QUESTÕES DISCURSIVAS – GABARITO – PISM III – EXATAS – 1º. DIA

LÍNGUA PORTUGUESA

PISM III – LÍNGUA PORTUGUESA - QUESTÃO 1:
O autor formula a pergunta que finda o primeiro parágrafo a partir dos fatos por ele mostrados relativos à dificuldade de milhares de refugiados de guerra para encontrarem abrigo.

PISM III – LÍNGUA PORTUGUESA - QUESTÃO 2:
O autor usa verbos no presente do indicativo de modo a aproximar o leitor aos fatos relatados, aumentando o efeito de veracidade do seu escrito.

PISM III – LÍNGUA PORTUGUESA - QUESTÃO 3:
O uso de dois pontos na frase destacada pode se explicar pelo fato de serem duas afirmativas em que a primeira introduz a segunda, e esta serve como explicação, esclarecimento àquela.

PISM III – LÍNGUA PORTUGUESA - QUESTÃO 4:
O Texto II se relaciona ao Texto I na medida em que, entre outros elementos, traz a sinopse de um livro cujo tema, os refugiados de Idomeni, é aquele com o qual o Texto I se inicia para tratar do “peso dos tempos” atuais.

PISM III – LÍNGUA PORTUGUESA - QUESTÃO 5:
O verbo haver, no primeiro trecho, é empregado para indicar tempo passado. Já no segundo trecho, o verbo haver é usado no sentido de “ter existência”, “existir”.

MATEMÁTICA

PISM III – MATEMÁTICA - QUESTÃO 1:

<u>Solução 1:</u> Inicialmente observa-se que a raiz do polinômio no divisor é $\frac{3}{4}$.

Nomeando por $d(x)$ polinômio do dividendo na segunda divisão, ou seja, $d(x) = (x^3 - 2) \times p(x)$, segue do Teorema do Resto, aplicado às duas divisões, que:

$$p\left(\frac{3}{4}\right) = 2$$
$$d\left(\frac{3}{4}\right) = r$$

Mas pode-se calcular o valor de $d\left(\frac{3}{4}\right)$:

$$d\left(\frac{3}{4}\right) = \left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 - 2\right) \times p\left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{27}{64} - 2\right) \times 2 = -\frac{101}{32}$$

Portanto $r = -\frac{101}{32}$.

<u>Solução 2:</u> Das divisões fornecidas tem-se:

$$p(x) = (4x - 3) \times q_1(x) + 2 \quad \text{e} \quad (x^3 - 2) \times p(x) = (4x - 3) \times q_2(x) + r$$

Substituindo a expressão de $p(x)$, obtida na primeira igualdade, na segunda tem-se:

$$(x^3 - 2) \times [(4x - 3) \times q_1(x) + 2] = (4x - 3) \times q_2(x) + r$$
$$(x^3 - 2)(4x - 3) + 2(x^3 - 2) = (4x - 3) \times q_2(x) + r$$

Como $(x^3 - 2)(4x - 3)$ é obviamente múltiplo do polinômio $(4x - 3)$, segue que a divisão do polinômio $(x^3 - 2)(4x - 3)$ por $(4x - 3)$ deixará como resto o polinômio identicamente nulo. Portanto, o resto r a ser obtido pela divisão do polinômio

$(x^3 - 2)(4x - 3) + 2(x^3 - 2)$ por $(4x - 3)$

será igual ao resto obtido pela divisão do polinômio $2(x^3 - 2)$ por $(4x - 3)$. Emprega-se então o Teorema do resto para se obter

$$r = 2\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 - 2\right) = 2\left(\frac{27}{64} - 2\right) = 2\left(-\frac{101}{64}\right) = -\frac{101}{32}$$

ou então efetua a divisão ao lado.

$$\begin{array}{r|l}
2x^3 - 4 & 4x - 3 \\ \cline{2-2}
-2x^3 + \frac{3}{2}x^2 & \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x + \frac{9}{32} \\ \cline{1-1}
\frac{3}{2}x^2 - 4 & \\
-\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{8}x & \\ \cline{1-1}
\frac{9}{8}x - 4 & \\
-\frac{9}{8}x + \frac{27}{32} & \\ \cline{1-1}
-\frac{101}{32} &
\end{array}$$

PISM III – MATEMÁTICA - QUESTÃO 2:

A)

Seja x o preço do quilograma da ração para cães e y o preço da ração para gato. Tem-se que:

$$\begin{cases} 10x + 5y = 160 \\ x + y = 22 \end{cases}$$

Resolvendo:

$$\begin{cases} 10x + 5y = 160 \\ -5x - 5y = -110 \end{cases} \rightarrow \quad 5x = 50 \quad \rightarrow \quad x = 10 \quad \rightarrow \quad y = 12$$

O preço do quilograma da ração para cães é R$ 10,00 e para gatos R$ 12,00.

B)

Quantidade de ração canina suficiente para um mês: $30 \times 0{,}5 = 15\ kg$
Preço de 15 kg de ração canina: $15 \times R\$\ 10{,}00 = R\$\ 150{,}00$.
Comprando os 15 kg de ração canina ainda sobrará: R$ 210,00 – R 150,00 = R$ 60,00.
Como o preço da ração de gato é R$ 12,00 o quilograma, com os R$ 60,00 é possível comprar: $\frac{60}{12} = 5$ kg de ração.
Como o seu gato come 0,2 kg (= 200 g) de ração por dia, conclui-se que com R$ 60,00 é possível comprar ração para alimentar seu gato por $\frac{5}{0{,}2} = 25$ dias.

PISM III – MATEMÁTICA - QUESTÃO 3:

A) A quantidade de grupos distintos com 3 médicos que é possível montar para realizar o estudo é dada por:

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

B) A quantidade de grupos de estudos distintos com 3 médicos que têm pelo menos um cardiologista pode ser calculado fazendo a diferença entre o total de grupos, já calculado na letra (a), e o número de grupos de estudos que não contém nenhum cardiologista:

$$\binom{12}{3} - \binom{7}{3} = 220 - \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = 220 - \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 220 - 35 = 185$$

Outra raciocínio possível: calcula a quantidade de grupos de estudos distintos com 3 médicos que tem exatamente um cardiologista, exatamente dois cardiologístas e exatamente três cardiologistas e soma essas quantidades:

$$\binom{5}{1} \times \binom{7}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{7}{1} + \binom{5}{3} \times \binom{7}{0} = 5 \times 21 + 10 \times 7 + 10 \times 1 = 185$$

C) A probabilidade de que tenha pelo menos um cardiologista na composição do grupo de estudos formado por 3 médicos é:

$$\frac{185}{220} = \frac{37}{44} \cong 84\%$$

PISM III – MATEMÁTICA - QUESTÃO 4:

<u>1ª solução:</u> Coordenadas do ponto B:

$$x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$$
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = 0 + 9 \to (x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 10y + 25) = 9$$
$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 9$$

Como o centro dessa circunferência é o ponto de coordenadas $(3, 5)$, segue que essas são as coordenado do ponto B.
Coordenadas do ponto C:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \to \begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \to \quad 3x = 6 \quad \to \quad x = 2 \quad \to \quad y = 2 \quad \to \quad C(2{,}2)$$

A medida da área do triângulo ABC é dada por:

$$\frac{1}{2} \times \begin{vmatrix} 6 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times (6 \times 5 \times 1 + 6 \times 1 \times 2 + 3 \times 2 \times 1 - 2 \times 5 \times 1 - 2 \times 1 \times 6 - 1 \times 3 \times 6) = \frac{1}{2} \times 8 = 4\ ua$$

<u>2ª solução:</u> Coordenadas do ponto B:

$$x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$$
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = 0 + 9 \to (x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 10y + 25) = 9$$
$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 9$$

Como o centro dessa circunferência é o ponto de coordenadas $(3, 5)$, segue que essas são as coordenado do ponto B.
Coordenadas do ponto C:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \to \begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \to \quad 3x = 6 \quad \to \quad x = 2 \quad \to \quad y = 2 \quad \to \quad C(2{,}2)$$

Representa os três pontos no plano cartesiano e observa que o triângulo ABC é parte de um triângulo retângulo maior, conforme ilustrado na figura ao lado.
Daí conclui que:

$$S_{ABC} = S_{AEC} - S_{DBFE} - S_{AFB} - S_{CDB} = \frac{4 \times 4}{2} - 1 \times 1 - \frac{3 \times 1}{2} - \frac{3 \times 1}{2} = 8 - 1 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 7 - 3 = 4\, ua$$

PISM III – MATEMÁTICA - QUESTÃO 5:

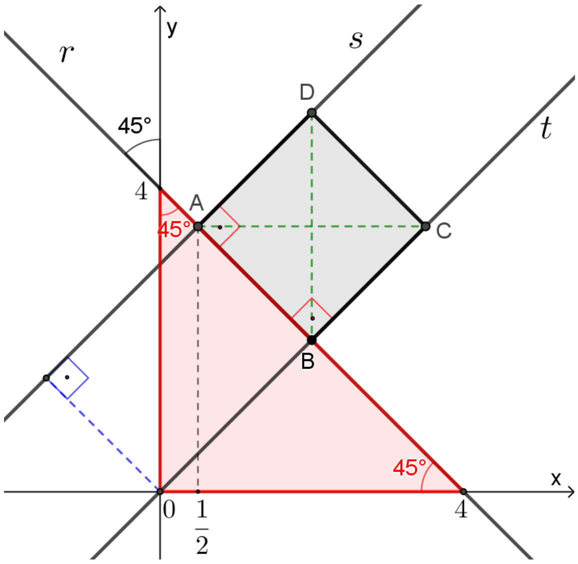
É fácil perceber que o triângulo vermelho na figura abaixo é retângulo e tem ângulos internos medindo 45°, logo é isósceles. Com isso equaciona-se a reta r por $r: x + y = 4$ ou $r: y = -x + 4$.

Para equacionar a reta s, nota-se que A pertence à reta r e a abscissa de A é $\frac{1}{2}$, logo: $y_A = -\frac{1}{2} + 4 = \frac{7}{2}$. Daí segue que: $s: y - \frac{7}{2} = -\frac{1}{-1} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \rightarrow s: y = x - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} \rightarrow s: y = x + 3$ ou $x - y + 3 = 0$.

A medida do lado do quadrado é dada pela distância entre as retas s e t. Como a reta t passa pela origem, basta calcular a distância entre a origem e a reta s:

$$dist(O, s) = \frac{|0 - 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$$

$$dist(O, s) = \frac{|+3|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



Daí se conclui que a medida do lado do quadrado é $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Consequentemente a medida de sua diagonal é $\frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{2} = 3$.

Observa-se que a abscissa do ponto D é igual à abscissa do ponto A somada à metade da medida da diagonal, portanto a abscissa do ponto D é $x_D = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Já a ordenada do ponto D é a ordenada do ponto A somada à metade da medida da diagonal. Portanto a ordenada do ponto D é $y_D = \frac{7}{2} + \frac{3}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

Logo, as coordenadas do ponto D são (2,5).