHA, 2011) e compradores, agindo independentemente, de tal modo que nenhum deles, por si só, tem a capacidade de influenciar no preço do mercado, demanda ou oferta do produto. Essa insignificância de poder decorre da amplitude do mercado em relação ao tamanho das empresas ou compradores, o preço de equilíbrio se estabelece na relação oferta e procura da

mercadoria, e, a partir deste, os produtores buscam maximizar seus lucros produzindo a quantidade indicada na sua curva de oferta, que é condicionada pelos custos de produção.

Principais Características:

- Homogeneidade do produto, as diferenças entre as marcas são mínimas de modo que isso seja irrelevante para quem está adquirindo a mercadoria;
- É um mercado aberto, não existindo barreiras, de modo que as empresas entram e saem do mercado livremente;
- Transparência do mercado, as condições gerais de funcionamento do mercado são claras a todos os participantes;
- Não há intervenção do Estado, regulação através da “mão invisível da concorrência”.

Vale destacar que na competição perfeita, como o mercado é transparente, não existe lucros extraordinários, pois isso atrairia outras firmas ao mercado, considerando que o mesmo é de livre entrada. O aumento da oferta acarretaria numa redução dos preços, eliminando os lucros extras, até chegar a uma posição de equilíbrio onde os lucros são normais, cessando o interesse de outras empresas em ingressar no mercado. Um exemplo típico desse mercado seria o comércio em uma feira livre.

2.2.2 Monopólio

Este modelo, oposto à concorrência perfeita, se caracteriza pelo poder de mercado concentrado em uma única empresa (PALHA, 2011). Suas principais características são:

- O mercado produtor é composto por uma única firma, que domina por completo a oferta do setor;
- O produto elaborado pela empresa não apresenta substituto próximo de tal modo que os compradores não possuem outras opções;
- Existem barreiras ou dificuldades a entrada de novas empresas concorrentes, a própria monopolista busca estabelecer mecanismos para evitar a concorrência e, conseqüentemente ter o domínio completo do mercado;
- A empresa possui a capacidade de influenciar o mercado modificando os preços e abastecimento das regiões, por ter o controle da produção;
- Devido ao seu amplo domínio, a empresa não busca investir em marketing, as propagandas geralmente possuem outros objetivos;

Os monopólios podem surgir pelo simples fato de uma empresa ser dona de um recurso único que impede que outras possam competir no mercado, mas também quando o governo concede a exclusividade da produção a determinada firma.

Um exemplo interessante de monopólio é a exploração do petróleo no Brasil, que é dominado pela Petrobras. Embora, atualmente, seja possível a exploração de tal commodity por outras empresas, a Petrobras é muito maior que suas concorrentes e tem o mercado em suas mãos.

Um outro exemplo seria a distribuição de água ou energia elétrica para consumidores residenciais, as empresas possuem a concessão para exercer tais serviços com exclusividade em determinadas áreas.

2.2.3 Oligopólio

Este regime de mercado pode ser considerado um meio termo em relação aos já citados (PALHA, 2011), suas principais características são as seguintes:

- Existência de um número reduzido de empresas que competem entre si, dominando quase totalmente o mercado;
- O produto pode ser diferenciado, como no caso dos automóveis, ou similar, no caso do aço. Fato é, que os produtos servem ao mesmo fim e podem ser facilmente substituídos um pelo outro;
- Devido ao número reduzido de empresas produtoras, o controle do preço do produto é elevado e estão interligadas as decisões dos produtores;
- Os vendedores buscam manter seu oligopólio através da diferenciação do produto usando de barreiras tecnológicas, investimentos em Pesquisa e desenvolvimento (P&D), propagandas, acordos com revendedores, etc. Existe a possibilidade de algumas empresas dominarem quase totalmente um recurso, apenas isso já impede a entrada de concorrentes no mercado.

A interação das empresas no oligopólio é muito importante, pois é a partir dela que é definido o preço de mercado. Um pensamento comum seria vender o produto mais barato para aumentar sua participação no mercado, ou “Market Share”, visto que o número de concorrentes é reduzido. No entanto, se todos os produtores pensarem de tal maneira, haveria

uma guerra de preços que não seria benéfica para nenhuma das empresas, pois, claramente, um acordo estabelecendo preços traria um lucro bem maior para todas elas.

Acordos legais e cartéis são proibidos, todavia, existem formas legais para os oligopolistas chegarem a um preço lucrativo para todos. Produtores podem fazer anúncios públicos de preço com justificativas para que as outras a acompanhem. Pode existir também uma empresa líder que defina seu preço e as demais sigam tal preço.

A indústria automobilística é um típico exemplo de oligopólio, basta imaginar que no mundo são poucas empresas que dominam este mercado. Para a entrada de um novo produtor além de um elevado capital, o desenvolvimento da tecnologia teria de ser extremamente rápido para compensar todas essas marcas que estão há anos no mercado e adquiriram clientes fiéis e enorme experiência.

2.2.4 Competição ou Concorrência Monopolística

Esse regime é considerado um modelo intermediário (PALHA, 2011). Ele é muito próximo ao da competição perfeita, no entanto, na concorrência monopolística os produtos não são homogêneos. Por mais próximos que sejam os produtos, podendo ser até mesmo substituídos, resultados diferentes podem ser obtidos. Suas características são mostradas abaixo:

- Existe um número grande de firmas, consideradas pequenas em relação ao tamanho do mercado, competindo pelos mesmos clientes;
- Nota-se diferença entre os produtos, mas são pequenas de modo que o consumidor possa mudar a mercadoria se a atual não o agrada;
- A entrada e a saída de novas firmas no mercado ocorrem de maneira relativamente fácil;
- Os produtores buscam a preferência dos consumidores de diversas maneiras, podendo ser por um preço mais em conta, por uma qualidade destoante, por uma boa estratégia de marketing, entre outros;

Pelas características citadas, entende-se que os produtos desse mercado apresentam similaridades entre si pelo fato de poderem ser substituídos, diferente do caso do monopólio, mas essa substituição não é perfeita, ou seja, o novo produto não é igual ao anterior.

Para ilustrar este modelo, pode-se utilizar de exemplos como um livro ou um disco, eles podem ser diferenciados pela capa, pela embalagem e a temática de seu conteúdo. Se o cliente gosta de rock, provavelmente ele terá preferência por discos desse tipo independente das outras características do produto, no entanto, uma criança ou uma pessoa um pouco menos entendida do assunto será influenciada por outros fatores.

Um outro exemplo são as marcas de produto de limpeza, que se diferenciam por tudo previamente citado e têm um objetivo final comum, demonstrando a importância do preço, da qualidade e do marketing relativo a tais produtos.

2.3 Modelo de Cournot

Modelo simples de duopólio que foi utilizado pela primeira vez pelo economista francês Augustin Cournot em 1838. Os pressupostos desse modelo são os seguintes:

- Os produtos das empresas são homogêneos;
- Não se pensa em produzir estoque, ou seja, as quantidades produzidas serão vendidas em conjunto na mesma rodada;
- As decisões são tomadas simultaneamente pelas empresas;
- Não há a possibilidade da entrada de novas firmas;
- A informação é perfeita entre os agentes, ou seja, ao tomar sua decisão, cada empresa estará levando em conta a do concorrente;
- O preço do mercado dependerá da quantidade total produzida, que é a soma da produção de ambas as empresas.

A essência desse modelo é que ao definir sua própria produção, a empresa considera fixa a produção de sua concorrente e através disso busca maximizar seus lucros.

2.3.1 Exemplo do modelo de Cournot em um Duopólio

Um exemplo numérico, baseado em exercícios de (PINDYCK; RUBINFELD, 2010), de modo a facilitar a compreensão. Suponha que duas firmas competem na produção de um produto qualquer, suas funções de custo são iguais a $C_i(Q_i) = 2Q_i$ (logo o custo marginal será igual a 2). A curva de demanda do mercado é $P = 14 - Q$, sendo $Q = Q_1 + Q_2$. Nota-se pela curva de demanda de mercado que o preço do produto diminui com o aumento da produção.

A função para obtenção de lucros de cada empresa pode ser representada em função de Q_1 e Q_2 . Essa função é encontrada multiplicando o preço de mercado pela quantidade fabricada pela empresa menos seu custo de produção.

$$\pi_1 = P * Q_1 - 2Q_1$$

Colocando P em função de Q_1 e Q_2 :

$$\pi_1 = 12Q_1 - Q_1^2 - Q_1 * Q_2$$

Analogamente,

$$\pi_2 = 12Q_2 - Q_2^2 - Q_1 * Q_2.$$

Ambas as empresas, se agirem racionalmente, escolhem um seu nível de produção de modo a maximizar seus lucros, presumindo que a concorrência tenha uma produção fixa. Para se obter a curva de reação das empresas, deriva-se a função lucro das mesmas em relação as suas produções. Para efeito de cálculo, considera-se a produção da outra empresa constante e iguala a equação a zero.

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} = 12 - 2Q_1 - Q_2 = 0$$

Isolando a produção da empresa 1 na equação, obtém-se a sua curva de reação.

$$Q_1 = 6 - \frac{Q_2}{2}$$

O raciocínio para curva de reação da empresa 2 é o mesmo.

$$Q_2 = 6 - \frac{Q_1}{2}$$

Com as curvas de reação em mãos, o cálculo do equilíbrio de Cournot é alcançado substituindo o valor da de produção de uma empresa pela sua curva de reação, deixando assim a equação com apenas uma incógnita. Substituindo a produção da empresa 2 por sua curva de reação na curva da empresa 1, tem-se $Q_1=4$, que é o valor de produção da empresa no equilíbrio de Cournot. Com o mesmo raciocínio, o valor alcançado para empresa 2 também é de 4.

Conhecidos os valores de produção de ambas as empresas é possível chegar ao preço de mercado substituindo em sua equação.

$$P = 14 - (Q_1 + Q_2) = 6 \text{ u. m.}$$

A função do lucro das empresas tem agora apenas a incógnita do lucro, substituindo os valores de produção e preço do mercado obtemos, nesse caso, o valor de 16 unidades monetárias para ambas as empresas e um lucro total de 32 unidades para o setor. Esse seria o resultado caso ambas as empresas busquem maximizar seus lucros individualmente. No entanto, em um oligopólio dominado somente por essas empresas, um acordo poderia obter melhores resultados para ambas.

Como custo de produção das duas empresas são iguais, podemos analisar esse mercado com apenas uma empresa tentando maximizar suas receitas. A função de lucro dessa empresa seria:

$$\pi_T = P * Q - 2Q.$$

Colocando a função do lucro apenas em função da produção da empresa, pode-se, com raciocínio semelhante ao realizado para a empresa na competição de Cournot, derivar a equação em função da produção da empresa e igualar novamente a zero.

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial Q} = 12 - 2Q = 0$$

Diferente da outra situação, agora, é obtido o valor de produção da empresa fictícia que é igual a 6. O preço de mercado nesse caso seria igual a 8 unidades monetárias e o lucro do setor igual a 36 unidades, maior que o equilíbrio de Cournot. Se as empresas, por exemplo, dividissem a essa produção de 6 pela metade, cada uma produzindo 3, ambas teriam de 18 unidades monetárias que é maior que o resultado anterior.

A figura 1 mostra as curvas de reação de ambas as empresas em função da outra, o encontro das curvas é o Equilíbrio de Cournot calculado. O ponto destacado na figura é simboliza a produção das empresas caso realizem o acordo e dividam a produção.

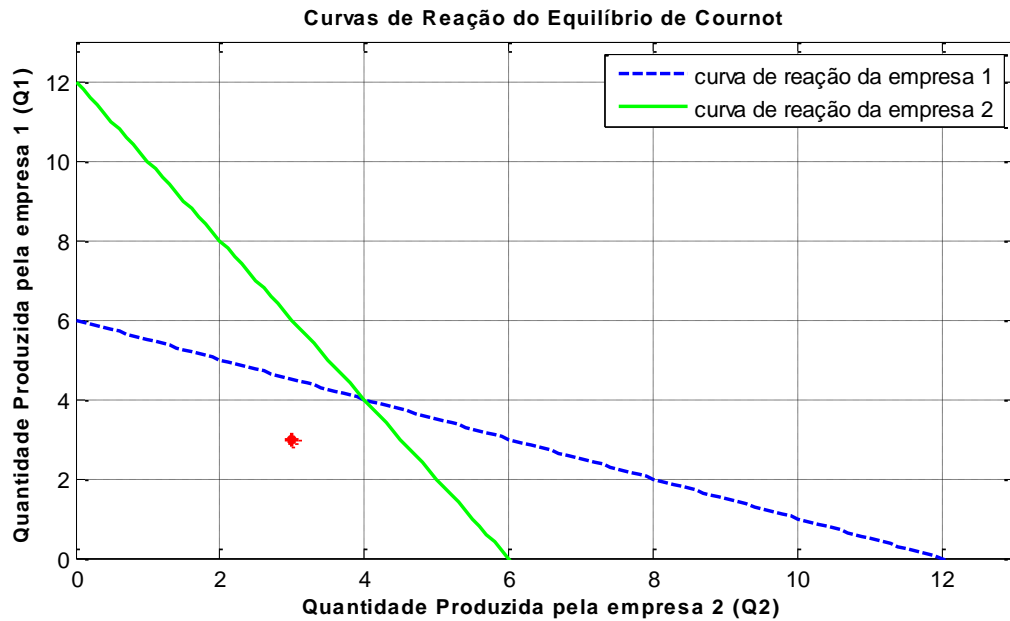


Figura 1: Curvas de reação das empresas, Equilíbrio de Cournot

Fonte: Autor

Todos os resultados até aqui foram alcançados considerando apenas duas empresas nesse mercado, porém, será analisado o comportamento caso entre inúmeras empresas no mesmo mercado. A função curva de demanda seria a seguinte:

$$P = 12 - (Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n).$$

A função dos lucros das empresas seria o mesmo que no raciocínio anterior.

$$\pi_i = PQ_i - C(Q_i)$$

Desmembrando, os lucros da i -ésima empresa seria:

$$\pi_i = 12Q_i - Q_1 * Q_i - Q_2 * Q_i - \dots - Q_i^2 - \dots - Q_N * Q_i - 2Q_i.$$

Utilizando do mesmo raciocínio da competição de Cournot, alcança-se a curva de reação da empresa i em função das demais, derivando a equação do lucro em função de sua produção e igualando a zero:

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial Q_i} = 10 - Q_1 - \dots - 2Q_i - \dots - Q_N = 0.$$

E, depois isolando sua produção:

$$Q_i = 5 - \frac{1}{2} * (Q_1 + \dots + Q_{i-1} + Q_{i+1} - \dots - Q_N)$$

Como todas as empresas, nessa análise, possuem o mesmo custo, por questão de simplicidade todas as produções de Q_i .

$$Q_i = 5 - \frac{1}{2} * (N - 1) * Q_i$$

Simplificando a solução.

$$Q_i = \frac{10}{(N + 1)}$$

Para se alcançar o valor de mercado, substitui-se o valor de produção de uma i -ésima empresa multiplicado pelas N empresas presentes neste mesmo mercado, no lugar do valor de Q na função curva de demanda do mercado.

$$P = 12 - N * \left(\frac{10}{(N + 1)} \right)$$

Substitui-se o preço de mercado na função do lucro total do setor.

$$\begin{aligned} \pi_T &= P * Q - C(Q) \\ &= \left[12 - N * \left(\frac{10}{(N + 1)} \right) \right] * \left[N * \left(\frac{10}{(N + 1)} \right) \right] - \left[2 * N * \left(\frac{10}{(N + 1)} \right) \right] \end{aligned}$$

Simplificando.

$$\pi_T = 100 * \left(\frac{N}{(N + 1)^2} \right)$$

Agora, com o raciocínio utilizado de que a produção total do sistema é a produção de uma i -ésima empresa multiplicado pelo número de empresas do sistema.

$$Q = N * \left(\frac{10}{(N + 1)} \right)$$

Supondo-se que o número de empresas presentes neste mercado seja muito grande, de forma que a soma de mais uma unidade no dividendo seja irrelevante, assim, todas as empresas produziram 10 unidades do produto. Com isso, o valor de mercado seria de 2 unidades monetárias.

Baseando-se na mesma ideia de que o mercado possui inúmeras empresas, o lucro total do sistema seria nulo. ($N \rightarrow \infty$)

$$\pi_T = 100 * \left(\frac{N}{(N + 1)^2} \right)$$

$$\pi_T = 0$$

Na competição perfeita ou concorrência perfeita, sabemos que os lucros são iguais a zero e preço é igual ao custo marginal. De tal modo, quando N se aproxima do infinito, ou seja, quando se tem um número realmente grande de empresas concorrendo nesse mercado, o mesmo se assemelha a um mercado de concorrência perfeita.

2.4 Modelo de Stackelberg (Conceito Líder e Seguidor)

O modelo ou competição de Stackelberg, tem esse nome em homenagem a Heinrich Freiherr von Stackelberg, que foi o primeiro economista que estudou de maneira sistemática as interações líder seguidor. A competição baseia-se em uma liderança de quantidades, assemelhando-se ao de Cournot pela variável ser a quantidade produzida, usando as mesmas curvas de reação para as empresas, porém nesse modelo, uma empresa, que geralmente é denominada líder, toma sua decisão e as demais, chamadas de seguidores, reagem de acordo com a decisão da empresa líder. Seus principais pressupostos são:

- Os produtos das empresas são homogêneos;
- Não se pensa em produzir estoque, ou seja, as quantidades produzidas serão vendidas em conjunto na mesma rodada;
- A informação é perfeita entre os agentes, ou seja, ao tomar sua decisão, cada empresa estará levando em conta a do concorrente, no caso o líder, o seguidor reage de acordo com a produção da empresa pioneira;
- O preço do mercado dependerá da quantidade total produzida, que é a soma da produção das empresas.

A empresa líder poder ser um líder natural ou mesmo uma empresa dominante. Ela considera a curva de reação da outra empresa e através dela busca maximizar seus ganhos, definindo uma quantidade a ser produzida. Com isso, a empresa seguidora considera a quantidade da líder como uma constante e apenas a encaixa em sua curva de reação. Na liderança de quantidades a empresa líder costuma ter vantagem e a seguidora para não diminuir seus lucros não tentará prejudicar a líder.

2.4.1 Exemplo do modelo de Stackelberg em um duopólio

Utilizando do mesmo exemplo anterior abordado no modelo de Cournot, com a curva de demanda $P = 14 - Q$, sendo $Q = Q_1 + Q_2$. Assim como no exemplo anterior as funções de custo das empresas são iguais a $C_i(Q_i) = 2Q_i$ (logo o custo marginal será igual a 2).

Agora utilizando do modelo de Stackelberg, será considerada a empresa 1 atuando como líder. A empresa tomará a decisão de liderança se pautando que a empresa 2 adotará a curva de reação do modelo de Cournot, deste modo ele poderá prever a empresa seguidora e maximizar seus lucros.

Para maximizar os lucros da empresa 1 é necessário substituir a produção da empresa 2.

$$Q_2 = 6 - \frac{Q_1}{2}$$

Por sua curva de reação na equação dos lucros da empresa 1.

$$\pi_1 = 12Q_1 - Q_1^2 - Q_1 * \left(6 - \frac{Q_1}{2}\right)$$

Feito isto, deriva-se a função lucro da empresa 1 por sua produção e iguala-se a zero a equação, assim será obtido a produção da empresa 1, caso seja pioneira na produção do mercado. A produção ótima para empresa 1 será de 6 unidades.

Como melhor saída a ação tomada pela empresa líder, a empresa 2 utilizará o valor de produção da empresa 1 em sua curva de reação.

$$Q_2 = 6 - \frac{6}{2} = 3$$

Logo, a produção da empresa 2 será de 3 unidades, assim o preço de mercado será 5 unidades monetárias e os lucros das empresas 1 e 2 serão, respectivamente, 18 e 6 unidades monetárias.

2.5 Modelo de Bertrand

Também conhecido como competição de Bertrand, esse modelo foi elaborado em 1883 por um economista francês, Joseph Bertrand. As mercadorias são homogêneas e as decisões são simultâneas, como o modelo de Cournot, o que os diferencia é que as decisões de produção são tomadas em função do preço das mercadorias, Bertrand acreditava que a análise de acordo com as quantidades produzidas não representava a realidade. A ideia do modelo foi

um pouco questionada por tender que as empresas vendam seus produtos sem a obtenção de lucros, igualando seu preço ao custo marginal de produção. O modelo é baseado nos seguintes pressupostos:

- Como já dito, os produtos são homogêneos, sendo indiferente aos consumidores qual adquirir, optarão pelo menor preço;
- As empresas analisadas têm o mesmo custo de produção;
- Não há restrições à produção e os jogadores definem apenas os preços de seus produtos;
- As decisões das empresas são simultâneas e o jogo ocorrerá em rodada única.

Analisando que acordos entre as empresas são proibidos, mesmo que por ocasião as empresas firmem um preço que seja mais lucrativo para ambas por um tempo, as empresas sempre tentariam reduzir um pouco seu preço e dominar o mercado. Assim, o único Equilíbrio de Nash existe quando ambas as empresas igualam seu preço ao custo marginal, pois com o aumento de preço a empresa não venderia nada e abaixando o preço começaria a ter prejuízos devido ao preço de produção.

É interessante destacar que, em uma concorrência baseada nos preços de venda, ter a liderança não é tão interessante quanto na liderança de quantidades, pois o princípio básico dessa concorrência é o preço e sempre ganhará o mercado a empresa que vender pelo menor preço. Fazendo-se a escolha primeiro, daria a oportunidade da outra empresa dominar todo o mercado

Capítulo 3

INTRODUÇÃO A TEORIA DOS JOGOS

É uma ferramenta matemática criada para modelar fenômenos de diversos aspectos baseados na interação estratégica entre os jogadores. A teoria leva em consideração a ideia de que os tomadores de decisão são racionais, isto é, eles têm conhecimento de todas as jogadas possíveis, interpretam as possíveis ações dos demais jogadores e tomam suas decisões de modo a tentar maximizar os seus objetivos, podendo ser lucro ou um menor prejuízo de acordo com cada situação em que o jogador se encontra. Muitos são os usos da teoria dos jogos, como estudos econômicos, incluindo sistemas de votações, oligopólios, barganhas, leilões; negociações políticas; estratégias particulares e até mesmo jogos de salão, podendo também ser considerada como uma teoria de matemática pura, sem a necessidade de relações com estudos comportamentais.

3.1 Um Breve Histórico da Teoria dos Jogos

A história de todas as grandes descobertas contempla, talvez, apenas alguns nomes que se destacaram para que as teorias evoluíssem e englobasse de maneira mais geral em quase todos os aspectos. Do mesmo modo serão apresentados somente os nomes mais vistos quando se trata da teoria dos jogos.

“Talvez o primeiro a elaborar elementos importantes do método que seria formalizado e aplicado mais tarde na solução de um jogo tenha sido o, já citado, matemático francês Antoine Augustin Cournot (1801-1877), que publicou em 1838 seu livro *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. No Capítulo 7 de seu livro, Cournot apresentou o famoso modelo de duopólio que hoje leva seu nome.”(FIANI, 2009). Alguns questionam que Cournot seria o pai da análise moderna do oligopólio, mas não pai da teoria dos jogos, outros reforçam que houve uma nova interpretação de seus trabalhos a partir dos de Nash.

Nomes como o matemático alemão Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo (1871-1953), que demonstrou que o jogo de xadrez sempre tem uma solução; o matemático francês Felix

Edouard Justin Emile Borel (1871 -1956), que antecipa a perspectiva probabilística que seria adotada em teoria dos jogos, não poderiam deixar de ser citados.

Apesar desses percussores, a origem da teoria dos jogos está diretamente relacionada ao nome do matemático John von Neumann (1903-1957). Nascido na Hungria, von Neumann emigrou para os Estados Unidos na década de 1930. Sua primeira teoria sobre os jogos data de 1928 (“*Zur Theorie Gesellschaftsspiele*”, *Mathematische Annalen* 100, 295-320), na qual demonstra que a solução para jogos de soma zero (jogos em que o ganho de um jogador representa necessariamente uma perda para o outro) pode ser determinada utilizando-se técnicas matemáticas. A análise dos jogos de soma zero viria a ser desenvolvida mais tarde em seu livro *The Theory of Games and Economic Behavior*, publicado em 1944 e escrito em coautoria com o economista alemão Oskar Morgenstern (1902-1977), também emigrado para os Estados Unidos (FIANI, 2009).

A obra de von Neuman e Morgenstern, além de abordar os jogos de soma zero também elaborou a representação dos jogos de forma extensiva. Apesar de muitos considerarem o livro a pedra fundamental da teoria dos jogos, ele possui uma grave limitação que é a abordagem exclusiva em jogos de soma zero.

De tal modo a análise se demonstrava inadequadamente restritiva, seriam necessárias ferramentas teóricas que permitissem análise uma gama maior de modelos de estratégia.

Essas ferramentas seriam elaboradas, a partir de 1950, por John F. Nash, Jr., John C. Harsanyi e Reinhard Selten, o que acabaria fazendo com que os três economistas fossem premiados com o Nobel de Economia em 1994 (FIANI, 2009).

Como ainda será citado neste trabalho, os estudos de Nash foram de vital importância, pois com sua noção de equilíbrio conseguiu solucionar a limitação de Von Neumann para análise apenas dos jogos de soma zero.

“A principal contribuição do economista húngaro John C. Harsanyi (1920-2000) para a teoria dos jogos, na forma de três artigos (“*Games with Incomplete Information Played by “Bayesian” Players, Parts I, II and III*”, *Management Science* 14, 159-182, 320-334 e 486-502), está relacionada ao fato de que, muitas vezes, alguns jogadores dispõem de informação privilegiada em relação aos demais sobre algum elemento importante do jogo” (FIANI, 2009).

“O matemático e economista alemão Reinhard Selten (1930-), em seu artigo publicado em 1965 “*Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit*” (*Zeitschrift für die Gesamte Staatswissenschaft* 121, 301-324 e 667-689), foi responsável por

um refinamento da noção de equilíbrio que ficou conhecido como “equilíbrio perfeito em subjogos”, significando que uma determinada estratégia, para ser considerada um equilíbrio perfeito em subjogos, tem de ser ótima considerando-se todos os possíveis desdobramentos do processo de interação estratégica.”(FIANI, 2009).

Outros nomes que valem ser citados são de: Robert J. Auman que em seus estudos sobre teoria dos jogos demonstra que a interação entre indivíduos ou organizações tem ótimas chances de durar por tempo indeterminado, caso não haja uma pressão por ganhos em curto prazo; e Thomas C. Schelling que abordou a situação de estratégias em conflito.

3.2 Conceitos Gerais

3.2.1 O que é um jogo?

Jogo é qualquer situação na qual os jogadores buscam tomar decisões estratégicas considerando as possíveis ações dos outros participantes. As decisões tomadas pelos jogadores acarretam consequências para cada um, essas geralmente analisadas em função de valores são chamadas de “payoffs”, resultados que acarretam benefícios ou recompensas aos jogadores.

Um conceito mais formal seria que um jogo é um conjunto de regras que governam o comportamento de dado número de indivíduos ou grupo de indivíduos, dominados jogadores. Em geral, as regras do jogo consistem numa sucessão finita de lances realizados segundo determinada ordem. Os lances são elementos componentes do jogo e podem ser de dois tipos: pessoais ou aleatórios. Lance pessoal é o ato através do qual o jogador escolhe entre várias alternativas que lhe são oferecidas. A decisão tomada designada como escolha. No lance aleatório, a escolha é feita a partir de uma seleção de alternativas (ABRANTES; A, 2004).

3.2.2 A matriz de ganhos (payoff) de um jogo

Como um jogo poder conter muitas estratégias, a matriz é uma forma de simplificar a análise dos payoffs. Ela nos mostra o resultado de todos os jogadores de acordo com suas tomadas de decisões. Por exemplo, duas empresas do ramo de produtos de limpeza estudam a possibilidade de investir em P&D. Caso somente uma invista ela melhorará seus produtos, ganhará mercado e seus lucros aumentarão. Caso as duas invistam o aumento dos lucros será

menor, pois ambas estarão apresentando novas instalações. Caso nenhuma das duas invista o mercado continuará o mesmo.

Tabela 1: Exemplo de Matriz de payoffs

Fonte: Autor

| | | Empresa 2 | |
|-----------|--------------|--------------|----------|
| | | Não investir | Investir |
| Empresa 1 | Não investir | (2,2) | (1,4) |
| | Investir | (4,1) | (3,3) |

3.2.3 Jogos Cooperativos e Não Cooperativos

Na teoria dos jogos, em geral, modela-se as estratégias e o comportamento dos jogadores diante de situações na qual a decisão de um dos jogadores afeta os demais, deste modo, separam-se os jogos em cooperativos e não cooperativos.

Jogos cooperativos são aqueles em que os participantes podem negociar contratos de cumprimento obrigatório possibilitando assim formular estratégias em conjunto.

Jogos não cooperativos são aqueles quando não se pode haver negociação de valores e não há mecanismos que obriguem que todos os jogadores ajam conforme o combinado.

Muitas das vezes quando falamos em empresas, trata-se de jogos não cooperativos, pois a maioria dos países possuem leis antitruste, que impedem a formação de cartéis, mas na prática através de algumas ações e dependendo do tipo de produto as empresas conseguem cobrar preços similares que agradam a todas.

3.2.4 Jogos de Informação Perfeita e Jogos de Informação Imperfeita

Um jogo é considerado de informação perfeita quando os jogadores conhecem toda a história do jogo antes de fazerem suas escolhas, ou seja, possuem um conjunto de informações necessárias para buscar seu objetivo final, já que todos detêm as informações,

agindo de maneira racional e considerando que os demais também ajam, cada participante escolhe aquela ação que maximizará a meta desejada. Ao contrário disso, quando qualquer um dos jogadores tem de tomar uma decisão sem conhecer o histórico do jogo até ali, o jogo é dito de informação incompleta, ou imperfeita.

3.2.5 Jogos simultâneos

O participante ignora as escolhas dos demais participantes depois de tomada sua decisão, como um jogo de apenas uma jogada, não sendo necessariamente dessa maneira, o jogador não se preocupa com as consequências futuras de sua escolha.

Em um jogo simultâneo, a estratégia de um jogador se resume apenas a uma ação: como ele terá apenas uma oportunidade de jogar, quando deverá tomar sua decisão sem saber o que os demais jogadores decidiram, tudo o que pode fazer é escolher uma das ações possíveis naquela etapa (FIANI, 2009).

A representação mais simples de um jogo simultâneo pode ser feita através da matriz de ganhos anteriormente citada.

3.2.6 Jogos Sequenciais

Os jogos sequenciais, como o próprio nome remete, são jogos nos quais os jogadores participam seguidamente um após outro, podendo jogar novamente, isso dependerá do jogo em análise, quantos participantes e quantas rodadas o jogo terá. Diferentemente dos jogos simultâneos, nos sequenciais os participantes tomam suas decisões considerando as jogadas futuras.

Desde que seja um jogo de informação perfeita, o jogador que toma sua decisão após o outro jogador decidir já sabendo qual foi a ação do outro jogador. Portanto, sendo racional, isto é, buscando de forma coerente para atingir seus fins, o jogador que decide depois vai utilizar tal informação, a respeito do que foi jogado na etapa anterior do jogo, para tomar a melhor decisão na sua vez de jogar (FIANI, 2009).

3.2.7 Leilões

Os leilões são fenômenos econômicos tão corriqueiros no cotidiano que a maioria das pessoas já devem ter tido notícias, participado ou assistido algum leilão. As licitações de eventos, obras; os leilões de energia; os leilões para exploração de determinado bem; muitos são os exemplos que nos cercam.

Existem vários tipos de leilões cada um com suas regras e modelos de lances. Apenas uma ideia será passada, destacando-se os principais modelos.

Em relação aos participantes, os leilões podem ser abertos, se qualquer um pode realizar lances, ou fechados, se possuir alguma determinação prévia dos participantes. Por questões de segurança, costuma-se atribuir um valor mínimo aos lances, para proteger os leiloeiros contra acordos entre os arrematadores.

O leilão de envelope lacrados, é um tipo no qual os arrematadores oferecem um único lance ao leiloeiro, geralmente em envelopes lacrados, daí o nome, os envelopes são abertos depois do prazo estipulado aos arrematadores para lances, quando é declarado o vencedor.

Um outro modo de diferenciar os leilões é em relação à regra dos valores dos lances, podendo ser de lances ascendentes, os valores dos lances vão aumentando até que todos desistam exceto o vencedor; lances descendentes, o leiloeiro anuncia preços cada vez menores, até o vencedor que o que faz o primeiro arremate sinaliza que decide adquirir o bem pelo preço anunciado; leilão de lances simultâneos, os arrematadores anunciam seus lances ao mesmo tempo.

Nos casos de venda o vencedor costuma ser aquele com o maior lance, no entanto, o vencedor não necessariamente tem de pagar pelo lance ofertado. No leilão de primeiro preço o vencedor paga aquilo que ofertou, já no leilão de segundo preço ele paga a segunda maior lance do leilão.

Exemplos de leilões são: o leilão inglês, que é oral, de lances ascendentes e de primeiro preço; e o leilão holandês que também é oral, de primeiro preço, porém de lances descendentes.

3.3 Equilíbrio de Nash

O matemático John Forbes Nash Junior teve grande importância em estudos de equilíbrio, por isso, uma importante parte da teoria econômica utilizada em teoria dos jogos

leva seu nome, o equilíbrio de Nash. Nash publicou, em 1950, quatro importantes artigos para a teoria dos jogos não cooperativos e para a teoria de barganha. Nos artigos (NASH JR, 1950a) e (NASH JR, 1951), Nash provou a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não cooperativos, o equilíbrio de Nash, e sugeriu uma abordagem de estudo de jogos cooperativos a partir de sua redução para a forma não-cooperativa. Nos artigos (NASH JR, 1950b) e (NASH JR, 1953), propôs a teoria de barganha e provou a existência de solução para o problema da barganha de Nash. (SARTINI; GARBUGIO; BORTOLOSSI, 2004).

Uma definição simples para o equilíbrio de Nash pode ser dada por:

É o conjunto de estratégias ou ações em que cada empresa ou jogador faz o melhor que pode em função do que seus concorrentes estão fazendo. Ou seja, o equilíbrio de Nash ocorre quando nenhum dos jogadores tem incentivo a mudança de sua decisão, pois tal ação traria um payoff menor do que ele teria mantendo a atual decisão. De acordo com a análise, pode existir mais de um equilíbrio de Nash em um mesmo jogo.

3.4 Alguns Jogos Importantes

3.4.1 Dilema dos Prisioneiros

O Dilema dos Prisioneiros é, eventualmente, um dos exemplos mais conhecidos relacionados ao estudo da teoria dos jogos, são várias histórias e valores associados que remetem sempre a mesma compreensão. Esse dilema é um jogo de soma zero, ou seja, o ganho de um jogador significa sempre a perda do outro, não há a possibilidade que ambos saiam em vantagem. O Dilema é considerado um jogo não cooperativo visto que os jogadores não podem se comunicar para tomar sua decisão.

De maneira bem simples a ideia do dilema dos prisioneiros é que ambos se encontram presos por serem acusados de um crime, um em cada cela, sem a possibilidade de se comunicarem. O investigador buscando encontrar o verdadeiro culpado propõe o seguinte se um dos prisioneiros confessar e outro não, aquele que confessar será libertado e o outro prisioneiro ficará preso por dez anos, se os dois prisioneiros confessarem ambos ficarão presos por 5 anos, no entanto se ambos optarem pelo silêncio os dois serão soltos após o período de um ano. Para simplificar o exposto, a matriz de ganhos abaixo apresenta os resultados das escolhas citadas:

Tabela 2: Matriz de Payoff do Dilemas dos Prisioneiros**Fonte: Autor**

| | | Prisioneiro 2 | |
|---------------|-----------|---------------|----------|
| | | Confessar | Silêncio |
| Prisioneiro 1 | Confessar | (-5,-5) | (0,-10) |
| | Silêncio | (-10,0) | (-1,-1) |

A ideia do jogo é tentar forçar com que ambos os prisioneiros se traiam, buscando um prejuízo mínimo, contudo se o jogo for repetido por muitas vezes a tendência é que ambos fiquem em silêncio, apesar de haver a possibilidade de vingança caso um dos dois tenha um payoff mais negativo na primeira rodada. No entanto, o Equilíbrio de Nash ocorre quando ambos confessam, pois quando isso ocorre não há incentivos a mudanças em nenhum dos lados.

3.4.2 Batalha dos Sexos

A batalha dos sexos é um exemplo de jogo cooperativo, onde, se os jogadores tomarem suas ações de forma coordenada, ambos podem ter ganhos, no entanto nessa batalha os valores dos ganhos não serão iguais para os jogadores.

O jogo pode ser exposto da seguinte forma, um casal deseja sair de casa para realizar uma atividade à noite, só que cada um tem um pensamento sobre qual seria o melhor local para ir, o homem pensa que ir assistir a um jogo de futebol é a melhor opção, proporcionando-lhe maior satisfação, no entanto a mulher acredita que ir assistir um novo filme no cinema e lhe proporciona maior prazer, agregado a isto ambos pensam que suas atividades só serão realmente agradáveis se foram em casal, mesmo que não seja a de sua preferência, sendo assim é apresentada uma matriz com os payoffs desse jogo:

Tabela 3: Matriz de Payoff da Batalha dos Sexos

Fonte: Autor

| | | Mulher | |
|-------|---------|---------|--------|
| | | Futebol | Cinema |
| Homem | Futebol | (2,1) | (0,0) |
| | Cinema | (0,0) | (1,2) |

Esse jogo apresenta dois Equilíbrios de Nash, eles ocorrem quando o casal decide sair junto à noite, independente da escolha.

3.5 Conceito de Estratégia

A palavra estratégia representa, de forma simplificada, os meios usados para alcançar um objetivo ou resultado específico, basicamente é o desenho do conjunto de ações para se alcançar tal objetivo. Relacionando a teoria dos jogos seriam as ações previamente escolhidas para chegar a um resultado o mais próximo o possível do desejado conforme o desenrolar do jogo.

3.5.1 Comportamento Estratégico

Por comportamento estratégico entende-se que cada jogador, ao tomar a sua própria decisão, leva em consideração o fato que os jogadores interagem entre si, e que, portanto, sua decisão terá consequências sobre os demais jogadores, assim como as decisões dos outros jogadores terão consequências sobre ele. Obviamente, isso envolve raciocínios complexos, em que um dos jogadores decide depende do que ele acha que os demais farão em resposta às suas ações, o que, por sua vez, irá depender do que os demais jogadores acham que ele fará, e assim por diante (FIANI, 2009).

3.5.2 Estratégias Dominantes

O conceito básico é de ser a estratégia ótima, independente da escolha dos demais jogadores. Em um jogo racional será sempre essa a escolha feita pelo jogador.

Um exemplo simples de estratégia dominante pode ser o seguinte, com o crescimento do mercado, duas empresas de tecnologia estão pensando em investir em P&D para conquistar novos consumidores, no entanto estão em dúvida quanto ao retorno em relação ao investimento, visto que não é muito barato este tipo de investimento, mas no caso em estudo é extremamente necessário devido as exigências do mercado atual.

Tabela 4: Matriz de Payoffs de Estratégias Dominantes

Fonte: Autor

| | | Empresa 2 | |
|-----------|--------------|--------------|----------|
| | | Não investir | Investir |
| Empresa 1 | Não investir | (2,2) | (1,7) |
| | Investir | (7,1) | (4,4) |

No caso mostrado na tabela fica claro que a estratégia dominante é de investir, pois se formos analisar tanto a coluna “Investir” da Empresa 2, quanto a linha “Investir” da Empresa 1 apresentam payoffs superiores a outra escolha, independente da ação do concorrente, as duas empresas investirão em P&D para ficarem com uma fatia ainda maior do mercado e assim obter maiores lucros.

3.5.3 Estratégia Maximin

Uma estratégia maximin é aquela na qual cada jogador determina o pior resultado para ele, dada cada uma das possíveis ações de seus oponentes, e então escolhe a opção que maximiza o ganho mínimo que pode ser obtido. Diferentemente do equilíbrio de Nash, a solução maximin não requer que os jogadores reajam à escolha de um oponente. Se não houver uma estratégia dominante (onde os resultados dependem do comportamento do oponente), os jogadores podem reduzir a incerteza inerente à confiança na racionalidade do

oponente seguindo, conservadoramente, uma estratégia maximin. A solução maximin é mais provável do que a solução de Nash nos casos onde há uma probabilidade maior de comportamento irracional (não-otimizador) por parte do oponente (PINDYCK; RUBINFELD, 2010).

3.5.3.1 Exemplo maximin (PINDYCK; RUBINFELD, 2006)

Duas empresas concorrentes estão planejando introduzir um novo produto no mercado. Cada empresa deve decidir entre produzir o Produto A, o Produto B ou o Produto C. As empresas devem tomar sua decisão simultaneamente. A matriz de payoff resultante é apresentada a seguir.

Tabela 5: Exemplo Maximin

Fonte: (PINDYCK; RUBINFELD, 2006)

| | | EMPRESA 2 | | |
|-----------|---|-----------|---------|---------|
| | | A | B | C |
| EMPRESA 1 | A | -10,-10 | 0,10 | 10,20 |
| | B | 10,0 | -20,-20 | -5,15 |
| | C | 20,10 | 15,-5 | -30,-30 |

Pela análise da matriz podemos notar que há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras. Em ambos os casos, uma empresa introduz o Produto A e a outra introduz o Produto C. Podemos representar essas combinações de estratégias como (A, C) e (C, A), onde a primeira estratégia refere-se ao jogador 1. O payoff dessas estratégias é, respectivamente, (10,20) e (20,10).

No entanto se ambas utilizassem a estratégia maximin, lembrando que o objetivo das estratégias maximin é maximizar o payoff mínimo dos jogadores, a estratégia que maximiza o payoff mínimo é A. Logo, (A,A) é o resultado de equilíbrio, com payoffs (-10,-10). Em ambos os casos, o bem-estar dos jogadores é muito inferior ao resultado obtido a partir de cada equilíbrio de Nash em estratégias puras.

Em determinada ocasião se a EMPRESA 1 utilizar a estratégia maximin EMPRESA 2 souber disso, a melhor estratégia para a EMPRESA 2 será C. Vale observar que, quando a EMPRESA 1 se comporta de forma conservadora, o equilíbrio de Nash resultante confere à EMPRESA 2 maior payoff do que no outro equilíbrio de Nash desse jogo.

3.5.4 Estratégia MiniMax

Segundo (ABRANTES; A, 2004) a estratégia minimax se opõe a estratégia maxmin, ela parte do pressuposto que o adversário se antecipou em relação a sua decisão de escolha e busca uma estratégia que minimize o ganho do seu adversário.

3.5.5 Estratégia Mista

Estratégia no qual o jogador faz escolhas de duas ou mais ações possíveis, baseando-se em um conjunto de probabilidades. É a máxima de não apostar todas duas fichas no mesmo cavalo, baseando-se na probabilidade de suas escolhas.

Capítulo 4

Aplicação da Teoria dos Jogos no Mercado de Energia Elétrica

Com o crescimento populacional e a evolução tecnológica, o ser humano se tornou cada vez mais dependente da energia elétrica, desde o uso de simples eletrodomésticos, que nos auxiliam em tarefas diárias, até sua aplicação em processos industriais. Devido a isso, o modo como eram compostos os mercados de energia tinham a necessidade de ser revistos, investimentos se tornavam necessários e inúmeros estudos foram realizados para que esta evolução fosse feita da forma mais otimizada possível, evitando que todo esse ônus fosse apenas repassado aos consumidores finais de forma desorganizada. Novas estruturas de mercado, organizadas, com adoção de novas legislações e procedimentos, foram criadas por todo o mundo, muitas com ideias semelhantes, porém com suas próprias especificidades. Na busca das melhores soluções para esse aprimoramento, inúmeras pesquisas foram realizadas e o uso da teoria dos jogos tem se destacado em uma imensa gama de artigos e trabalhos.

Em meio a tantas propostas de reestruturação do mercado, a desregulamentação ocorreu em diversos mercados importantes ao redor do mundo. Empresas que antes dominavam completamente o mercado, isto é, desde a geração, transmissão, distribuição e, conseqüentemente a venda aos consumidores, foram decompostas, criando-se assim uma competição em todas as áreas citadas. Um exemplo de uma grande empresa no Brasil que foi desregulamentada é a Companhia Energética de Minas Gerais, CEMIG. Muitos estudos apontam que com a desregulamentação do mercado de energia, assim como nos demais, a competição tende a abaixar os preços do produto, além disso, evita investimentos diretos do governo (SABU; BABU, 2014).

Como o intuito do trabalho não é tratar da desregulamentação em si, nem detalhar os modelos de estruturas de mercados de energia, maiores detalhes podem ser vistos em (CAIRES, 2014) e (HUNT; SHUTTLEWORTH, 1996)

Os estudos da teoria dos jogos nos quais o mercado de energia é abordado são inúmeros, seria necessário um estudo muito abrangente para que se pudesse mostrar todas as esferas já

pesquisadas, devido a isto, neste trabalho será dado um foco maior para os leilões de energia de maneira geral, pois eles afetam diretamente o preço de toda a energia.

4.1 Teoria dos jogos em Leilões de energia

Os leilões são, atualmente, uma importante forma de contratação de energia, através deles há a possibilidade de participação de todos, geradores, distribuidores, comercializadores, grandes empresas, enfim, aqueles que se interessam em negociar no mercado de eletricidade, ou seja, em vender ou comprar este recurso. Como citado anteriormente, existem vários tipos de leilão, assim como se tem vários meios de venda e compra de energia, não necessariamente vendedores e compradores ficam presos aos leilões, no entanto o leilão é a base de precificação da energia elétrica, carregando assim um grau de importância na maneira em que são realizados. Cada país tem seus mecanismos, órgãos reguladores e exigências para participação nos leilões.

O Brasil é um dos países que fazem uso de leilões em suas negociações de energia. Atualmente, no site da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, também conhecida pela sigla CCEE, se encontram nove tipos de leilões diferentes, ressaltando que dentro do mercado de energia, podem existir várias aplicações para os leilões, como exemplo, leilões de energia, de energia renovável e de reserva.

A adoção da teoria dos jogos aplicada aos leilões tem sido realizada buscando-se alcançar vários objetivos, entre eles, melhores receitas (ou ‘*payoffs*’) aos vendedores, redução dos custos da energia aos consumidores finais, discussão sobre o melhor mecanismo de preço a ser utilizado, análises sobre a oferta dos preços e muitas outras questões que frequentemente são levantadas. Uma abordagem dos leilões de energia elétrica pode ser vista com mais detalhes em (MAURER; BARROSO, 2011) e (BELLINI XAVIER, 2015).

O trabalho de (YOU; XU; LI, 2010) traz uma análise simples de leilões fechados usando teoria dos jogos e o método estatístico para determinar os fornecedores que negociam no leilão. A análise considera todos as unidades com a mesma capacidade de geração e que os jogadores não utilizam estratégias de retenção. Desse modo, o número de vencedores é fixado quando o valor da demanda é atingido. O tipo de leilão é de fechamento de preço uniforme comandado por um operador do sistema que tem o interesse de minimizar os preços da energia. Cada jogador tem conhecimento de sua própria produção e desconhece a dos demais concorrentes. O artigo denomina como marginal o jogador que tem sua proposta igual ao

preço de fechamento do mercado, como inframarginal se possui o preço menor e como extra marginal se o preço é maior.

Os autores do artigo tiraram algumas conclusões como que o Equilíbrio de Nash é resultado da competição entre os jogadores. Por exemplo, lances altos de preço podem elevar o preço de fechamento de mercado, no entanto a probabilidade de participar do leilão é decrescente com o aumento no lance do fornecedor. A segunda conclusão implica que quando a demanda do mercado é muito baixa, acontece uma competição de preços entre eles e as suas propostas não têm nada a ver com a demanda. A terceira é que um aumento da demanda do mercado tende a aumentar também os preços da energia. A quarta conclusão é que, quando a demanda do mercado é exatamente um múltiplo das capacidades das unidades geradoras, ou seja, a capacidade de que todos negociem toda sua energia no leilão, a tendência é que entrem mais geradores nesse leilão, ou seja, um incentivo a entrada de mais geradores.

Em (SABU; BABU, 2014) são analisadas as estratégias de lances em mercado pool de energia na qual os geradores submetem seus preços para as cargas disponíveis. Nesse caso os compradores optam pelo menor custo de energia desde que o mesmo esteja também dentro daquele possível de ser pago. Sobre a abordagem da teoria dos jogos, se trata de um jogo de informação incompleta, o jogador, neste caso, a unidade de geração tem conhecimento de seu custo de operação, no entanto desconhece os de seus concorrentes. Para sua resolução o jogo é transformado em um jogo de informação completa, porém imperfeita sobre os custos de geração. Dois métodos de solução foram utilizados para comparação, a competição perfeita e o equilíbrio de Nash obtido através de uma abordagem matricial do modelo de Cournot. A análise ocorre avaliando três barramentos com uma unidade geradora ligados entre si, assim como cargas em cada um dos barramentos, como pode ser visto na figura 2.

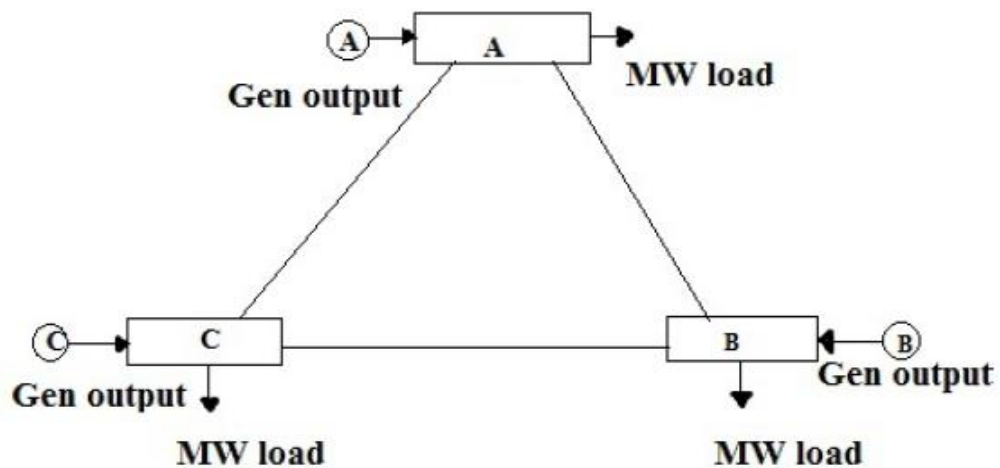


Figura 2: Sistema de três barramentos estudado

Fonte: (SABU; BABU, 2014)

O valor da demanda é fixado e, através dos cálculos, encontram-se a potência de cada gerador disponível para suprir a demanda, os custos de geração e as receitas obtidas. Os mesmos cálculos são realizados depois da entrada de mais um gerador no sistema. Os valores obtidos demonstram que no modelo de Cournot as empresas, apesar de disponibilizarem menos potência, obtiveram maiores receitas de que no modelo de competição perfeita. Através dos gráficos, nas figuras 3 e 4, é nítida a percepção de que no Equilíbrio de Nash as empresas possuem a maior receita independente de o sistema ter quatro ou três geradores.

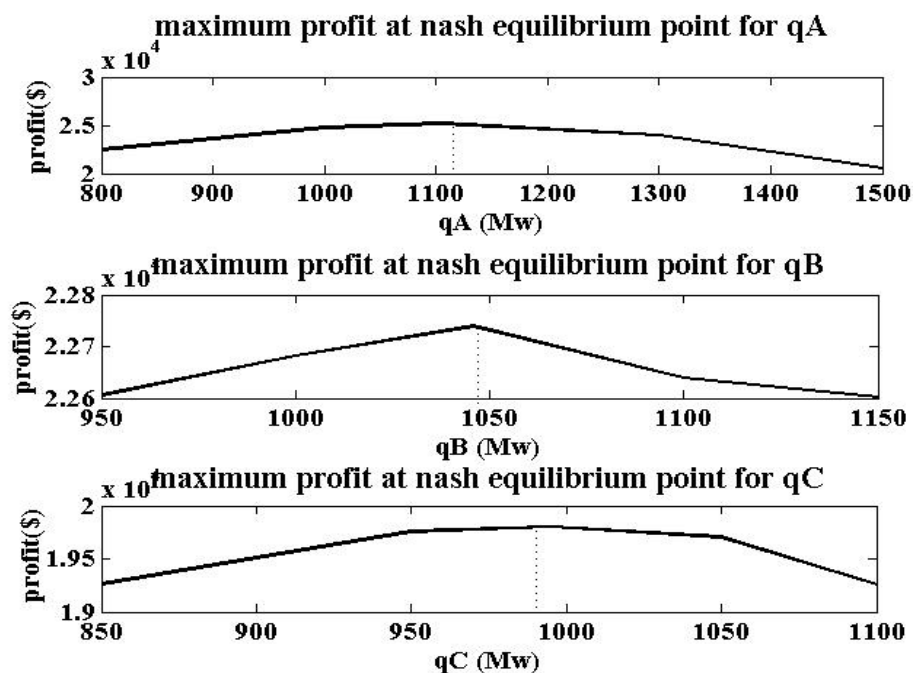


Figura 3: Curva do lucro das unidades geradoras em função de sua produção, 3 geradores

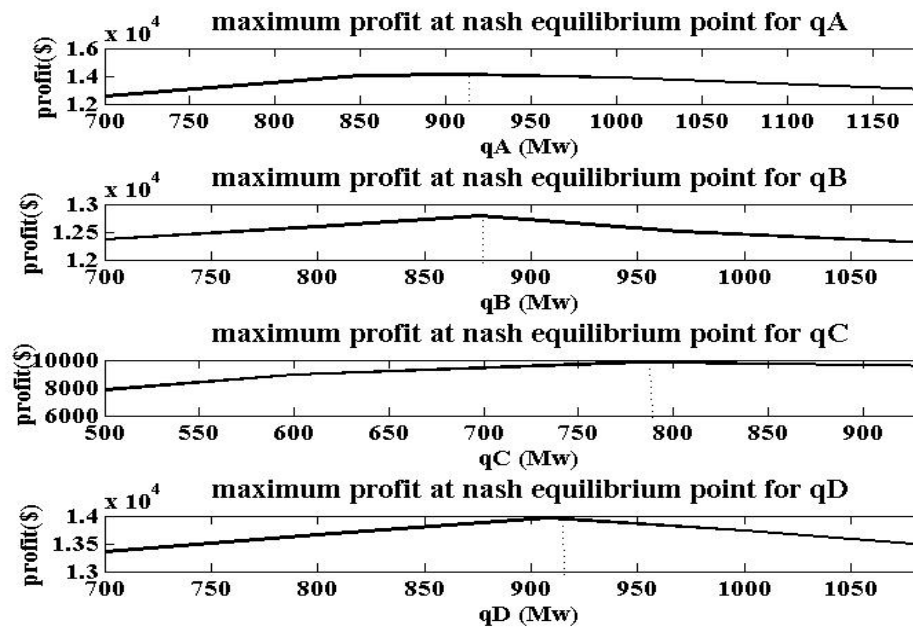


Figura 4: Curva do lucro das unidades geradoras em função de sua produção, 4 geradores

Fonte: (SABU; BABU, 2014)

No exemplo anterior, os geradores eram os jogadores e definiam suas estratégias, todavia nem sempre o jogo é analisado com essa visão. Em muitos países existem Operadores Independentes do Sistema, ou ISO (do inglês, *Independent System Operators*). No Brasil, o órgão que possui essa função é o Operador Nacional do Sistema, (ONS). Essas empresas operam o sistema, eventualmente controlam os leilões do dia seguinte, elas têm a função de manter o sistema em funcionamento, dando preferência, em caso de falta, as cargas mais essenciais do sistema. Retomando o foco na teoria dos jogos, os ISO podem adotar estratégias para tentar minimizar os custos do sistema. Existem diversas estratégias, mas devido aos trabalhos de (ZHAO *et al.*, 2007) e (ZHAO *et al.*, 2010) podemos destacar dois métodos, conhecidos como *Bid Cost Minimization* (BCM) e *Payment Cost Minimization* (PCM), o primeiro como destacado nos artigos é o mais usado pelos órgãos norte-americanos, basicamente a estratégia BCM busca minimizar o valor dos lances dos fornecedores nos leilões do dia seguinte satisfazendo a demanda horária e as possíveis restrições, como relatado no artigo, esta estratégia busca a maximização do bem estar social. A estratégia PCM tem o objetivo de reduzir o custo final dos consumidores quando comparada com a BCM. O método PCM busca minimizar, com suas devidas restrições, o preço uniforme de fechamento do mercado, esse preço aparece de forma explícita na sua função objetivo. Enquanto a BCM tem explícito em sua função objetivo a minimização do custo das unidades geradoras.

Outro tema muito presente na abordagem de leilões na teoria dos jogos são os mecanismos para formação de preço dos leilões. Dois mecanismos são amplamente estudados, o de preço uniforme e o de preço discriminatório. O mecanismo de preço uniforme é o mais utilizado (CARERI *et al.*, 2010), todos os participantes que negociam no leilão pagam o mesmo preço pelo bem independentemente do valor ofertado. Esse preço uniforme, geralmente, é o preço de fechamento do leilão, no qual todos os vendedores (fornecedores) com preço menores ou iguais a estes negociam a energia, podendo negociar apenas parte de seu bloco de oferta, caso a demanda tenha sido satisfeita. A característica do mecanismo de preço uniforme é de os jogadores oferecerem a energia com o preço de custo, tendo em vista que ao oferecer um valor mais baixo estará na faixa daqueles que negociarão no leilão e que o preço de fechamento no pior dos casos pagará todos os seus custos. Todavia, nem sempre os vendedores agem como descrito. Notando-se a chance, os vendedores podem aumentar seu preço devido a alguma restrição das linhas de transmissão, fazer conluíus com outras empresas para manter o preço da energia alta, usar de seu poder de mercado deixando de fazer lances ou somente fazendo com valores muito altos. Devido aos problemas citados, muitos estudos foram propostos para comparação e possível alteração para o mecanismo de preços discriminatórios, comumente tratado pelo termo em inglês *Pay-as-Bid* (PAB). O PAB remunera os agentes com o valor de suas ofertas. Uma consequência da adoção desse mecanismo é que os agentes, naturalmente, aumentarão o valor de suas ofertas ao mercado para conseguir gerar lucro, mas essa concorrência dificultaria os problemas já citados no mecanismo de preços uniformes.

A figura 5 ilustra a diferença dos dois métodos, mostrando como o operador do sistema ordena as ofertas de energia. Para tornar mais fácil a compreensão os fornecedores têm os blocos ofertados de energia do mesmo tamanho.

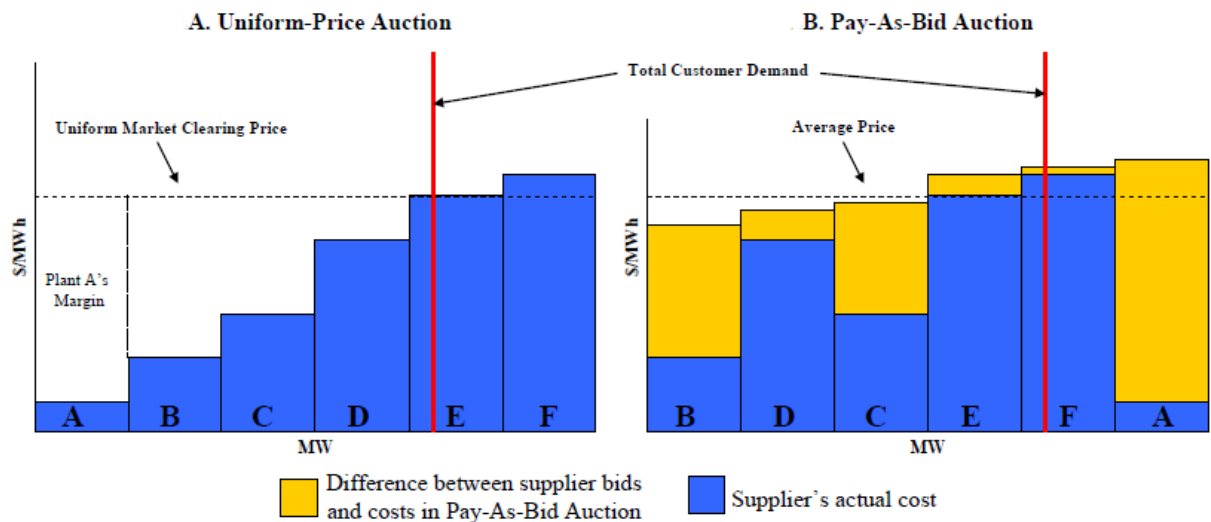


Figura 5: Diferença entre os mecanismos de preço uniforme e Pay-as-Bid

Fonte: (TIERNEY; SCHATZKI; MUKERJI, 2008)

Na figura 5.A temos o mecanismo de preços uniformes. Os lances dos fornecedores são representados por seus custos marginais ou bem próximo dos mesmos. A linha vermelha na vertical é a demanda total necessária para abastecer o sistema, o encontro dessa linha com o custo do bloco E define o preço de fechamento do mecanismo uniforme. Desse modo, os fornecedores A, B, C e D serão pagos com o mesmo custo da energia do fornecedor E, que negociará apenas parte de sua energia, também pelo mesmo valor. O fornecedor F, no entanto, não conseguiu participar do leilão devido ao preço elevado de sua oferta.

A figura 5.B mostra o PAB. Nesse mecanismo os fornecedores mudam suas ofertas para garantirem seus lucros. Novamente a linha vermelha simboliza a demanda total do sistema, porém, como já citado, esse método remunera os fornecedores com o valor de suas ofertas. Sendo assim, as empresas B, C, D e E venderam toda sua energia com o valor ofertado, a empresa F negocia apenas parte de sua energia também pelo preço pedido. Enquanto A ao contrário do leilão de preços uniformes não participa deste, mesmo tendo em tese um custo marginal menor do que suas concorrentes, isto ocorre devido à falta de precisão de algumas empresas em prever o mercado. É importante ressaltar que o exemplo da figura é apenas ilustrativo do comportamento das empresas em ambos os métodos para fechamento de preços do leilão.

Um estudo muito bem elaborado sobre os mecanismos de fechamento de preço dos leilões pode ser visto em (TIERNEY; SCHATZKI; MUKERJI, 2008), apesar de não ter uma abordagem relacionada à teoria dos jogos, nesse artigo ele analisa inúmeras questões a cerca

desses dois mecanismos e analisa não somente os efeitos imediatos causados pela escolha de um dos métodos como também as consequências futuras. Outros trabalhos interessantes sobre a discussão entre PAB e o mecanismo de preços uniformes são (REN; GALIANA, 2004b) e (REN; GALIANA, 2004a). Uma observação importante é que a estratégia nos leilões varia entre os agentes, eles não costumam vender toda sua energia em um bloco único com o mesmo preço, de acordo com a situação do mercado eles analisam qual será sua melhor estratégia.

Retomando a discussão sobre o mecanismo de fechamento do leilão alguns trabalhos analisam esse mecanismo até na realidade de nosso país como no caso (MASILI *et al.*, 2003) no qual os autores buscam expor a situação do mercado de energia brasileiro na época em que o artigo foi escrito. Explicam que a formação de preços de energia é primordial para remuneração dos agentes e citam o leilão como importante mecanismo para a formação de preços, destacando que diferente das pesquisas nos ramos de leilão na qual se consideram os agentes com poder de barganha simétricos, a realidade é que temos no país um oligopólio de agentes com características distintas, competitivos e que é necessário se considerar a componente estratégica que é a utilização de poder de mercado. Destacam ainda os dois mecanismos de remuneração mais utilizados e estudados, já citados acima. Dentro do artigo analisam diversos países depois da desregulamentação, dentre os países presentes em seus estudos podemos destacar que o Reino Unido possui um preço de fechamento discriminatório em seus leilões, todavia o estado da Califórnia (EUA), Alemanha, Noruega, Austrália, Espanha possuem leilões com preço de fechamento uniforme. Os autores analisam o mercado elétrico brasileiro, destacando os contratos bilaterais a dependência do preço em relação mercado spot.

Um outro trabalho bem completo é o (CARERI *et al.*, 2010), o artigo trata da compensação de preços nos leilões de dia seguinte no mercado de energia. É destacado que o uso do mecanismo de preço uniforme é o mais utilizado, porém o mecanismo de preço discriminatório PAB tem sido proposto como alternativa ao primeiramente citado, o objetivo principal da adoção do preço discriminatório seria desencorajar a colusão entre os agentes e a exploração do poder de mercado. O problema é baseado em um jogo estratégico, o sistema estudado é composto por duas regiões, três empresas de geração e cinco unidades de geração. A empresa G1 é a menor provedora de energia com apenas uma planta ciclo combinado (CC). A empresa G3 é a maior fornecedora com também uma usina CC e outra movida à carvão, que é a unidade mais barata do sistema. A empresa G2, ao contrário, possui uma unidade CC

e outra repotenciação que é planta mais cara do sistema, a tabela 6 abaixo destaca as regiões as quais as usinas pertencem, seus donos e custos marginais. Na tabela 7 são estabelecidas as demandas horárias para cada região.

Tabela 6: Dados do sistema de duas regiões

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

| Unidade | Proprietário | Região | Tecnologia | PMax [MW] | Custo Marginal em PMax [€/MWh] |
|---------|--------------|--------|---------------|-----------|--------------------------------|
| U1 | G1 | 1 | CC | 375 | 45,16 |
| U2 | G2 | 2 | CC | 375 | 45,16 |
| U3 | G2 | 2 | Repotenciação | 410 | 61,70 |
| U4 | G3 | 1 | CC | 375 | 52,66 |
| U5 | G3 | 1 | Carvão | 612 | 30,00 |

Tabela 7: Carga Horária em MW para o sistema em suas duas regiões

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

| Hora | Região 1 | Região 2 | Hora | Região 1 | Região 2 |
|------|----------|----------|------|----------|----------|
| 1 | 353 | 706 | 13 | 524 | 1047 |
| 2 | 333 | 666 | 14 | 516 | 1032 |
| 3 | 323 | 647 | 15 | 532 | 1065 |
| 4 | 321 | 641 | 16 | 539 | 1078 |
| 5 | 324 | 647 | 17 | 542 | 1085 |
| 6 | 342 | 683 | 18 | 539 | 1077 |
| 7 | 399 | 797 | 19 | 553 | 1106 |
| 8 | 473 | 946 | 20 | 541 | 1083 |
| 9 | 539 | 1079 | 21 | 515 | 1031 |
| 10 | 565 | 1130 | 22 | 480 | 960 |
| 11 | 567 | 1133 | 23 | 432 | 864 |
| 12 | 563 | 1126 | 24 | 387 | 774 |

As simulações são realizadas para duas situações distintas em que a interconexão entre as regiões possuem ou não restrição das linhas de transmissão, tendo um limite de fluxo de potência de 400 MW. Primeiramente, é analisada a situação sem limites da linha de transmissão. Tem-se então as receitas das três empresas geradoras, tabela 8, e a produção de energia de cada uma das unidades geradoras, tabela 9, considerando os sistemas de preços uniformes e discriminatórios. Na simulação além da diferenciação do mecanismo de preço dos leilões, foi considerado que os agentes atuassem como em uma competição perfeita (PC) ou com um comportamento de competição estratégico (SC).

Tabela 8: Receitas totais em Euros das empresas de geração considerando o mercado do dia seguinte, sem restrições de transmissão

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

| Empresas | Uniforme (SC) | Uniforme (PC) | PAB (SC) | PAB (PC) |
|----------|---------------|---------------|----------|----------|
| G1 | 121790 | -46611 | 99292 | -67088 |
| G2 | 93313 | -198260 | 86907 | -237380 |
| G3 | 511420 | 147050 | 270110 | -80364 |

Tabela 9: Produção total das Unidades de Geração [MWh] considerando o mercado do dia seguinte, sem restrição de transmissão

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

| Usinas | Uniforme (SC) | Uniforme (PC) | PAB (SC) | PAB (PC) |
|--------|---------------|---------------|----------|----------|
| U1 | 6441 | 5847 | 6147 | 5847 |
| U2 | 7220 | 5847 | 5893 | 5847 |
| U3 | 3822 | 4085 | 2773 | 4085 |
| U4 | 2787 | 3146 | 4723 | 3146 |
| U5 | 13335 | 14681 | 14069 | 14681 |

O interessante deste trabalho é a forma como retrata a estratégia das empresas. Considerando o mecanismo de preços uniformes, a empresa G1 age como um tomador de preço típico, durante o dia oferece sua energia com valor próximo ao seu custo marginal, já, à noite, oferece energia com custos elevados para sair da programação de produção, evitando assim os custos fixos. As empresas G2 e G3 agem ambas da mesma forma, a empresa G3 tem seu lucro garantido graças à usina U5 carga de base, enquanto mantém o preço de U4 alto para elevar os preços do mercado durante o horário de pico. A geradora G2 mantém sua unidade U2 como um tomador de preço, enquanto deixa elevado os preços de U3 para manter elevado os preços de mercado.

Considerando o mecanismo discriminatório PAB, os lucros das empresas caem substancialmente devido à perda inframarginal da receita introduzida pelo modelo. É mais difícil de analisar o comportamento das empresas, as estratégias podem depender da fonte de geração das usinas, provavelmente a carga base, usina U5, aumente seus preços, enquanto as demais tendem a ser mais moderadas.

A figura 6 retrata a energia paga por hora pelos consumidores nos mecanismos de fechamento de preço uniforme e PAB, de acordo com a simulação, nota-se que o mecanismo PAB é capaz de reduzir preço da energia, assim como os picos de preço que ocorrem no mecanismo uniforme.

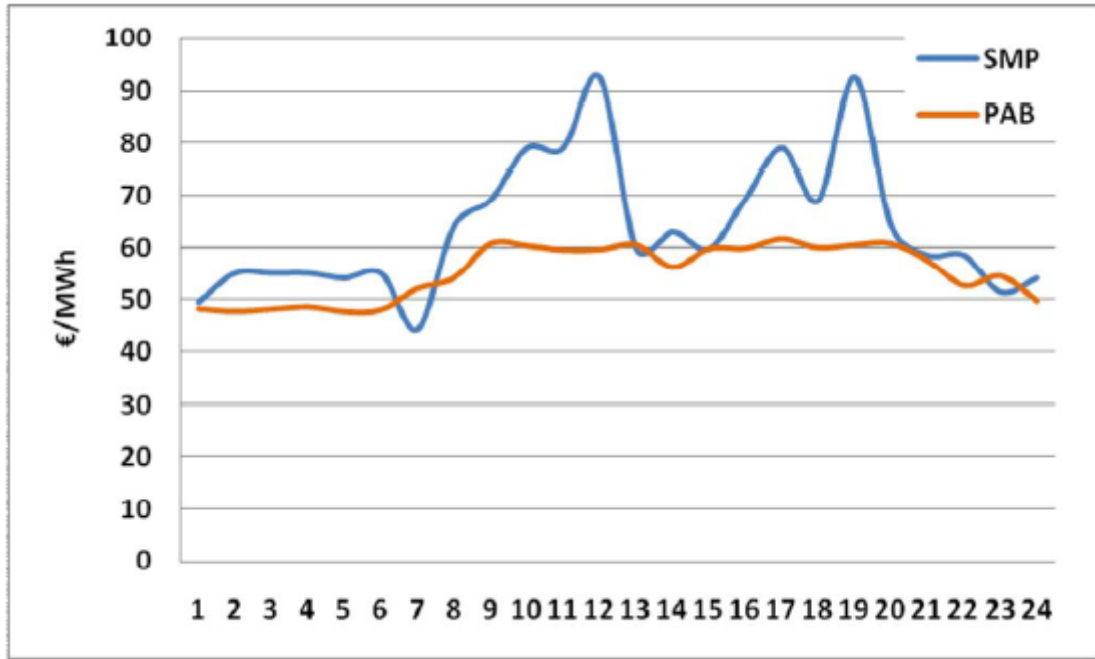


Figura 6: Preço da energia pago por hora pelos consumidores nas duas estruturas de mercado analisadas

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

Agora, considerando o mesmo sistema, porém com o limite de transmissão fixado em 400 MW, os resultados sofrem alterações, como podemos ver nas tabelas 10 e 11.

Tabela 10: Receitas totais em Euros das empresas de geração considerando o mercado do dia seguinte, com restrições de transmissão em 400 MW

Fonte:(CARERI *et al.*, 2010)

| Empresas | Uniforme (SC) | Uniforme (PC) | PAB (SC) | PAB (PC) |
|----------|---------------|---------------|----------|----------|
| G1 | 72474 | -51464 | -3913 | -67715 |
| G2 | 363770 | -82756 | 300360 | -227810 |
| G3 | 412750 | 127890 | 259750 | -88965 |

Tabela 11: Produção total das Unidades de Geração [MWh] considerando o mercado do dia seguinte, com restrições de transmissão em 400 MW

Fonte: (CARERI *et al.*, 2010)

| Usinas | Uniforme (SC) | Uniforme (PC) | PAB (SC) | PAB (PC) |
|--------|---------------|---------------|----------|----------|
| U1 | 5807 | 5391 | 2029 | 5391 |
| U2 | 8370 | 6925 | 7548 | 6925 |
| U3 | 5220 | 5944 | 5364 | 5944 |
| U4 | 0 | 665 | 4350 | 665 |
| U5 | 14208 | 14681 | 14314 | 14681 |

Com a restrição a empresa G2 é favorecida, já que suas usinas estão na segunda região onde grande parte das cargas do sistema estão alocadas e como existe um limite de 400MW na transmissão entre as regiões, G2 tem um aumento do lucro em ambos os mecanismos. Esse favorecimento impede que as outras empresas geradoras utilizem a estratégia de retenção. Analisando os geradores no mecanismo de preço uniformes, embora a empresa G1 se porte de maneira semelhante ao caso anterior onde não havia a restrição de transmissão, devido ao limite da linha de interconexão durante o dia provoca uma redução da carga total, nestas condições U1 torna-se frequentemente a unidade marginal. A empresa G3 continua mantendo seus lucros graças a usina de carga base U5, no entanto a usina U4 chega a deixar de produzir por ser menos competitiva que U1. Como descrito anteriormente, a empresa G2 atua quase sozinha na região 2, assim ela implementa estratégias afim de deixar o preço o mais alto possível na região, mantém o preço de ambas as suas unidades U2 e U3 altas e retém a capacidade quando a carga está longe do seu máximo.

Considerando o mecanismo PAB, assim como no primeiro caso é praticamente impossível de prever o comportamento das empresas geradoras. A presença da congestão aumenta ainda mais o risco de não se gerar energia.

Nessa simulação, não houveram picos de preços no mecanismo de preços uniformes. No entanto, o preço da energia paga por hora pelos consumidores se manteve alta durante todo o dia em ambos os mecanismos. O mecanismo PAB tem um valor pouco menor em comparação ao uniforme como podemos ver na figura 7.

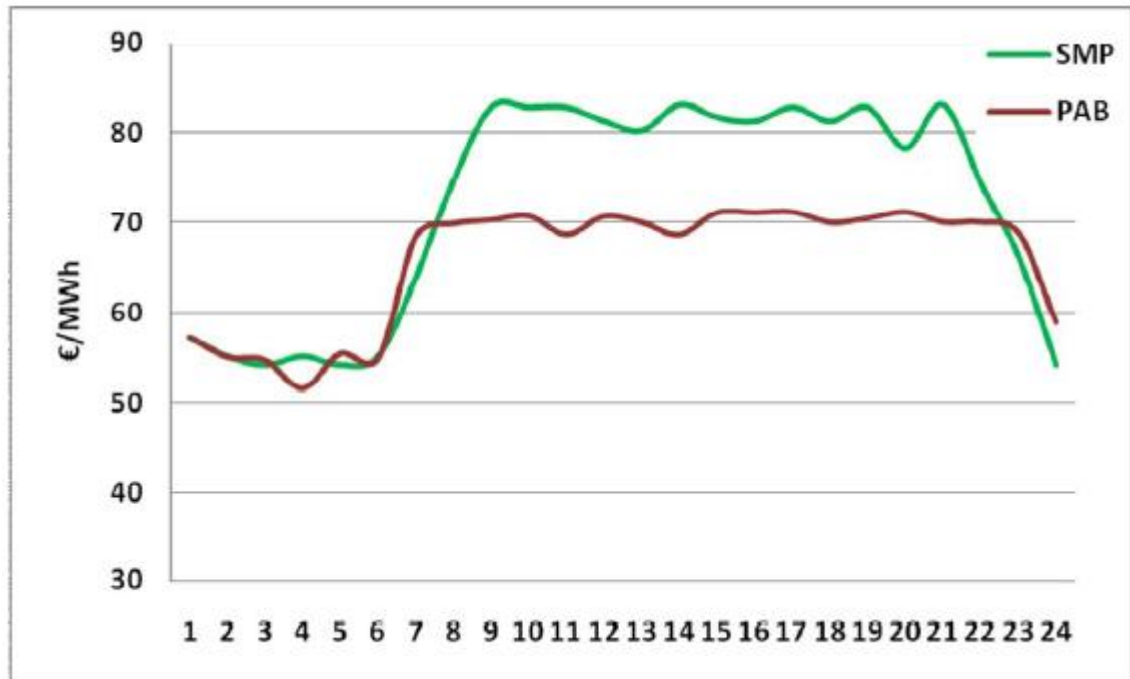


Figura 7: Preço da energia pago por hora pelos consumidores nas duas estruturas de mercado analisadas

Fonte: (CARERI *et al.*, 2010)

Como conclusão, depois dos dados obtidos com as simulações, no mecanismo de preços uniformes todas as empresas geradoras tendem a tentar melhorar seus lucros através de ofertas mais caras de energia, retenção ou exercer poder de mercado. Além disso, a situação pode se agravar quando congestões das linhas de transmissão ocorrem em regiões com cargas essenciais. Como já falado no mecanismo PAB as empresas de geração têm uma diminuição dos seus lucros devido à perda inframarginal de receita introduzida pelo modelo, assim o preço de compra dos consumidores é reduzido em conformidade, o mecanismo não impede que as empresas exerçam poder de mercado, mas a chance de não produzirem energia é aumentada, outra análise é que o risco de não produzir é maior para empresas menores, um resultado, talvez, desanimador para novos investidores.

O artigo (SON *et al.*, 2004) também estuda os mecanismos de fechamento de preço uniforme e PAB em um leilão de curto prazo com duas empresas, uma de grande porte, com poder de mercado, e outra de pequeno porte. Os resultados obtidos através das simulações, ao contrário do que era esperado pelo Teorema de Receitas Equivalentes, ou do inglês *revenue equivalence theorem* (RET), mostraram que os rendimentos para as empresas geradoras no mecanismo PAB foram menores do que no mecanismo uniforme, foram analisados os modelos com uma demanda elástica e inelástica. Foi utilizada a estrutura básica do modelo de

leilão selado multiunidade para o mercado de energia. As ofertas de venda nesse leilão não podem ser maiores do que um determinado preço limite, isso acontece para evitar que as empresas que tenham grande poder de mercado abusem de sua posição. Para descrever o comportamento estratégico das duas empresas, o trabalho nos mostra as possíveis estratégias que as empresas podem tomar durante o leilão. O jogador A é a empresa de geração de grande porte, enquanto que o jogador B é de pequeno porte.

- A estratégia de retenção, onde o jogador A pode exercer fortemente seu poder de mercado, deixando parte de sua carga a um preço baixo, mantendo seus lucros, e o restante no preço limite para maximizar seus lucros.
- A estratégia de subcotação representa outra ação em que o jogador A baseado na crença que a subcotação do preço de oferta do jogador B é mais rentável.
- A estratégia tímida é qualquer outra ação de A fora as estratégias de ofertas já citadas.
- O jogador B, em contrapartida tem duas estratégias, ele pode oferecer a energia a preços baixos, a estratégia segura, tendo a certeza que negociaria no leilão, ou se arriscar e elevar o preço de sua energia, que seria a estratégia de risco, a estratégia escolhida pelo jogador A afeta diretamente em B.

Com o conhecimento das estratégias, pode-se escolher a melhor resposta de cada jogador considerando a decisão do outro. Por exemplo, quando o jogador B utiliza a estratégia de risco a melhor estratégia do jogador A é a estratégia de subcotação. Para todos os casos as receitas do jogador A são iguais em ambos os mecanismos de fechamento de preço, já para o jogador B não acontece o mesmo, no PAB ele obtém menores receitas. Os resultados das simulações demonstram que o RET não se mantém para um sistema de dois jogadores sem restrições no sistema de transmissão. Diferente do previsto pelo RET, o mecanismo afeta o preço de fechamento do leilão e as receitas dos vendedores. Assim, foi provado que os lucros totais das unidades geradoras para o Equilíbrio de Nash sob os mecanismos de preço uniforme e PAB não são equivalentes. O custo para os consumidores poderia ser menor no mecanismo de preço PAB, porém o equilíbrio sob este mecanismo ocorre em uma estratégia mista, que é presumidamente indesejável do ponto de vista do operador do sistema.

O artigo de (PALIT; CHAKRABORTY, 2015) trata da competição entre empresas geradoras nos leilões diários e horários de energia em um mercado desregulamentado de energia elétrica. No estudo são consideradas três curvas de carga diárias diferentes para situações de baixos, médios e altos picos de demandas horárias. São considerados na análise

as restrições de transmissão, de limites de geração e de custos de geração, no caso de usinas térmicas. O método computacional utilizado para o cálculo foi o de Newton-Raphson para um sistema padrão de 9 barras do IEEE.

O jogo é simulado considerando três empresas geradoras, cada uma com uma única usina térmica. Esses três jogadores competem para obterem um lucro máximo. Na análise há apenas uma empresa varejista de serviços de energia, do inglês *retail energy service company* (RESCO), que adquire a energia em favor dos consumidores através do intercâmbio de energia após a aprovação técnica e comercial do ISO. A RESCO compra a um preço competitivo mínimo para que os consumidores paguem o preço justo.

A tabela 12 contém os dados de demandas de um dia específico, o valor máximo de demanda é de 400 MW. A parte de estratégias oferecidas se trata do valor referente ao custo marginal de produção da empresa. Na hora 1, por exemplo, a demanda é de 240 MW, as empresas G1 e G2 oferecem a energia a 60% de seu custo marginal, enquanto G3 oferece a 78%. A cada hora duas restrições devem ser satisfeitas. A primeira é que a soma das produções das 3 usinas deve ser igual a demanda horária mais as perdas do sistema. A segunda é que as usinas devem estar dentro de seus limites mínimos e máximos de geração.

Tabela 12: Estratégias horárias dos jogadores, no Equilíbrio de Nash

Fonte:(PALIT; CHAKRABORTY, 2015)

| Hora | Demanda (MW) | Estratégias oferecidas | | | Estratégias Ótimas no Eq. Nash | | |
|------|--------------|------------------------|-------|------|--------------------------------|------|------|
| | | Baixa | Média | Alta | G1 | G2 | G3 |
| 1 | 240 | 0,6 | 0,78 | 0,95 | 0,6 | 0,6 | 0,78 |
| 2 | 232 | 0,58 | 0,75 | 0,9 | 0,9 | 0,75 | 0,9 |
| 3 | 228 | 0,55 | 0,7 | 0,85 | 0,7 | 0,7 | 0,7 |
| 4 | 224 | 0,5 | 0,65 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,65 |
| 5 | 220 | 0,47 | 0,63 | 0,77 | 0,63 | 0,77 | 0,77 |
| 6 | 212 | 0,43 | 0,6 | 0,7 | 0,43 | 0,43 | 66,2 |
| 7 | 228 | 0,6 | 0,78 | 0,95 | 0,6 | 0,6 | 0,95 |
| 8 | 240 | 0,65 | 0,75 | 0,97 | 0,75 | 0,75 | 0,97 |
| 9 | 280 | 0,68 | 0,78 | 1,1 | 0,68 | 0,68 | 0,78 |
| 10 | 320 | 0,7 | 0,85 | 1,1 | 0,7 | 0,7 | 1,1 |
| 11 | 360 | 0,73 | 0,87 | 1,2 | 0,73 | 0,73 | 1,2 |
| 12 | 380 | 0,75 | 0,9 | 1,3 | 0,75 | 0,75 | 0,9 |
| 13 | 380 | 0,73 | 0,88 | 1,15 | 0,73 | 0,73 | 1,15 |
| 14 | 372 | 0,75 | 0,9 | 1,25 | 0,75 | 0,75 | 1,25 |
| 15 | 392 | 0,8 | 1 | 1,35 | 1 | 1 | 1,35 |
| 16 | 400 | 1 | 1,2 | 1,5 | 1 | 1 | 1,5 |
| 17 | 396 | 0,95 | 1,1 | 1,3 | 0,95 | 0,95 | 1,3 |
| 18 | 388 | 0,75 | 0,93 | 1,18 | 0,93 | 0,93 | 1,18 |
| 19 | 396 | 0,95 | 1,1 | 1,3 | 0,95 | 0,95 | 1,3 |
| 20 | 388 | 0,73 | 0,9 | 1,15 | 0,73 | 0,73 | 1,15 |
| 21 | 380 | 0,7 | 0,85 | 1 | 0,7 | 0,7 | 0,85 |
| 22 | 340 | 0,65 | 0,8 | 0,95 | 0,65 | 0,65 | 0,95 |
| 23 | 320 | 0,6 | 0,75 | 0,9 | 0,6 | 0,6 | 0,9 |
| 24 | 304 | 0,5 | 0,65 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,65 |

Usando o modelo de Newton-Raphson é aplicada a teoria dos jogos buscando o Equilíbrio de Nash considerando dois objetivos: maximizar os ganhos das empresas geradoras, afim de incentivar sua participação nos leilões; e garantir um preço acessível aos consumidores.

Analisando os dados da tabela 13, percebe-se a presença de benefícios negativos que representam as perdas sofridas por alguns concorrentes em casos de baixa demanda.

Tabela 13: Valores horários de geração, lucro, preço de venda ideal e perdas

Fonte:(PALIT; CHAKRABORTY, 2015)

| Hora | Demanda (MW) | Geração Ótima (MW) | | | Lucro ótimo (\$/h) | | | Preço de venda ideal (\$/h) | Perdas (MW) |
|------|--------------|--------------------|-------|------|--------------------|--------|--------|-----------------------------|-------------|
| | | G1 | G2 | G3 | G1 | G2 | G3 | | |
| 1 | 240 | 75,9 | 137,5 | 33,3 | -103 | 47,5 | -146,3 | 3340,3 | 6,8 |
| 2 | 232 | 70,6 | 134,6 | 33,8 | -238 | 59,7 | -4,7 | 3180,2 | 7,1 |
| 3 | 228 | 71,6 | 129,3 | 34,9 | -210 | -119,4 | 130,9 | 3071,1 | 7,9 |
| 4 | 224 | 70,5 | 127,9 | 31,7 | -281 | 168,2 | -223,9 | 2848,8 | 6,2 |
| 5 | 220 | 71,6 | 122,4 | 33,7 | -253 | 14,8 | -84,9 | 2778,7 | 7,8 |
| 6 | 212 | 66,2 | 119,7 | 33,3 | -382 | 5,8 | -27,4 | 2527,2 | 7,3 |
| 7 | 228 | 72,2 | 131,2 | 29,8 | -114 | 1072,4 | -220,5 | 4019,4 | 5,3 |
| 8 | 240 | 75,9 | 137,5 | 33,3 | -15,1 | 1232 | -54,4 | 4704,7 | 6,8 |
| 9 | 280 | 89,1 | 161,4 | 38,4 | 158,6 | 2261,8 | 436 | 7390,5 | 9 |
| 10 | 320 | 102,8 | 187,3 | 38,5 | 886,9 | 764,3 | -22,3 | 7320,6 | 8,7 |
| 11 | 360 | 116,2 | 212,3 | 41,5 | 1319 | 1233,7 | 181 | 9726,1 | 10,1 |
| 12 | 380 | 122,5 | 223,5 | 46,8 | 1606 | 1496 | 1200,2 | 11982 | 12,9 |
| 13 | 380 | 122,8 | 224,5 | 43,8 | 1559 | 2625,2 | 134,1 | 12013 | 11,2 |
| 14 | 372 | 120,2 | 219,8 | 42,4 | 1571 | 2682,3 | 230,6 | 11897 | 10,5 |
| 15 | 392 | 126,6 | 231,4 | 46,6 | 2237 | 3812,9 | 1113,9 | 15291 | 12,7 |
| 16 | 400 | 129,4 | 236,8 | 46,1 | 3374 | 8604,3 | 548,9 | 20963 | 12,4 |
| 17 | 396 | 128 | 233,9 | 46,8 | 2785 | 6582 | 787,1 | 18432 | 12,8 |
| 18 | 388 | 125,2 | 228,7 | 46,9 | 1843 | 5246,5 | 977,3 | 16042 | 12,9 |
| 19 | 396 | 128 | 233,9 | 46,8 | 3763 | 3454,4 | 591,1 | 16086 | 12,8 |
| 20 | 388 | 125,4 | 299,5 | 44,5 | 2920 | 1450,2 | 334,6 | 12693 | 11,5 |
| 21 | 380 | 122,5 | 223,5 | 46,7 | 2054 | 1090,5 | 754,6 | 11580 | 12,8 |
| 22 | 340 | 109,4 | 199,3 | 41,1 | 1402 | 1523,7 | 18 | 9259,9 | 9,9 |
| 23 | 320 | 102,7 | 187,1 | 39,1 | 1040 | 1047,8 | 44,4 | 7821,2 | 9 |
| 24 | 304 | 97,2 | 176,6 | 39,2 | 600,8 | 396,7 | 144,1 | 6347,6 | 9,2 |

As estratégias de venda mudam conforme a demanda horária, no caso da demanda de 400 MW, que é a demanda de pico do sistema, o preço de venda da estratégia baixa, que é a menor, é o custo marginal da empresa. É natural que quanto maior a demanda do sistema maior sejam os preços da energia. Uma outra observação válida é que o aumento do custo por parte de um dos jogadores diminui sua parcela de mercado, por exemplo, nos horários de 12 e 13 horas a demanda do sistema se mantém em 380 MW, no entanto, a empresa G3 muda sua oferta de preço de 90% do preço marginal para 115% o que acarreta para o equilíbrio de Nash uma diminuição de 46,88MW para 43,82MW a produção da empresa.

No caso de a demanda ser muito grande, todos os jogadores buscam aumentar seus preços para obter maiores receitas, para manter o mercado saudável, nessa situação, o ISO despacha a maior parte da carga pelo o jogador que oferece o menor preço no leilão. No estudo foram considerados todos os vendedores com comportamentos racionais, buscando maximizar suas receitas. Nem sempre é garantida a racionalidade dos jogadores.

O artigo de (TELLIDOU; BAKIRTZIS, 2007) traz uma abordagem diferente dos já citados, particularmente ele estuda o exercício do poder de monopólio. O mercado de energia é formulado como um jogo estocástico, o leilão é horário e o preço de fechamento do é preço marginal local, ou do inglês *local marginal pricing* (LMP). O método utilizado na simulação é chamado de *SA-Q-learning algorithm*. O detalhamento do algoritmo utilizado pode ser visto no artigo.

A análise é realizada em um sistema bem simples de apenas dois barramentos interconectados, com um gerador e uma carga em ambos. Os detalhes podem ser vistos na figura 8. O limite de transmissão da linha que conecta os barramentos é de 100MW e o preço limite de oferta é de 40 €/MWh.



Figura 8: Sistema de dois barramentos

Fonte:(TELLIDOU; BAKIRTZIS, 2007)

Dois casos foram estudados. O primeiro que é considerado como referência é o caso em que ambos os geradores oferecem toda sua capacidade em seu preço marginal, tendo como resultado preços competitivos. No segundo caso, os geradores buscam maximizar seus lucros.

Tabela 14: Potência e custo marginal dos geradores

Fonte:(TELLIDOU; BAKIRTZIS, 2007)

| Geradores | Potência máxima [MW] | Custo Marginal [€/MWh] |
|-----------|----------------------|------------------------|
| G1 | 500 | 20 |
| G2 | 500 | 30 |

No primeiro caso ambos os jogadores disponibilizam toda sua energia a custo marginal, assim o ISO despacha 200MW de G1, sendo 100MW para o barramento no qual se encontra o gerador e 100MW para o outro barramento, os outros 100MW restantes são fornecidos G2 devido à restrição de 100MW da linha de transmissão. Nesse caso, ambas as empresas geradoras recebem apenas o seu custo marginal e o ISO coleta €1000 pela congestão da linha.

Tabela 15: Situação onde os agentes não agem estrategicamente

Fonte:(TELLIDOU; BAKIRTZIS, 2007)

| Barramentos | Geradores | Potência máxima [MW] | Custo Marginal [€/MWh] | Lucros [€] |
|-------------|-----------|----------------------|------------------------|------------|
| 1 | G1 | 500 | 20 | 0 |
| 2 | G2 | 500 | 30 | 0 |

No segundo caso ambos os jogadores agem estrategicamente. A empresa G1 identifica seu poder de mercado e retém energia, oferecendo apenas 200MW para não deixar a linha congestionada e receber pelo LMP do barramento 2. Assim, ele consegue elevar o LMP do barramento 1 para maior do que 30 €/MWh e aumentar seus lucros, de zero para um valor maior que $(30-20) * 200 = 2000$ €. Desde que não haja congestão na linha ambos os geradores são pagos com o mesmo preço de fechamento do mercado. O preço de fechamento do leilão será o preço limite imposto de 40€, pois o G2 exerce seu poder de monopólio no barramento 2

oferecendo toda sua energia a 40€ que é o preço limite. Ambas as unidades geradoras utilizaram as melhores estratégias possíveis para elas, encontrando um equilíbrio de Nash para esse jogo.

O trabalho de (BASTIAN-PINTO; DALBEM, 2010) traz uma aplicação diferente dos outros artigos até agora, nos outros a principal motivação era formação de preços em diversos tipos de leilões de energia. Este artigo, no entanto, utiliza da teoria dos jogos nos campos de leilão para fazer uma análise da possibilidade de investimento em usinas eólicas no Brasil. De maneira bem simples, as empresas que ganham os leilões são aquelas que se comprometem a oferecer um menor preço de geração durante 20 anos. O ponto crucial do estudo é que, mesmo com os requisitos mínimos que são impostos as empresas, a previsão de mercado pode interferir fortemente e impedir que talvez empresas mais estruturadas consigam vencer o leilão.

Para tornar a análise mais simples é considerado um duopólio, no qual uma empresa precisaria de maiores investimentos do que sua concorrente por um ou mais dos seguintes motivos: menor capacidade de levantar capital ou negociar incentivos fiscais; menor fator de capacidade; o projeto fica longe das linhas de transmissão. Por outro lado, esta empresa não acredita que o valor de projetos eólicos variará significativamente no futuro. A outra empresa não precisaria de muitos investimentos por já estar mais bem estruturada, todavia acredita que os preços de energia eólica serão mais voláteis, ou que os preços se recuperarão levemente nos próximos leilões. Além das divergentes previsões sobre o futuro mercado de energia eólica de ambas as empresas, ainda é considerado se seria o melhor momento para participar do leilão, deixando de participar nos próximos.

Um projeto eólico exige um grande investimento inicial e baixos custos operacionais, logo diferenças no investimento inicial contribuem significativamente para a tomada de decisão. Desse modo, a conclusão é que uma forma de evitar o efeito perverso de contratar projetos menos viáveis e não necessariamente ao menor preço para o consumidor, o governo brasileiro poderia enviar sinais claros sobre o futuro do setor eólico.

Muitos dos artigos estudados não abordam a comercialização de energia nos moldes brasileiros. Devido a isto, o artigo de (CORREIA; MELO; COSTA, 2006) serve para clarear a abordagem dos leilões no Brasil.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou uma revisão bibliográfica a respeito de aplicações de teoria dos jogos aplicada a mercados de energia elétrica. Mais especificamente, o trabalho tem como foco os leilões de energia elétrica.

Para um melhor entendimento e aprofundamento do tema foi realizada uma revisão dos principais conceitos da teoria microeconômica relacionados ao tema, envolvendo inicialmente modelos de mercados e teoria dos jogos.

A seguir é apresentada a revisão de alguns artigos que relaciona teoria dos jogos e leilões de energia elétrica.

Pode ser observado neste trabalho a importância do tema em estudo nas negociações de energia elétrica, diversos são os modelos propostos para elucidação de um mesmo problema. No entanto, o arcabouço da teoria dos jogos está presente em todos eles para justificar os esforços encontrados e, muitas vezes, através do Equilíbrio de Nash comprovar que caso o tomador de decisão modifique sua escolha seus benefícios tendem a diminuir.

5.1 Sugestões Para Estudos Futuros

Para um trabalho futuro seria interessante que através dos estudos vistos neste documento se buscasse o desenvolvimento de uma análise mais completa sobre a questão dos mecanismos de fechamento de preços em leilões aplicando a teoria dos jogos para embasar as conclusões alcançadas. Seria necessário considerar não apenas os lucros gerados pelas empresas e o preço pago pelos consumidores finais, mas uma análise que verificasse a situação em que o mercado se encontraria depois de diversas rodadas de análise, se as empresas conseguiriam se manter e também se novas empresas fossem atraídas para este mercado, talvez até com preços mais competitivos.

O desenvolvimento de um método computacional bem robusto seria necessário. Os trabalhos estudados até agora apenas consideram os benefícios “instantâneos”, não considerando a situação posterior do mercado. Foram inúmeros os métodos de resolução do

problema apresentados, de tal modo que mesmo para esse caso ainda se mostram possíveis muitas escolhas para a análise.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, Maria Luísa; A. A Teoria dos Jogos e os Oligopólios. **Luanda: Faculdade de Direito de Luanda, da ...** p. 120 , 2004. Disponível em:
<<http://www.uspleste.usp.br/rvicente/TeoriaDosJogos.pdf>>.
- BASTIAN-PINTO, C. De Lamare;;; DALBEM, M. Corrêa. Leilão de Energia Eólica no Brasil: Análise dos Resultados com Base na Teoria de Jogos de Opções Reais. **Encontro da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Administração** p. 1–17 , 2010.
- BELLINI XAVIER, Edgar. *Plataforma de Simulação de Leilão em Mercados Competitivos de Eletricidade* .**Journal of Chemical Information and Modeling**. Juiz de Fora: [s.n]. , 2015
- CAIRES, Filipe Vieira. *Incentivos de investimentos em geração considerando modelos de mercado de energia* . Juiz de Fora: [s.n]. , 2014
- CARERI, F. *et al.* Bidding strategies in day-ahead energy markets: System marginal price vs. pay as bid. **2010 7th International Conference on the European Energy Market, EEM 2010** n. March, p. 1–7 , 2010.9781424468386.
- CORREIA, Tiago B.; MELO, Elbia; COSTA, Agnes M. Da. Análise e avaliação teórica dos leilões de compra de energia elétrica proveniente de empreendimentos existentes no Brasil. **Revista EconomiA** v. 7, n. 3, p. 509–529 , 2006. Disponível em:
<http://anpec.org.br/revista/vol7/vol7n3p509_529.pdf>.
- FIANI, Ronaldo. **Teoria dos Jogos**. 3ª. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009. 400 p. .8535235396.
- HUNT, Sally; SHUTTLEWORTH, Graham. **Competition and Choice in Electricity**. 1ª. ed. [S.l.]: WILEY, 1996. 252 p. .
- MASILI, Gustavo S. *et al.* Mecanismo de leilão e a formação de preços da energia no Brasil. , 2003. Disponível em: <http://www.abraceel.com.br/_anexos/masili2003clagteeleiloes.pdf>.
- MAURER, Luiz; BARROSO, Luiz. **Electricity Auctions - An Overview of Efficient Practices**. Washington DC: The World Bank, 2011. 180 p. 1 v. Disponível em:
<<http://documents.worldbank.org/curated/en/2011/01/14830990/electricity-auctions-overview-efficient-practices>>. .978-0-8213-8822-8.
- NASH JR, John F. Equilibrium points in n-person games. **Proc Natl Acad Sci U S A** v. 36, n.

1, p. 48–49 , 1950a. Disponível em:

<<http://www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pnas.36.1.48>>.0027-8424 1091-6490.

NASH JR, John F. Non-Cooperative Games. **Annals of Mathematics** v. 54, n. 2, p. 286–295 , 1951. Disponível em:

<<http://www.jstor.org/stable/1969529?origin=crossref>\n<http://www.jstor.org/stable/1969529>>.0003486X.

NASH JR, John F. The bargaining problem. **Econometrica: Journal of the Econometric Society** v. 18, n. 2, p. 155–162 , 1950b. Disponível em:

<<http://www.jstor.org/stable/1907266>>.

NASH JR, John F. Two-person cooperative games. **Econometrica: Journal of the Econometric Society** v. 21, n. 1, p. 128–140 , 1953. Disponível em:

<<http://www.jstor.org/stable/1906951>>.

PALHA, Vinícius Masson. *Microeconomia*. Disponível em:

<<http://estudoeconomia.webnode.com.br/news/microeconomia/>>.

PALIT, Debashis; CHAKRABORTY, Niladri. Optimal model of hour-ahead power bidding in deregulation. **11th IEEE India Conference: Emerging Trends and Innovation in Technology, INDICON 2014** p. 6–11 , 2015.9781479953646.

PINDYCK, Robert .; RUBINFELD, Daniel L. **Microeconomia**. 7^a. ed. São Paulo: Pearson, 2010. 647 p. .9788576052142.

PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel L. *Microeconomia* . [S.l: s.n.]. , 2006

REN, Yongjun U.; GALIANA, Francisco D. Pay-as-bid versus marginal pricing - Part II: Market behavior under strategic generator offers. **IEEE Transactions on Power Systems** v. 19, n. 4, p. 1777–1783 , 2004a.0885-8950 VO - 19.

REN, Yongjun U.; GALIANA, Francisco D. Pay-as-bid versus marginal pricing-part I:Strategic generator offers. **Power Systems, IEEE Transactions on** v. 19, n. 4, p. 1771–1776 , 2004b.0885-8950 VO - 19.

SABU, Chinchu; BABU, M. Ramesh. Nash Equilibrium Bidding Strategies in a Pool Based Electricity Market. 2014, Chennai: [s.n.], 2014. p.803–808. Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=7055001>>. 0885-8950 VO - 17. .

SARTINI, Brígida Alexandre; GARBUGIO, Gilmar; BORTOLOSSI, Humberto José. Uma

Introdução a Teoria dos Jogos. 2004, [S.l.: s.n.], 2004. p.64.

SON, You Seok *et al.* Short-term electricity market auction game analysis: Uniform and pay-as-bid pricing. **IEEE Transactions on Power Systems** v. 19, n. 4, p. 1990–1998 , 2004.

TELLIDOU, A. C.; BAKIRTZIS, A. G. Agent-based analysis of monopoly power in electricity markets. **2007 International Conference on Intelligent Systems Applications to Power Systems, ISAP** , 2007.9860130868.

TIERNEY, Sf; SCHATZKI, T; MUKERJI, R. Uniform-Pricing versus Pay-as-Bid in Wholesale Electricity Markets: Does it Make a Difference? **New York ISO** n. March , 2008.

Disponível em:

<http://www.nyiso.com/public/webdocs/media_room/current_issues/uniformpricing_v_payasbid_tierneyschatzkimukerji_2008.pdf\n<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Pay-as-Bid+vs.+Uniform+Pricing:+Discriminatory+Auctions+Promote+Strategi>>.

YOU, Wenxia; XU, Dandan; LI, Wenwu. Research on optimal bidding strategies for power suppliers based on sealed auction. **2010 International Conference on Power System Technology: Technological Innovations Making Power Grid Smarter, POWERCON2010** p. 0–4 , 2010.9781424459407.

ZHAO, Feng *et al.* Bid cost minimization versus payment cost minimization: A game theoretic study of electricity auctions. **IEEE Transactions on Power Systems** v. 25, n. 1, p. 181–194 , 2010.0885-8950.

ZHAO, Feng *et al.* Bid cost minimization vs. Payment cost minimization: A game theoretic study of electricity markets. **2007 IEEE Power Engineering Society General Meeting, PES** p. 1 – 8 , 2007. Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4275648>>.1424412986.